

ԵՐԵՎԱՆԻ  
ՊՈՏՍԱԿԱՆ  
ՀԱՍՏԱՏՄԱՆ



ЕРЕВАНСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ

ԳԻՏԱԿԱՆ  
ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ  
УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ

1.2000

ԵՐԵՎԱՆ + ЕРЕВАН

ISSN 0132-0173

Հրատարակում է 1925 թ.-ից (1967 թ.-ից՝ պարբերաբար):

Издается с 1925 г. (с 1967 г.— периодически).

### ԽՄԱԳՐԱԿԱՆ ԿՈԼԵԳԻ

ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ Ռ.Մ. (զին. խմբավիրահ. ՊԵՏՐՈՍՅԱՆ Ս.Գ. (զին. խմբավիրի տեղակալ),  
ՀԱՐՎԱՐԴՅԱՆ Լ.Թ. (պատքարությար)  
ԲՈՅՆԱԳՐՅԱՆ Վ.Բ., ՀԱՆԻԵԼՅԱՆ Է.Ա., ԽԱՉԻՏՐՅԱՆ Ի.Գ., ԽԱՉԻՏՐՅԱՆ Հ.Գ.,  
ՀՈՎՍԵՓՅԱՆ Լ.Լ., ՄԱՐԳԱՐՅԱՆ Ը.Ա., ՄԱՐՏԻՐՈՍՅԱՆ Ռ.Մ., ԸՆՔԵՐՈՅԱՆ Ս.Կ.,  
ՉՈՒԲԱՐՅԱՆ Է.Վ., ՄԱՐԳԱՐՅԱՆ Հ.Հ., ՄԱՐԳԱՐՅԱՆ Ս.Վ.

### РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

АРУТЮНЯН Р.М. (сл. редактор), ПЕТРОСЯН С.Г. (зам. сл. редактора),  
ШАРАМБЕЯН Л.Т. (отв. секретарь)  
БОЙНАГРЯН В.Р., ДАНИЕЛЯН Э.А., МАРКАРЯН Ш.А., МАРТИРОСЯН Р.М.,  
ОСИПЯН Л.Л., САРКИСЯН О.А., САРКИСЯН С.В., ХАЧАТРИЯН А.Г.,  
ХАЧАТРИЯН И.Г., ЧУБАРЯН Э.В., ШУКУРЯН С.К.

Издательство Ереванского университета  
© "Ученые записки" ЕГУ, естественные науки. 2000

Сдано в производство 05.01.2000 г. Подписано к печати 26.04.2000 г. Формат 70×108  
1/16. Офсетная печать. 10,5 печ. л=14,7 усл. п. л. 17,85 уч. изд. л. Заказ 41. Тираж 250.  
Регистрационный номер 258

---

Издательство Ереванского госуниверситета. Ереван, Ал. Манукяна, 1.  
Цех Ротапринт Ереванского госуниверситета, Ереван, Ал. Манукяна, 1.

ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԻՏՈՒԿԻ, ՀԱՍՏԱՏՄԱՆ ԳԻՏԱԿԱՆ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ  
УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ ЕРЕВАНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

Բնական գիտություններ

1(192), 2000

Естественные науки

ԲՈՂԱԾԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

Հ.Վ. Բաղալյան – Հանրահաշվական բազմանամների դասական օրթոգոնալ համակարգեր ծնող ֆունկցիաների մի համակարգի մասին .....	3
Ա.Վ. Ցուցույան – Վերասերվող էվոլյուցիոն հավասարամների աստրակուլունք .....	10
Մ.Ի. Կարախանյան – Դելարտի տեղաշարժերով ծնված կոմպակտ խմբի Բանախի ներկայացման մասին .....	20
Ֆու.Մ. Մովսիսյան, Ի.Ռ. Միմոնյան – Աջ և ձախ բաշխականության գերնույնությունները կիսախմբերի բազմածնուրյան մեջ .....	28
Գ.Վ. Դալլաջյան – Անսահմանափակ տիրույթներում եզրային խնդիրների լուծումների մոտարկման մասին .....	33

ՄԵԽԱՆԻԿԱ

Վ.Ժ. Հայրապետյան – Ուղղանկյունաձև գլանային օրթոտրոպ սալի համար առածգականության տեսության խառը խնդիրի լուծումը .....	42
Սարգսի Վ. Սարգսյան – Ամրացված սալի օպտիմալ կայունության մի խնդրի մասին .....	52

ՖԻԶԻԿԱ

Հ.Ֆ. Խաչատրյան – Պուլսարների ուղիղոճառագայթումը և նեյտրոնային աստղերի մագնիսական մոմնուները .....	56
Ա.Հ. Գևորգյան – Պարուրային պարերական կառուցվածքով միջավայրերում ճառագայթման անոնական էֆեկտների մասին .....	67

ՔԻՄԻԱ

Դ.Ս. Գայրակյան, Պ. Ստաշչոնկ, Ա. Դամբրովսկի – Դոլոմիտը որպես սորբենտ հազվագյուտ տարրերի նորաշերտ քրոմատոգրաֆիայում .....	73
Մ.Լ. Երիցյան, Հ.Ս. Բալայան, Ռ.Ա. Քարամյան, Ն.Մ. Բեյթյան – Ալիային մոնոմերային մետաղականական էֆեկտներ .....	78
Հ.Ս. Բալայան, Ռ.Ա. Քարամյան, Ս.Վ. Տողանյան, Գ.Պ. Փիրումյան, Խ.Ռ. Գյուլմյան, Մ.Լ. Երիցյան – Սիմ-տրիագինային օղակ պարունակող թիոմիզանյուրի ածանցյալներ .....	84

<b>Ս.Մ. Հակոբյան, Գ.Պ. Փիրումյան, Կ.Մ. Քոչարյան – 2-օքտ-1,4-դիօքսանների նոր ածանցյալների սինթեզ</b>	89
<b>Ս.Խ. Եղոյան, Հ.Գ. Բարյայան – Ցինկի սուլֆիդի օգոնով օքսիդացման կիննտիկայի ուսումնասիրությունը ծծմբաթթվային միջավայրում</b>	95

### ԿԵՆՍԱԲԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

<b>Կ.Գ. Ղարազյան, Կ.Ռ. Բարյայան, Վ.Ա. Գրիգորյան, Գ.Ա. Հովհաննես, Գ.Վ. Զախարյան, Մ.Մ. Վարդապետյան – Պարիհագով տառապող հիվանդների էրիթրոցիտների բաղանքների ֆուֆոլիալիդային բաղադրանափ և արյան ազատ ուղղվածային օքսիդացման պրոցեսների ինտենսիվության փոփոխության ուսումնասիրումը</b>	99
<b>Մ.Ա. Դավթյան, Ի.Վ. Գոգինյան, Գ.Ջ. Խաչատրյան, Ջ.Հ. Վարդապյան – Հավի յարդի ճյուղավորած ամինաթրուների տրանսամինազը</b>	104
<b>Պ.Հ. Վարդականյան, Գ.Հ. Փանոսյան, Մ.Ա. Փարսարանյան, Բ.Գ. Բոյաջյան, Ա.Թ. Կարապետյան – Քրոնատիբի կառուցվածքային փոփոխությունների ուսումնասիրությունը գննոմի ակտիվացման ժամանակ</b>	108
<b>Ա.Հ. Արևշատյան, Հ.Ա. Հովհաննիսյան, Ա.Հ. Մուրայան, Ի.Ա. Նավասարդյան, Մ.Գ. Ավետիսյան – Սովորական հացենու կենսաթերապիմիական առանձնահատկությունները բաղադրային միջավայրի ժամբ մետաղներով աղտոտման պայմաններում</b>	114
<b>Լ.Վ. Մարտիրոսյան, Վ.Վ. Գրիգորյան – Սննդարար լուծույթից ծանր մետաղների կանումը բույսերի կողմից</b>	120
<b>Ն.Յ. Արամյան – Նշանամալիրի հիմակողմնային կորիզների ազդեցությունը բույրար շնչառական նեյրոնների վրա հիմօքսիայի պայմաններում</b>	124

### ԵՐԿՐԱԲԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

<b>Ս.Ի. Բալսանյան – Դատողություն Երկրի թիկնոցի նյութի երկրաքիմիական տարբերակման մասին</b>	129
<b>Հ.Հ. Գյոլեցյան, Ո.Ա. Հարությունյան – Ըամշադինի անտիկլինորիումի հյուսիս-արևմտյան մասի պղինձ-ուլու հանքայնացման մասին (Խցևանի քարածխի հանքավայրի շրջան)</b>	135
<b>Ո.Վ. Հակոբյան, Հ.Գ. Բարյայան – Որոշ սիլիկատային հալոցքների բյուրեղացման առանձնահատկությունները</b>	145

### ԱԾԽԱՐՀԱԳՐՈՒԹՅՈՒՆ

<b>Ո.Խ. Գագինյան – Տարերային երևույթների էությունը և դասակարգումը</b>	151
<b>ՀԱՅՈՐԴԱՌԱՆԵՐ</b>	
<b>Ս.Ս. Զամինյան, Ն.Պ. Բեգլարյան, Ո.Է. Ավայան – Վայրի ցորենմների գեներատիվ օքանների մորֆոգնների առաջացումը գիրերելաթթվի ազդեցության տակ</b>	156
<b>Ա.Ս. Սարդարյան, Ա.Ռ. Սովիհասյան, Գ.Մ. Հակոբյան – Հայաստանի ատոմակայամի տարածքում կատարվող գույնագույն դաշտի ուսումնասիրման առանձնահատկությունները</b>	159
<b>Գուրգեն Սերոբի Սահակյան</b>	162

*Математика*

УДК 517.51

Г.В. БАДАЛЯН

**ОБ ОДНОЙ СИСТЕМЕ ФУНКЦИЙ, ПОРОЖДАЮЩЕЙ КЛАССИЧЕСКИЕ  
ОРТОГОНАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ПОЛИНОМОВ**

В отличие от двух общеизвестных методов введения классических ортогональных систем алгебраических полиномов (см. соответственно [1-5]) в настоящей работе предлагается совершенно иной метод введения этих же полиномов. Одновременно для них даются также отличные от известных интегральные представления. Последние, по сравнению с известными в литературе формулами Родрига, просты и, что еще важнее, по-длинноточечные функции немногозначны, а однозначны. В работе доказывается, что

$$\text{система функций } Y_{n,n_1,a}^{(\alpha,\beta)}(x) = \frac{x_{n,n_1,a}}{2\pi i} \int_C \frac{(1-\frac{x}{a})^{n_1+\zeta} (\frac{x}{a})^{-\zeta}}{c \Gamma(n_1 + \zeta + \alpha + 1) \Gamma(-\zeta + \beta + 1)} \frac{d\zeta}{\prod_{v=0}^n (\zeta + v)},$$

где  $n_1 \geq n \geq 0$  – целые числа,  $\alpha > -1$ ,  $\beta > -1$ ,  $a > 0$  – произвольные числа,  $x \in (0, a)$ , простой контур  $C$  охватывает окрестности точек  $0$ ,  $-1$ ,  $-2$ , ...,  $-n$ ,  $x_{n,n_1,a} = \Gamma(n_1 + n + \alpha + \beta + 2)$ , порождает вышеуказанные ортогональные полиномы, а именно: при  $n_1 = n$ ,  $a = 1$  получаются полиномы Якоби, а при  $n_1 = a \rightarrow \infty$  – полиномы Лагерра  $L_n^{(\beta)}(x)$ , умноженные на  $e^{-x}$ . На концах  $[0, a]$   $Y_{n,n_1,a}^{(\alpha,\beta)}(x)$  понимается в смысле  $x \rightarrow 0+$  и  $x \rightarrow a-$ .

В учебной и научной литературе хорошо известно, что алгебраические ортогональные полиномы приводятся двумя существенно разными методами: или – разрозненно, вне их взаимной связи (см., напр., [1-3]), или – как решения двух частных видов гипергеометрических (обычных и вырожденных) уравнений (см., напр., [4,5]).

В настоящей работе предлагается другой, отличный от известных, прямой метод введения вышеуказанных систем полиномов, откуда: 1) все эти полиномы могут быть получены из системы функций, названной нами порождающей или основной, как частный случай (полиномы Якобиева типа), или как предельный случай (полиномы Лагерра, а следовательно и Эрмита); 2) одновременно получаются также (опять единным подходом) новые интегральные представления указанных полиномов.

Эти представления, по сравнению с теми, которые вытекают из соответствующих формул Родрига (см. [4,5]), где фигурируют интегралы от многозначных функций с довольно сложными контурами (петлями), имеют то преимущество, что интегралы в них – от однозначных функций, поэтому и с простыми контурами.

**1º. Основная система функций.** Введем в рассмотрение систему полиномов

$$I_{n,n_1,a}^{(\alpha,\beta)}(x) = \frac{\varpi_{n,n_1,a}}{2\pi i} \int_C \frac{\left(1-\frac{x}{a}\right)^{n_1+\zeta} \left(\frac{x}{a}\right)^{-\zeta}}{\Gamma(n_1+\zeta+\alpha+1)\Gamma(-\zeta+\beta+1)} \frac{d\zeta}{\prod_{v=0}^n (\zeta+v)}, \quad (1)$$

где  $n_1 \geq n \geq 0$  – целые числа,  $\alpha > -1, \beta > -1, a > 0$  – произвольные числа,  $x \in (0, a)$ , контур  $C$  охватывает окрестности точек  $0, -1, -2, \dots, -n$ ,

$$\varpi_{n,n_1,a} = \Gamma(n_1+n+\alpha+\beta+2)a^{-n-\alpha-\beta}. \quad (2)$$

Обозначим

$$Y_{n,n_1,a,k}^{(\alpha,\beta)} = \langle I_{n,n_1,a}^{(\alpha,\beta)}(x), x^k \rangle = \int_0^n I_{n,n_1,a}^{(\alpha,\beta)}(x)x^k(a-x)^\alpha x^\beta \frac{dx}{a}, \quad (3)$$

и докажем центральную в работе теорему.

*Теорема 1 (основная).* Пусть  $n_1 \geq n \geq k \geq 0$  – целые числа, тогда

$$Y_{n,n_1,a,k}^{(\alpha,\beta)} = \begin{cases} 0, & 0 \leq k < n, \\ (-1)^n, & k = n. \end{cases} \quad (3')$$

*Доказательство.* Из (3) после замены  $x = ax'$  согласно (1) получаем

$$Y_{n,n_1,a,k}^{(\alpha,\beta)} = \frac{\varpi_{n,n_1,a} a^{k+\alpha+\beta}}{2\pi i} \int_C \frac{\int_0^1 (1-x)^{n_1+\zeta+\alpha} x^{-\zeta+\beta+k} dx}{\Gamma(n_1+\zeta+\alpha+1)\Gamma(-\zeta+\beta+1)} \frac{d\zeta}{\prod_{v=0}^n (\zeta+v)},$$

где контур  $C$  может быть выбран так, чтобы  $n_1 + \alpha + \operatorname{Re} \zeta > -1, \beta + k - \operatorname{Re} \zeta > -1$ , поэтому

$$\begin{aligned} Y_{n,n_1,a,k}^{(\alpha,\beta)} &= \\ &= \frac{a^{k+\alpha+\beta} \varpi_{n,n_1,a}}{2\pi i} \int_C \frac{\Gamma(n_1+\zeta+\alpha+1)\Gamma(-\zeta+k+\beta+1)}{\Gamma(n_1+\zeta+\alpha+1-\zeta+k+\beta+1)\Gamma(n_1+\zeta+\alpha+1)\Gamma(-\zeta+\beta+1)} \times \\ &\quad \times \frac{d\zeta}{\prod_{v=0}^n (\zeta+v)} = \frac{a^{k+\alpha+\beta} \varpi_{n,n_1,a}}{\Gamma(n_1+k+\alpha+\beta+2)} \frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{\prod_{v=1}^k (-\zeta+\beta+v)}{\prod_{v=0}^n (\zeta+v)} d\zeta, \end{aligned} \quad (3'')$$

что получается в силу равенства

$$\Gamma(-\zeta+k+\beta+1) = \prod_{v=1}^k (-\zeta+\beta+v) \Gamma(-\zeta+\beta+1), \quad \prod_{v=1}^0 (\cdot) = 1.$$

Из (3'') очевидно, что при  $0 \leq k < n$

$$Y_{n,n_1,a,k}^{(\alpha,\beta)} = 0, \quad (4)$$

а при  $k = n$  имеем

$$\frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{\prod_{v=1}^k (-\zeta+\beta+v)}{\prod_{v=0}^n (\zeta+v)} d\zeta = \frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{\prod_{v=1}^n (-\zeta+\beta+v)}{\prod_{v=0}^n (\zeta+v)} d\zeta = (-1)^n, \quad (5)$$

поэтому из (3'') согласно (2) получаем

$$Y_{n,n_1,a,n}^{(\alpha,\beta)} = (-1)^n. \quad (4')$$

Теорема 1 доказана.

**2°. Первое применение теоремы 1, полиномы Якоби для промежутка [0,1].**

Примем в (1)  $n_1 = n$ ,  $a = 1$  и сформулируем первое следствие теоремы 1.

**Теорема 1'.** Для определенной по (1) функции  $Y_{n,n_1,a,n}^{(\alpha,\beta)}(x)$  справедливы равенства

$$\langle I_{n,n_1,a,n}^{(\alpha,\beta)}(x), x^k \rangle = \int_0^1 I_{n,n_1,a,n}^{(\alpha,\beta)}(x) x^k (1-x)^\alpha x^\beta dx = \begin{cases} 0, & k = 0, 1, \dots, n-1, \\ (-1)^n, & k = n. \end{cases} \quad (6)$$

Обозначим теперь

$$I_{n,n_1,a,n}^{(\alpha,\beta)}(x) = I_n^{(\alpha,\beta)}(x) = \frac{\hat{x}_n}{2\pi i} \int_C \frac{(1-x)^{n+\zeta} x^{-\zeta}}{\Gamma(n+\zeta+\alpha+1)\Gamma(-\zeta+\beta+1)} \frac{d\zeta}{\prod_{v=0}^n (\zeta+v)}, \quad (7)$$

$$\text{где } \hat{x}_n = \hat{x}_{n_1,n_1} = \Gamma(2n+\alpha+\beta+2), \quad x \in (0,1). \quad (8)$$

Обозначим также

$$\hat{I}_n^{(\alpha,\beta)}(x) = \frac{I_n^{(\alpha,\beta)}(x)}{\sqrt{\hat{x}_n}}, \quad (9)$$

где

$$\hat{x}_n = \frac{\Gamma(2n+\alpha+\beta+2)\Gamma(2n+\alpha+\beta+1)}{\Gamma(n+\alpha+\beta+1)\Gamma(n+\alpha+1)\Gamma(n+\beta+1)\Gamma(n+1)}. \quad (10)$$

Утверждаем, что система функций (9) – это ортонормальная система полиномов Якоби для промежутка [0,1], а именно:

**Теорема 2.** Для системы полиномов (9) справедливы равенства

$$\begin{aligned} \langle \hat{I}_m^{(\alpha,\beta)}(x), \hat{I}_n^{(\alpha,\beta)}(x) \rangle &= \int_0^1 \hat{I}_m^{(\alpha,\beta)}(x) \hat{I}_n^{(\alpha,\beta)}(x) (1-x)^\alpha x^\beta dx = \delta_{m,n}, \\ \delta_{m,n} &= \begin{cases} 0, & m \neq n, \\ 1, & m = n. \end{cases} \end{aligned} \quad (11)$$

Действительно, пусть  $m \leq n$ , тогда при 1)  $m < n$  согласно теореме 1' и (9)

$$\langle \hat{I}_m^{(\alpha,\beta)}(x), \hat{I}_n^{(\alpha,\beta)}(x) \rangle = 0. \quad (11')$$

Пусть теперь 2)  $m = n$  и пусть старший коэффициент в  $I_n^{(\alpha,\beta)}(x)$  равняется  $a_n$ , тогда согласно теореме 1'

$$\langle \hat{I}_n^{(\alpha,\beta)}(x), \hat{I}_n^{(\alpha,\beta)}(x) \rangle = \frac{a_n}{\sqrt{\hat{x}_n}} \int_0^1 I_n^{(\alpha,\beta)}(x) (1-x)^\alpha x^{n+\beta} dx = (-1)^n \frac{a_n}{\hat{x}_n}. \quad (12)$$

Найдем теперь численное значение  $a_n$ .

Для этого заметим, что  $I_n^{(\alpha,\beta)}(x)$  согласно равенству (7) может быть представлено также в виде

$$I_n^{(\alpha,\beta)}(x) = \frac{\hat{x}_n}{2\pi i} \int_C \frac{\sum_{k=0}^n \binom{n+\zeta}{k} (-x)^k x^{-\zeta} d\zeta}{\Gamma(n+\zeta+\alpha+1)\Gamma(-\zeta+\beta+1)\prod_{v=0}^n (\zeta+v)}, \quad (7')$$

при  $k \geq n$   $\prod_{v=0}^n (\zeta + v)$  полностью сокращается с  $\binom{n+\zeta}{k}$ , в результате чего под контурным интегралом остается аналитическая функция.

Из (7') старший член  $I_n^{(\alpha, \beta)}(x)$  определяется из равенства

$$a_n x^n = \mathfrak{A}_n \sum_{k=0}^n \operatorname{Res}_{\zeta=-n+k} \frac{\binom{n+\zeta}{k} (-x)^k x^{-\zeta}}{\Gamma(n+\zeta+\alpha+1) \Gamma(-\zeta+\beta+1) \prod_{v=0}^n (\zeta+v)},$$

поэтому

$$\begin{aligned} a_n &= \mathfrak{A}_n \sum_{k=0}^n \frac{(-1)^k}{\Gamma(k+\alpha+1) \Gamma(n-k+\beta+1)} \cdot \frac{1}{(-1)^k k! (n-k)!} = \\ &= \frac{(-1)^n \mathfrak{A}_n}{\Gamma(n+\alpha+1) \Gamma(n+\beta+1) \Gamma(n+1)} \sum_{k=0}^n C_n^k \prod_{v=k}^n (v+\alpha+1) \prod_{v=0}^k (n-v+\beta+1). \end{aligned} \quad (13)$$

Но сравнение старших членов в тождестве

$$\frac{d^n}{dx^n} [(1+x)^{n+\alpha} x^{n+\beta}] = \frac{d^n (x^{2n+\alpha+\beta} + \dots)}{dx^n}$$

показывает, что

$$\sum_{k=0}^n C_n^k \prod_{v=k}^n (v+\alpha+1) \prod_{v=0}^k (n-v+\beta+1) = \frac{\Gamma(2n+\alpha+\beta+1)}{\Gamma(n+\alpha+\beta+1)}. \quad (14)$$

Таким образом доказано, что

$$a_n = \frac{(-1)^n \Gamma(2n+\alpha+\beta+1) \mathfrak{A}_n}{\Gamma(n+\alpha+\beta+1) \Gamma(n+\alpha+1) \Gamma(n+\beta+1) \Gamma(n+1)} = (-1)^n \hat{\mathfrak{A}}_n. \quad (13')$$

Из (12) согласно (13') и (10) получаем

$$\langle \hat{I}_n^{(\alpha, \beta)}(x), \hat{I}_n^{(\alpha, \beta)}(x) \rangle = 1. \quad (12')$$

Теорема 2 доказана.

Тем самым одновременно получены новые представления посредством контурных интегралов для полиномов Якоби, Чебышева, Лежандра для промежутка  $x \in (0,1)$ .

**3º. Второе применение теоремы 1, полиномы Лагерра.** Рассмотрим теперь предельный случай функций  $I_{n, n_1, a}^{(\alpha, \beta)}(x)$  из (1), когда  $a = n_1 \rightarrow +\infty$ ,  $\alpha = 0$ .

Прежде чем сформулировать результат настоящего пункта, найдем вид функции

$$I_{n, \infty, \infty}^{(0, \beta)}(x) = \lim_{a=n_1 \rightarrow +\infty} I_{n, n_1, a}^{(0, \beta)}(x). \quad (15)$$

С этой целью предварительно найдем предельные значения отдельных компонентов из  $I_{n, n_1, a}^{(0, \beta)}(x)$ . Имеем

$$1) \lim_{n_1=a \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{x}{a}\right)^{n_1+\zeta} = e^{-x}, \quad (16)$$

$$2) \mathfrak{A}_{n, n_1, a} \cdot \frac{a^\zeta}{a} : \Gamma(n_1 + \zeta + 1) = \frac{\Gamma(n_1 + n + \beta + 2) n_1^\zeta}{\Gamma(n_1 + \zeta + 1) n_1^{n+\beta+1}} = \frac{\Gamma(n_1 + n + \beta + 2)}{n_1^{n-\zeta+\beta+1} \prod_{v=0}^n (\zeta+v) \Gamma(\zeta)} =$$

$$= \frac{\Gamma(n_1 + n + \beta + 2)}{n_1^{n+\beta+1} \Gamma(n_1 + 1)} \cdot \frac{n_1^\zeta}{\zeta \prod_{v=1}^{n_1} \left(1 + \frac{\zeta}{v}\right) \Gamma(\zeta)} \xrightarrow{n_1 \rightarrow \infty} \frac{\Gamma(n_1 + n + \beta + 2)}{n_1^{n+\beta+1} \Gamma(n_1 + 1)},$$

поэтому

$$2') \lim_{n_1 \rightarrow \infty} \frac{\alpha_{n,n_1,n_1} n_1^{\zeta-1}}{\Gamma(n_1 + \zeta + 1)} = \lim_{n_1 \rightarrow \infty} \frac{\Gamma(n_1 + n + \beta + 2)}{n_1^{n+\beta+1} \Gamma(n_1 + 1)} = \lim_{n_1 \rightarrow \infty} \frac{\prod_{v=0}^{n_1} (n + \beta + 1 + v) \Gamma(n + \beta + 1)}{n_1^{n+\beta+1} n_1!} =$$

$$\Gamma(n + \beta + 1) \lim_{n_1 \rightarrow \infty} \frac{(n + \beta + 1) \prod_{v=1}^{n_1} (1 + \frac{n + \beta + 1}{v})}{n_1^{n+\beta+1}} = \Gamma(n + \beta + 1) \cdot \frac{1}{\Gamma(n + \beta + 1)} = 1.$$

Этим из (1) получаем

$$I_{n,\infty,\infty}^{(0,\beta)}(x) = \frac{e^{-x}}{2\pi i} \int_C \frac{x^{-\zeta} d\zeta}{\Gamma(-\zeta + \beta + 1) \prod_{v=0}^n (\zeta + v)}. \quad (17)$$

Из теоремы 1 для функции  $I_{n,\infty,\infty}^{(0,\beta)}(x)$  следует.

*Теорема 1'.* Для функции  $I_{n,\infty,\infty}^{(0,\beta)}(x)$  справедливы равенства

$$\langle I_{n,\infty,\infty}^{(0,\beta)}(x), x^k \rangle = \int_0^\infty x^{\beta+k} I_{n,\infty,\infty}^{(0,\beta)}(x) dx = \begin{cases} 0, k = 0, 1, 2, \dots, n-1 \\ (-1)^n, k = n. \end{cases} \quad (18)$$

В справедливости равенств (18) можно убедиться также непосредственно. Обозначим полином

$$L_n^{(\beta)}(x) = \frac{\Gamma(n + \beta + 1)}{2\pi i} \int_C \frac{x^{-\zeta} d\zeta}{\Gamma(-\zeta + \beta + 1) \prod_{v=0}^n (\zeta + v)} = \sum_{v=0}^n \frac{\Gamma(n + \beta + 1)}{\Gamma(v + \beta + 1)} \frac{(-x)^v}{v!(n-v)!}. \quad (19)$$

Теорема 1' позволяет доказать следующее предложение.

*Теорема 3.* Система функций

$$\hat{L}_n^{(\beta)}(x) = \hat{\alpha}_n L_n^{(\beta)}(x), \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad (20)$$

где  $L_n^{(\beta)}(x)$  определен в (19),

$$\hat{\alpha}_n = \sqrt{\frac{\Gamma(n+1)}{\Gamma(n+\beta+1)}}, \quad (21)$$

ортонормальна на  $(0, \infty)$  при весовой функции  $p(x) = e^{-x} x^\beta$ ,  $\beta > -1$ , т.е.

$$\int_0^\infty e^{-x} x^\beta \hat{L}_n^{(\beta)}(x) \hat{L}_m^{(\beta)}(x) dx = \delta_{n,m} = \begin{cases} 0, m \neq n, \\ 1, m = n. \end{cases} \quad (22)$$

Для доказательства достаточно заметить, что коэффициент старшего члена, определенного в (19) полинома  $L_n^{(\beta)}(x)$ , равняется

$$\frac{(-1)^n}{n!} = \frac{(-1)^n}{\Gamma(n+1)}. \quad (23)$$

По этой причине и согласно теореме 1' имеем

$$\int_0^\infty e^{-x} x^\beta \hat{L}_m^{(\beta)}(x) \hat{L}_n^{(\beta)}(x) dx = (-1)^m \frac{\hat{\alpha}_n}{\Gamma(m+1)} \int_0^\infty e^{-x} x^{m+\beta} \hat{L}_n^{(\beta)}(x) dx =$$

$$\begin{aligned}
& = (-1)^m \hat{\alpha}_m \hat{\alpha}_n \frac{\Gamma(n+\beta+1)}{\Gamma(m+1)} \int_0^\infty e^{-x} x^{m+\beta} \frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{x^{-\zeta} d\zeta}{\Gamma(-\zeta + \beta + 1) \prod_{v=0}^n (\zeta + v)} dx = \\
& = (-1)^m \hat{\alpha}_m \hat{\alpha}_n \frac{\Gamma(n+\beta+1)}{\Gamma(m+1)} \frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{\Gamma(m+\beta-\zeta+1)}{\Gamma(-\zeta + \beta + 1) \prod_{v=0}^n (\zeta + v)} d\zeta = \\
& (-1)^m (-1)^m \hat{\alpha}_m \hat{\alpha}_n \frac{\Gamma(n+\beta+1)}{\Gamma(m+1)} \frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{\prod_{v=1}^m (\zeta - v - \beta)}{\prod_{v=0}^n (\zeta + v)} d\zeta = \delta_{m,n} = \begin{cases} 1, & m = n, \\ 0, & m < n. \end{cases} \quad (22')
\end{aligned}$$

Теорема 3 доказана, чем и доказано, что система функций (20) – это ортонормальная система полиномов Лагерра с индексом  $\beta > -1$ .

Этим согласно известной связи полиномов Эрмита с полиномами Лагерра (см., напр., [3], с. 106) получено также представление и для полиномов Эрмита, так как

$$H_{2q}(x) = \frac{(-1)^q}{(2q-1)!!} L_q^{(-\frac{1}{2})} \left( \frac{x^2}{2} \right), \quad H_{2q+1}(x) = \frac{(-1)^{q+1}}{(2q+1)!!} x L_q^{(\frac{1}{2})} \left( \frac{x^2}{2} \right) \quad (24)$$

(см. [3], с. 106).

*Замечание 1.* Как известно, для полиномов, именно (19), имеется готовая формула Кристоффеля-Дербу, которую можем использовать для полиномов как Лагерра, так и Эрмита.

В случае же классических ортогональных полиномов Якобиевского типа для использования известной формулы Кристоффеля-Дарбу нам следует введенные для промежутка  $(0,1)$  полиномы  $I_n^{(\alpha,\beta)}(\theta)$ ,  $\theta \in (0,1)$ , выразить посредством таких же полиномов, но для общепринятого промежутка  $(-1,1)$ .

Для этого согласно теореме 2 нам следует исходить из равенства (11), а именно из

$$\langle \hat{I}_m^{(\alpha,\beta)}(\theta), \hat{I}_n^{(\alpha,\beta)}(\theta) \rangle = \int_0^1 \hat{I}_m^{(\alpha,\beta)}(x) \hat{I}_n^{(\alpha,\beta)}(x) (1-\theta)^{\alpha} \theta^{\beta} d\theta = \delta_{m,n}. \quad (11'')$$

Откуда после замены

$$\theta = \frac{x+1}{2} \quad (x = x_0 + \theta(1-x_0) = -1 + \theta(1+1) = -1 + 2\theta)$$

будем иметь

$$\begin{aligned}
\langle \hat{I}_m^{(\alpha,\beta)}(\theta), \hat{I}_n^{(\alpha,\beta)}(\theta) \rangle & = \int_{-1}^1 \hat{I}_m^{(\alpha,\beta)}\left(\frac{x+1}{2}\right) \hat{I}_n^{(\alpha,\beta)}\left(\frac{x+1}{2}\right) \frac{(1-x)^{\alpha} (1+x)^{\beta}}{2^{\alpha+\beta+1}} dx = \\
& = \delta_{n,m} = \begin{cases} 0, & m \neq n, \\ 1, & m = n. \end{cases} \quad (11'')
\end{aligned}$$

Из последнего равенства следует, что обычные полиномы Якоби для промежутка  $[-1,1]$ , обозначим их через  $Y_n^{(\alpha,\beta)}(x)$ , – это суть введенные нами полиномы

$\hat{I}_n^{(\alpha,\beta)}(\theta) = \hat{I}_n^{(\alpha,\beta)}\left(\frac{x+1}{2}\right)$ , умноженные на  $2^{\frac{\alpha+\beta+1}{2}}$  и соответственно – наоборот (см., напр., [2], с. 361).

Это обстоятельство позволяет здесь также использовать готовую для  $\{\hat{I}_n^{(\alpha,\beta)}(x)\}$  известную формулу Кристоффеля-Дербу без какого-либо затруднения.

Очевидно, вышесказанное распространяется на множество других формул по классическим алгебраическим ортогональным полиномам, их можно использовать

и в готовом виде, а при желании – получать повторением известных подходов к введенным нами полиномам непосредственно в их же терминах.

Кафедра мат. анализа

Поступила 11.02.1999

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Сеге Г. Ортогональные многочлены. М.: Госиздат. тех.-теор.лит., 1962.
2. Натансон И.П. Конструктивная теория функций. М.-Л.: Госиздат. тех.-теор.лит., 1949.
3. Полян Г., Сеге Г. Задачи и теоремы из анализа. М.: Наука, 1978, ч. II.
4. Кратцер А., Франц В. Трансцендентные функции. М.: ИЛ, 1963.
5. Никифоров А.Ф., Уваров В.Б. Специальные функции математической физики. М.: Наука, 1978.

#### ՀԱՅՐԱԿԱԾՎԱԿԱՆ ԲԱԶՈՍԱՆԴԱՄՆԵՐԻ ԴԱՍՍԱԿԱՆ ՕՐԹՈԳՈՆԱԼ ՀԱՍՏԱԿԱՐԳԵՐ ԾՆՈՂ ՖՈՒՆԿՑԻԱՆԵՐԻ ՄԻ ՀԱՍՏԱԿԱՐԳԻ ՍԱՍԻՆ

#### Ամփոփում

Աշխատանքում, ի տարբերություն դասական հանրահաշվական օրթոգոնալ համակարգերի ներմուծման հայտնի մեթոդների, նշված համակարգերի ֆունկցիաները ստացվում են մի համակարգից՝ որպես մասնավոր կամ սահմանային դեպքեր:

Միաժամանակ վերոհիշյալ բազմանդամների համար բնականորեն ստացվում են նաև նրանց համար հայտնի ներկայացումներից էապես տարբեր ներկայացումներ:

ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԻՆԻ ԳԻՏԱԿԱՆ ՑԵՂԵԿԱԳԻՐ  
УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ ЕРЕВАНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

Բանական գիտություններ

1,2000

Естественные науки

*Математика*

УДК 517.95

А.В. ЦУЦУЛЯН

АТТРАКТОРЫ ВЫРОЖДАЮЩИХСЯ ЭВОЛЮЦИОННЫХ УРАВНЕНИЙ

В настоящей статье доказывается существование аттракторов полугрупп, порожденных смешанными задачами для вырождающихся эволюционных уравнений второго порядка, при этом вырождение может осуществляться как на всей границе, так и на ее части.

Устанавливается компактность аттракторов в пространстве  $L_2$  и строится функция Ляпунова, позволяющая выяснить их структуру.

Одной из важных проблем современной теории дифференциальных уравнений является изучение поведения их траекторий на бесконечности. Как оказалось, эта задача тесно связана с существованием многообразий, называемых аттракторами, которые обладают свойством притяжения. Этому кругу вопросов посвящено довольно много работ (см., напр., [1,2] и приведенную в них библиографию).

**§1. Постановка задачи.** 1.1. Пусть  $\Omega$  – ограниченная область с достаточно гладкой границей  $\Gamma = \partial\Omega$ , лежащая в полупространстве  $R_+^n = \{x_n \in R^n, x_n > 0\}$ .  $\Gamma_0 = \Gamma \cap \{x_n = 0\} \neq \emptyset$ .

Пусть  $Q_T = \{0, T\} \times \Omega$ .

Рассмотрим следующую смешанную краевую задачу для нелинейного вырождающегося параболического уравнения вида

$$u_t + L(u) = 0, \quad (1.1)$$

$$u|_{t=0} = u_0(x), \quad x \in \Omega, \quad (1.2)$$

$$u|_{\Gamma^*} = 0, \quad 0 \leq t \leq T, \quad (1.3)$$

где

$$L(u) = - \sum_{i=1}^n \partial_i a_i(x, \nabla u) + c(x, u), \quad (1.4)$$

$$\partial_i = \frac{\partial}{\partial x_i}, \quad \nabla = (\partial_1, \dots, \partial_n).$$

$\Gamma^*$  либо будет совпадать со всей границей  $\Gamma$ , либо  $\Gamma^* = \Gamma \setminus \Gamma_0$ .

1.2. Введем функциональные пространства, в которых будет исследована задача (1.1)–(1.3).

Пространство  $W_{p,\sigma}^1(\Omega)$ ,  $p > 2, \sigma \in R^1$ , по определению (см. [3]), – весовой класс функций  $u(x)$ , определенных на  $\Omega$ , для которых конечна норма

$$\|u\|_{W_{p,\sigma}^1(\Omega)} = \left( \int_{\Omega} |u|^p dx + \sum_{i=1}^n \int_{\Omega} x_n^{p\sigma} |\partial_i u|^p dx \right)^{1/p} \quad (1.5)$$

Как известно, с этой нормой классы  $W_{p,\sigma}^1(\Omega)$  являются банаховыми пространствами.

Обозначим далее

$$\|u\|_1 = \left( \int_{\Omega} x_n^{p\sigma} |u|^p dx + \sum_{i=1}^n \int_{\Omega} x_n^{p\sigma} |\partial_i u|^p dx \right)^{1/p} \quad (1.6)$$

Норма (1.6) также порождает банахово пространство, которое обозначим  $W_{p,\sigma}^1(\Omega)$ .

Исследование начально-краевых задач диктует необходимость введения подпространств этих пространств.

Пространство  $W_{p,\sigma}^1(\Omega)$ , по определению, – замыкание в норме  $W_{p,\sigma}^1(\Omega)$  линейного многообразия  $C_0^\infty(\Omega)$  финитных бесконечно дифференцируемых функций, оно при  $-\frac{1}{p} < \sigma < 1 - \frac{1}{p}$  имеет структуру

$$W_{p,\sigma}^1(\Omega) = \left\{ u \in W_{p,\sigma}^1(\Omega) : u|_{\Gamma} = 0 \right\}, \quad (1.7)$$

а при  $\sigma \geq 1 - \frac{1}{p}$  имеем  $u|_{\Gamma} = 0$ .

1.3. Опишем класс рассматриваемых операторов.

i) Функции

$$a_i(x, \xi) \in C^2(\overline{\Omega} \times R^n), i = \overline{1, n},$$

$$c(x, \eta) \in C^1(\overline{\Omega} \times R^1),$$

при этом справедливы следующие оценки:

$$|a_i(x, \xi)| \leq C x_n^{p\sigma} |\xi|^{p-1},$$

$$|a_{ij}(x, \xi)| \leq C x_n^{p\sigma} |\xi|^{p-2},$$

$$C_1 x_n^{p\sigma} |u|^p \leq c(x, u) u \leq C_2 x_n^{p\sigma} |u|^p,$$

где  $a_{ij}(x, \xi) = \frac{\partial a_i(x, \xi)}{\partial \xi_j}$ , а  $C > 0$  – некоторая постоянная.

ii) Существуют постоянные  $\mu_i > 0, i = \overline{0, 4}$ , такие, что для любых  $x \in \Omega, \xi \in R^n$  справедливы оценки

$$\mu_0 x_n^{p\sigma} |\xi|^p \leq \sum_{i=1}^n a_i(x, \xi) \xi_i \leq \mu_1 x_n^{p\sigma} |\xi|^p,$$

$$\sum_{i,j=1}^n a_{ij}(x, \xi) \xi_i \xi_j \geq \mu_2 x_n^{p\sigma} |\xi|^p,$$

$$\mu_3 x_n^{p\sigma} |u|^{p-2} \leq \frac{\partial c(x, u)}{\partial u} \leq \mu_4 x_n^{p\sigma} |u|^{p-2}.$$

1.4. В этом пункте будет приведена теорема существования и единственности решения задачи (1.1)–(1.3), доказанная в [2], на которую мы будем существенно опираться в дальнейшем.

Для ее формулировки введем нелинейную форму

$$L(u, u) = \sum_{i=1}^n \int_{\Omega} a_i(x, \nabla u) \partial_i u dx + \int_{\Omega} c(x, u) u dx \quad (1.8)$$

и обозначим

$$\langle L(u), u \rangle = \int_0^T L(u, u) dt. \quad (1.9)$$

Введем, наконец, банахово пространство  $L_p(0, T; W_{p,\sigma}^1(\Omega))$  функций  $u(x, t) : [0, T] \rightarrow W_{p,\sigma}^1(\Omega)$  с нормой

$$\|u\| = \left( \int_0^T \|u(t)\|_{W_{p,\sigma}^1(\Omega)}^p dt \right)^{1/p} \quad (1.10)$$

*Определение 1.1.* Функция  $u \in L_p^{loc}(0, \infty; W_{p,\sigma}^1(\Omega))$  называется обобщенным

решением задачи (1.1)–(1.3), если для любой функции  $v \in L_p^{loc}(0, \infty; W_{p,\sigma}^0(\Omega))$  имеет место следующее интегральное тождество:

$$\int_0^T \int_{\Omega} \frac{\partial u}{\partial t} v dx dt + \langle L(u), v \rangle = 0. \quad (1.11)$$

В работе [4] доказана следующая

*Теорема А* ([4], теорема 3.1). Пусть выполнены условия i), ii). Тогда для любых начальных данных  $u_0 \in W_{p,\sigma}^1(\Omega)$  задача (1.1)–(1.3) имеет единственное решение.

**§2 АтTRACTоры.** Из теоремы А следует существование семейства операторов  $\{S_t, t \geq 0\}$ , определенных на множестве начальных данных задачи (1.1)–(1.3), задаваемых следующим образом:  $S_t u_0 = u(t)$ , где  $u$  – обобщенное решение задачи. Легко видеть, что  $\{S_t\}$  – полугруппа.

Доказательство существования атTRACTоров опирается на одну общую теорему, установленную в [1].

*Теорема 2.1.* Пусть оператор  $L$  удовлетворяет условиям i), ii). Тогда полу-группа  $\{S_t\}$ , порожденная задачей (1.1)–(1.3), обладает атTRACTором  $\mathcal{A} \subset W_{p,\sigma}^1(\Omega)$ , ограниченным в пространстве  $L_2(\Omega)$ .

Доказательству теоремы предпошлем две леммы.

*Лемма 2.1.* Операторы  $\{S_t\}$ , действующие на пространстве  $W_{p,\sigma}^1(\Omega)$ , непре-рывны в  $L_2(\Omega)$  при  $t \geq 0$ .

Доказательство. Пусть  $u_0^1$  и  $u_0^2$  – произвольные элементы пространства  $W_{p,\sigma}^1(\Omega)$ , а  $u^1(x, t)$  и  $u^2(x, t)$  – соответствующие им обобщенные решения задачи (1.1)–(1.3). Утверждение леммы равносильно следующей оценке, справедливой для любого  $t \geq 0$ :

$$\|S_t u_0^1 - S_t u_0^2\| \leq \|u_0^1 - u_0^2\|, \quad (2.1)$$

где  $\|\cdot\|$  – норма в  $L_2(\Omega)$ .

Из определения обобщенного решения следует, что для любых  $t > 0$  и  $v \in L_p^{loc}(0, \infty; W_{p\sigma}^0(\Omega))$

$$\begin{aligned} & \int_0^t \int_{\Omega} \frac{\partial(u^1 - u^2)}{\partial} v(x, \tau) dx d\tau + \sum_{i=1}^n \int_0^t \int_{\Omega} [a_i(x, \nabla u^1) - a_i(x, \nabla u^2)] \partial_i v dx d\tau + \\ & + \int_0^t \int_{\Omega} [c(x, u^1) - c(x, u^2)] v dx d\tau = 0. \end{aligned}$$

Подставляя  $v(x, t) = u^1(x, t) - u^2(x, t)$ , получим

$$\int_0^t \int_{\Omega} \frac{\partial(u^1 - u^2)}{\partial \tau} (u^1 - u^2) dx d\tau + \langle L(u^1) - L(u^2), u^1 - u^2 \rangle = 0. \quad (2.2)$$

Из (2.2) получаем в силу монотонности оператора  $L$  (см. [4], теорему 2.1)

$$\int_0^t \int_{\Omega} \frac{\partial}{\partial t} |u^1 - u^2|^2 dx d\tau \leq 0.$$

т.е.  $\left| \int_{\Omega} |u^1(x, \tau) - u^2(x, \tau)|^2 dx \right|_0^t \leq 0$ , отсюда следует  $\|u^1 - u^2\|^2 \leq \|u_0^1 - u_0^2\|^2$ , что равносильно оценке (2.1).

Лемма доказана.

**Лемма 2.2.** Обобщенное решение задачи (1.1)–(1.3) удовлетворяет неравенству

$$\|S_t u_0\|^2 = \|u(t)\|^2 \leq e^{-2C_2 t} \|u_0\|^2. \quad (2.3)$$

**Доказательство.** Пусть  $u(x, t)$  – решение задачи. Умножим тождество (1.1) на  $u(x, t)$  и проинтегрируем обе его части по области  $\Omega$ . Получим

$$\int_{\Omega} \frac{\partial u}{\partial t} u dx + \sum_{i=1}^n \int_{\Omega} a_i(x, \nabla u) \partial_i u dx + \int_{\Omega} c(x, u) u dx = 0$$

или

$$\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} \|u\|^2 + L(u, u) = 0.$$

В силу условий i), ii) имеем

$$\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} \|u\|^2 + c_0 \|u\|_1'' \leq 0. \quad (2.4)$$

Поскольку  $p > 2$ , то  $W_{p\sigma}^0(\Omega) \subset L_2(\Omega)$ , и из (2.4) следует

$$\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} \|u\|^2 + c_2 \|u\|^2 \leq 0. \quad (2.5)$$

Применяя к (2.5) неравенство Гронуолла, приходим к оценке (2.3)

$$\|u(t)\|^2 \leq e^{-2 \int_0^t C_2 d\tau} \|u_0\|^2.$$

Лемма доказана.

**Доказательство** теоремы 2.1. Проверим справедливость теоремы B с учетом замечания 2.1, где мы положим  $K = W_{p\sigma}^0(\Omega)$ ,  $X = L_2(\Omega)$ . Легко видеть, что

подмножество  $S_t W_{p\sigma}^1(\Omega)$  замкнуто в  $L_2(\Omega)$ . Далее в силу теоремы 3.1 оно слабо инвариантно:

$$S_t W_{p\sigma}^1(\Omega) \subset \overset{0}{W}_{p\sigma}^1(\Omega), t \geq 0.$$

Выполнение условия а) теоремы вытекает из леммы 2.2.

В самом деле, пусть  $B \subset \overset{0}{W}_{p\sigma}^1(\Omega)$  – произвольное ограниченное в  $L_2(\Omega)$  множество

$$B = \left\{ u \in \overset{0}{W}_{p\sigma}^1(\Omega) : \|u\| \leq R < \infty \right\}. \quad (2.6)$$

В силу оценки (2.3) имеем при любом  $t \in [0, T], \forall u_0 \in B$

$$\|S_t u_0\|^2 \leq R^2 < \infty,$$

и, стало быть, полугруппа  $\{S_t\}$  равномерно ограничена.

Условие с) равносильно утверждению леммы 2.1.

Проверим справедливость условия б). С этой целью обозначим

$$B_0 = \left\{ u \in \overset{0}{W}_{p\sigma}^1(\Omega) : \|u\| \leq R_0 < \infty \right\}$$

и покажем, что оно является поглощающим. В самом деле, пусть  $B \subset \overset{0}{W}_{p\sigma}^1(\Omega)$  – произвольное ограниченное в  $L_2(\Omega)$  множество, как в (2.6).

В силу оценки (2.3), для любого  $u_0 \in B$  имеем

$$\|S_t u_0\|^2 \leq e^{-2C_0 t} (R^2 + R_0),$$

откуда следует, что существует  $T = T(R) > 0$  такое, что при  $t \geq T$

$$\|S_t u_0\| \leq \frac{R_0}{2},$$

а это означает, что  $B_0$  – поглощающее множество полугруппы  $S_t$ .

Таким образом, выполнены все условия теоремы  $B$ , и, стало быть, у полугруппы  $\{S_t\}$  существует аттрактор  $\mathcal{A}$ , ограниченный в  $L_2(\Omega)$ .

**Теорема 2.1 доказана.**

2.2. В этом пункте будет доказано существование компактного аттрактора полугруппы  $\{S_t\}$ , порожденной задачей (1.1)–(1.3). В этой связи приведем одну теорему вложения для весовых пространств  $W_{p\sigma}^m(\Omega)$ .

**Теорема С** ([13], теорема 1.1.3). Пусть  $p \geq 1$ ,  $m$  и  $k$  – целые числа, которые удовлетворяют условию  $0 \leq k \leq m$ , а весовой показатель  $\sigma$  – условию:  $-\frac{1}{p} \leq \sigma \leq m - \frac{1}{p}$ . Тогда вложение  $W_{p\sigma}^m(\Omega) \rightarrow W_{p\alpha}^k(\Omega)$  компактно в том и только том случае, если  $m - \sigma > k - \alpha$ .

**Замечание 2.2.** Ниже мы применим эту теорему для значений  $\alpha = k = 0$ ,  $m = 1$ . В этом случае имеем компактное вложение

$$W_{p\sigma}^1(\Omega) \rightarrow L_p(\Omega), \quad (2.7)$$

поскольку  $1 - \sigma > 0$ .

*Предложение 2.1.* Пусть оператор  $L$  удовлетворяет условиям i), ii). Тогда, если решение  $u(t, x)$  принадлежит пространству

$$L_p(0, T; \overset{0}{W}_{\rho\sigma}^1(\Omega) \cap W_{\rho\sigma}^2(\Omega)),$$

семейство операторов  $\{S_t\}$ , порожденных задачей (2.1)–(2.3), отображает множество  $B \subset \overset{0}{W}_{\rho\sigma}^1(\Omega)$ , ограниченные в  $L_2(\Omega)$ , в ограниченные множества пространства  $\overset{0}{W}_{\rho\sigma}^1(\Omega)$ .

*Доказательство.* Пусть

$$U_0 = \left\{ u_0 \in \overset{0}{W}_{\rho\sigma}^1(\Omega) : \|u_0\| \leq R_0 < \infty \right\} \quad (2.8)$$

произвольное замкнутое ограниченное подмножество в  $L_2(\Omega)$ .

Пусть, далее,  $u(t, x)$  – обобщенное решение задачи, соответствующее начальному условию  $u_0 \in U_0$ . Подставляя его в уравнение (2.1), умножая обе части последнего на  $t^p L(u)$  и интегрируя по области  $\Omega$ , получим

$$\int_{\Omega} t^p L(u) \frac{\partial u}{\partial t} dx + t^p \int_{\Omega} |L(u)|^2 dx = 0. \quad (2.9)$$

Отсюда следует неравенство

$$\int_{\Omega} t^p L(u) \frac{\partial u}{\partial t} dx \leq 0. \quad (2.10)$$

Интегрируя по частям (2.10), получим

$$\sum_{i=1}^n \int_{\Omega} t^p \frac{\partial}{\partial t} (\partial_i u) a_i(x, \nabla u) dx + \int_{\Omega} t^p c(x, u) \frac{\partial u}{\partial t} dx \leq 0. \quad (2.11)$$

Интегрируя последнее неравенство по  $t \in [0, T]$ , получим

$$\sum_{i=1}^n \int_0^T \int_{\Omega} t^p \frac{\partial}{\partial t} (\partial_i u \cdot a_i) dx dt + \int_0^T \int_{\Omega} t^p \frac{\partial}{\partial t} (c(x, u) u) dx dt \leq 0. \quad (2.12)$$

Введем обозначения

$$J_1 = \sum_{i=1}^n \int_0^T \int_{\Omega} t^p \frac{\partial}{\partial t} (\partial_i u \cdot a_i) dx dt = \sum_{i=1}^n \int_{\Omega} t^p (\partial_i u \cdot a_i) dx \Big|_0^T - \\ - p \sum_{i=1}^n \int_0^T \int_{\Omega} t^{p-1} a_i(x, \nabla u) \partial_i u dt dx,$$

$$J_2 = \sum_{i=1}^n \int_0^T \int_{\Omega} t^p \frac{\partial}{\partial t} (c(x, u) u) dx dt = \int_{\Omega} t^p c(x, u) u dx \Big|_0^T - p \int_0^T \int_{\Omega} t^{p-1} c(x, u) u dx dt.$$

Подставляя в (2.12) вместо  $J_1$  и  $J_2$  их значения, имеем

$$T^p \sum_{i=1}^n \int_{\Omega} a_i(x, \nabla u) \partial_i u dx + T^p \int_{\Omega} c(x, u) u dx \leq J'_1 + J'_2, \quad (2.13)$$

где

$$J'_1 = p \sum_{i=1}^n \int_0^T \int_{\Omega} t^{p-1} a_i(x, \nabla u) \partial_i u dt dx,$$

$$J'_2 = p \int_0^T \int_{\Omega} t^{p-1} c(x, u) u dx dt.$$

Оценим интегралы, используя i), ii):

$$|J'_1| \leq C \cdot p T^{p-1} \sum_{i=1}^n \int_0^T \int_{\Omega} x_n^{p\sigma} |\partial_i u|^p dx dt, \quad (2.14)$$

$$|J'_2| \leq C_2 \cdot p T^{p-1} \int_0^T \int_{\Omega} x_n^{p\sigma} |u|^p dx dt. \quad (2.15)$$

Возвращаясь теперь к оценке (2.13), в силу (2.14), (2.15) имеем

$$T^p L(u, u) \leq C_5 \cdot p T^{p-1} \int_0^T \|u\|_1^p dt.$$

Отсюда получаем

$$|L(u, u)| \leq C_6 \|u\|^p. \quad (2.16)$$

В силу условий i), ii) имеем при  $t = T$

$$|L(u, u)| \geq C_0 \|u(T)\|^p. \quad (2.17)$$

Оценка (2.4) здесь имеет вид

$$\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} \|u\|^2 + C_0 \|u\|_1^p \leq 0. \quad (2.18)$$

Интегрируя теперь неравенство (2.18) по  $t \in [0, T]$ , придем к оценке

$$C_0 \|u\|^p \leq -\frac{1}{2} \int_0^T \frac{\partial}{\partial t} \|u\|^2 dt = -\frac{1}{2} \|u(T)\|^2 + \frac{1}{2} \|u(0)\|^2 \leq \frac{1}{2} \|u_0\|^2,$$

откуда

$$\|u\|^p \leq \frac{1}{2C_0} \|u_0\|^2 = C_7 \|u_0\|^2, \quad (2.19)$$

где  $C_7 = \frac{1}{2C_0}$ .

Из (2.13), (2.17) и (2.19) приходим к окончательной оценке

$$\|S_t u_0\|_{W_{p\sigma}^1}^p \leq C_8 \|u_0\|^2. \quad (2.20)$$

Поскольку  $u_0 \in U_0$ , то  $\|S_t u_0\|_{W_{p\sigma}^1}^p \leq C_8 R^2 = C_9(R)$ , что завершает доказательство предложения 2.1.

**Теорема 2.2.** Пусть оператор  $L$  удовлетворяет условиям предложения 2.1. Тогда полугруппа  $\{S_t\}$ , порожденная задачей (1.1)–(1.3), обладает аттрактором, компактным в  $L_2(\Omega)$ .

**Доказательство.** В соответствии с теоремой B нам надлежит проверить лишь выполнение условия b), поскольку остальные условия теоремы проверены в процессе доказательства теоремы 2.1.

Итак, докажем существование компактного в  $L_2(\Omega)$  поглощающего множества. В силу предложения 2.1 произвольное замкнутое ограниченное в  $L_2(\Omega)$

множество  $U_0 \in W_{p\sigma}^1(\Omega)$  оператором  $S_t$ , при  $t > 0$  отображается в ограниченное

множество пространства  $W_{p\sigma}^1(\Omega)$ . В силу теоремы *C* и замечания 2.2 множество  $S_t U_0$  компактно в  $L_p(\Omega)$ , и поскольку  $p < 2$ , то  $S_t U_0$  компактно в  $L_2(\Omega)$ .

Пусть  $B_0$  – ограниченное в  $L_2(\Omega)$  поглощающее множество, существование которого обеспечивается теоремой 2.1. Тогда множество  $B^0 = S_1 B_0$  компактно в  $L_2(\Omega)$ . Докажем, что  $B^0$  – поглощающее множество. В самом деле, существует  $T > 0$  такое, что  $S_t U_0 \subset B_0$  при  $t \geq T$ . Далее, поскольку  $\{S_t\}$  – полугруппа, то  $S_t U_0 = S_1 S_t U_0 \subset S_1 B_0 = B^0$  при  $t \geq T + 1$ , а это и означает в силу произвольности  $U_0$ , что  $B^0$  – поглощающее множество.

Из теоремы *B* следует, что у полугруппы  $\{S_t\}$  имеется аттрактор, компактный в  $L_2(\Omega)$ .

Теорема доказана.

**§3. Построение функции Ляпунова.** В этом параграфе для некоторого специального класса уравнений вида (2.1) будет построена функция Ляпунова и с ее помощью описана структура аттракторов. Рассмотрим уравнение

$$\frac{\partial u}{\partial t} + L(u) = \frac{\partial u}{\partial t} - \sum_{i=1}^n \partial_i a_i(x, \partial_i u) + c(x, u) = 0 \quad (3.1)$$

и введем обозначения

$$A(x, \xi, \tau) = \sum_{i=1}^n \int_0^{\xi_i} a_i(x, \tau) d\tau + \int_0^\tau c(x, \eta) d\eta. \quad (3.2)$$

Введем в рассмотрение функционал

$$\Phi(u) = \int_{\Omega} A(x, u, \nabla u) dx, \quad (3.3)$$

определенный на пространстве  $W_{p\sigma}^1(\Omega)$ .

**Теорема 3.1.** Предположим, что выполнены условия теоремы 2.2. Тогда функционал  $\Phi(u)$ , задаваемый выражением (3.3), является функцией Ляпунова полугруппы  $\{S_t\}$ , порожденной задачей (3.1), (1.2), (1.3).

**Доказательство.** В силу теоремы 2.2 полугруппа  $\{S_t\}$  обладает аттрактором  $\mathcal{A}$ , компактным в  $L_2(\Omega)$ . Далее в соответствии с определением функции Ляпунова (см. [1]) проверим вначале, что функционал  $\Phi$  непрерывен на множестве  $\mathcal{A}$ .

С этой целью составим разность

$$\begin{aligned} \Phi(u) - \Phi(v) &= \int_{\Omega} [A(x, \dots, \nabla u) - A(x, \dots, \nabla v)] dx = \\ &= \sum_{i=1}^n \int_{\Omega} \int_0^1 a_i(x, \partial_i v + t(\partial_i u - \partial_i v)) \partial_i(u - v) dt dx + \int_{\Omega} \int_0^1 c(x, v + t(u - v))(u - v) dt dx = \\ &= \sum_{i=1}^n \int_{\Omega} a_i(x, \partial_i \omega^*) \partial_i(u - v) dx + \int_{\Omega} c(x, \omega^*)(u - v) dx, \end{aligned}$$

где  $\omega^* = v + t^*(u - v)$ , а  $0 < t^* < 1$ .

Из условий i) имеем

$$\begin{aligned}
|\Phi(u) - \Phi(v)| &\leq C \left[ \sum_{i=1}^n \int_{\Omega} x_n^{p\sigma} |\partial_i \omega^*|^{p-1} |\partial_i(u-v)| dx \right] + \\
&+ C \left[ \int_{\Omega} x_n^{p\sigma} |\omega^*|^{p-1} |u-v| dx \right] = \\
&= C \left[ \sum_{i=1}^n \int_{\Omega} x_n^{(p-1)\sigma} |\nabla \omega^*|^{p-1} x_n^\sigma \partial_i(u-v) dx + \int_{\Omega} x_n^{(p-1)\sigma} |\omega^*|^{p-1} x_n^\sigma |u-v| dx \right].
\end{aligned}$$

Отсюда

$$|\Phi(u) - \Phi(v)| \leq C \|u-v\|_1 \|\omega^*\|_1^{p-1} \leq C (\|u\|_1 + \|v\|_1)^{p-1} \|u-v\|_1. \quad (3.4)$$

Поскольку множество  $\mathcal{A}$  в силу предложения 2.1 ограничено в  $W_{p\sigma}^1(\Omega)$ , то из (3.4) следует, что  $|\Phi(u) - \Phi(v)| \leq C_1 \|u-v\|_1$  с некоторой постоянной  $C_1$ , и непрерывность функционала  $\Phi$  на  $\mathcal{A}$  установлена.

Покажем, что функционал  $\Phi$  дифференцируем в смысле Фреше. Имеем для любых  $u, v \in \mathcal{A}$

$$\langle \Phi'(u), v \rangle = \sum_{i=1}^n \int_{\Omega} a_i(x, \partial_i u) \partial_i v dx + \int_{\Omega} c(x, u) v dx.$$

Далее в соответствии с определением функции Ляпунова покажем, что  $\Phi(S_t u_0)$  как функция переменной  $t$  убывает при  $t \geq 0$  и что множество решений уравнения  $Lu = 0$  совпадает с множеством неподвижных точек полугруппы  $\{S_t\}$ .

В самом деле, для любого  $u_0 \in \mathcal{A}$

$$\begin{aligned}
\partial_t \Phi(S_t u_0) &= \partial_t \Phi(u(t, x)) = \langle \Phi'(u), \frac{\partial u}{\partial t} \rangle = \sum_{i=1}^n \int_{\Omega} a_i(x, \partial_i u) \frac{\partial}{\partial t} \partial_i u dx + \\
&+ \int_{\Omega} c(x, u) \frac{\partial u}{\partial t} dx = - \sum_{i=1}^n \int_{\Omega} \partial_i a_i(x, \partial_i u) \frac{\partial u}{\partial t} dx + \int_{\Omega} c(x, u) \frac{\partial u}{\partial t} dx = \int_{\Omega} L(u) \frac{\partial u}{\partial t} dx = \\
&= - \int_{\Omega} \left| \frac{\partial u}{\partial t} \right|^2 dx \leq 0
\end{aligned} \quad (3.5)$$

и, стало быть, функция  $\Phi(S_t u_0)$  убывает при  $t \geq 0$ .

Предположим, что при некотором  $t = \tau \geq 0$

$$\Phi(u(t, x)) = \Phi(u(0, x)) = \Phi(u_0).$$

Имеем в силу (3.5)

$$0 = \Phi(u(\tau, x)) - \Phi(u_0) = \int_0^\tau \partial_t \Phi(u(t, x)) dt = - \int_0^\tau \left| L(u) \right|^2 dt,$$

откуда следует, что  $L(u) = 0$  при  $t \in [0, \tau]$ . Положим  $z = u_0(x)$ .

Поскольку  $Lu_0 = Lu(0, x)$  и  $\frac{\partial u_0}{\partial t} = 0$ , то функция  $z(x)$  является решением задачи (3.1), (1.2), (1.3) и, следовательно,  $S_t z = z$ , т.е.  $z$  – неподвижная точка полугруппы  $\{S_t\}$ .

Теорема доказана.

Из теорем 3.1, 2.2 и 10.2[1] непосредственно следует

**Теорема 3.2.** Пусть выполнены условия теорем 2.2 и 3.1 и пусть множество  $M = (z_1(x), \dots, z_s(x))$  решений уравнения  $L(u) = 0$  конечно. Тогда аттрактор  $\mathcal{A}$  имеет следующую структуру:

$$\mathcal{A} = \bigcup_{z_i \in M} N(z_i),$$

где  $N(z_i)$  – неустойчивое инвариантное многообразие, исходящее из точки  $z_i$ .

Кафедра диф. уравнений и функционального анализа

Поступила 16.06.1999

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Бабин А.В., Вишник М.И. Аттракторы эволюционных уравнений с частными производными и оценки их размерности. – УМН, 1983, т. 38, №4 (232), с. 133–187.
2. Бабин А.В., Вишник М.И. Аттракторы эволюционных уравнений. М.: Наука, 1989.
3. Никольский С.М., Лизоркин П.И., Мицюшин Н.В. Весовые функциональные пространства и их приложения к исследованию краевых задач для вырождающихся эллиптических уравнений. Изв. ВУЗ-ов, сер. математ., 1988, т. 8 (315), с. 4–30.
4. Акопян Г.С., Шахбагян Р.Л. Краевые задачи для нелинейных уравнений, вырождающихся на части границы. – Изв. НАН Армении, сер. математ., 1998, т. 33, №5.
5. Дубинский Ю.А. Квазилинейные эллиптические и параболические уравнения любого порядка. – УМН, 1968, т. 23, 1 (123), с. 45–90.

Ա.Վ. ՑՈՒՑՈՒՅՆ

ՎԵՐԱՍԵՐՎՈՂ ԷՎՈԼՅՈՒՏԻԿՈՆ ՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄՆԵՐԻ ԱՏՐԱԿՏՈՐՆԵՐԸ

#### Ամփոփում

Սույն հոդվածում ապացուցված է երկրորդ կարգի էվոլյուցիան հավասարման համար խառը խնդրի կիսախմբի ատրակտորի գոյությունը, ընդ որում, վերասերումը կարող է իրականանալ ինչպես ամբողջ եղրի, այնպես էլ նրա մի մասի վրա:

Ցույց է տրված ատրակտորի կոմպակտությունը  $L_2$  տարածությունում և կառուցված է Լյապունովի ֆունկցիան, որը բույլ է տալիս պարզել ատրակտորի կառուցվածքը:

*Математика*

УДК 513.8

М.И. КАРАХАНЯН

О СПЕКТРАЛЬНОЙ ТЕОРЕМЕ БАНАХОВА ПРЕДСТАВЛЕНИЯ  
КОМПАКТНОЙ ГРУППЫ, ПОРОЖДЕННОЙ СДВИГАМИ ДЕЛЬСАРТА

Данная работа посвящена спектральной теореме банахова представления компактной группы  $G$  в банаховом пространстве  $X$ , порожденной сдвигами Дельсарта.

Пусть  $BL(X)$  – комплексная банахова алгебра всех ограниченных линейных операторов, действующих в комплексном банаховом пространстве  $X$ . Если для оператора  $h \in BL(X)$  имеет место равенство  $\|\exp(i\theta h)\| = 1$  для всех вещественных  $t$ , то оператор  $h$  называется “эрмитовым” (см. [1,2]). Напомним, что оператор  $n \in BL(X)$  называется нормальным, если  $n = h + ik$ ,  $[h, k] = hk - kh = 0$ , где  $h, k \in BL(X)$  – “эрмитовы” операторы. Как показал Ю.П. Любич (см. [3,4]), для полноты системы собственных векторов компактного “эрмитова” оператора  $h$  в слабо полном банаховом пространстве  $X$  необходимо и достаточно, чтобы для каждого  $x \in X$  и  $\varphi \in X^*$  функция  $\varphi(\exp(i\theta h))$  была боровской, почти периодической на вещественной оси  $\mathbf{R}$ . В дальнейшем в работах [5,6] были обобщены результаты работ [3,4] на случай нормального оператора.

1. Пусть  $G$  – компактная группа и  $\mathcal{A}(G)$  – некоторая ее компактная группа автоморфизмов. Пусть  $\mu$  – мера Хаара на  $G$  и  $\nu$  – нормированная мера Хаара на  $\mathcal{A}(G)$ . Напомним (см. [7]), что семейство операторов  $\tau^G = \{\tau^s\}_{s \in G}$  – обобщенные сдвиги Дельсарта (сдвиги Дельсарта) на пространстве  $C(G)$  всех комплекснозначных непрерывных функций, если

$$\tau^s f(t) = \int_{\mathcal{A}(G)} f(t \circ a(s)) d\nu(a), \quad (1.1)$$

где  $a(s)$  – образ элемента  $s \in G$  при действии автоморфизма  $a \in \mathcal{A}(G)$ . Нетрудно видеть, что сдвиги Дельсарта удовлетворяют следующим условиям:

- i)  $\tau^s(\alpha f + \beta g) = \alpha \tau^s f + \beta \tau^s g$ , где  $\alpha, \beta \in \mathbf{C}$ ;
- ii)  $\tau^e f(t) = f(t)$ , т. е.  $\tau^e = I$  – единичный оператор, где  $e$  – единичный элемент группы  $G$ ;
- iii)  $\tau_r^s \tau^t f(t) = \tau_t^s \tau^r f(t)$ , где  $r, s, t \in G$ ;
- iv) для любого  $f \in C(G)$  функция  $F(s, t) = \tau^s f(t)$  непрерывна по совокупности точек  $(s, t)$ .

Обозначим  $D(G) = \{f \in C(G) : \tau^s f(t)|_{t=s} = f(s)\}$ . Предполагается, что если  $C(G)$  – бесконечномерное пространство, то  $D(G)$  – также бесконечномерное пространство.

Легко видеть, что для любого фиксированного  $t = t_0 \in G$  функция  $g(s) = \tau^s f(t)|_{t=t_0} \in D(G)$ , а также то, что если  $f \in C(G)$  есть такая функция, что  $f(a(s)) = f(s)$  для всех  $a \in \mathcal{A}(G)$ , то  $f \in D(G)$ .

Если пространство  $D(G)$  пополнить по норме  $\|f\|_2 = \sqrt{\langle f, f \rangle}$ , где  $\langle f, g \rangle = \int_G f(t) \overline{g(t)} d\mu(t)$ , то получим гильбертово пространство  $L_D^2(G)$ , в котором для семейства сдвигов Дельсарта возникает семейство сопряженных операторов  $\overset{x}{\tau}^G = \left\{ \overset{x}{\tau}^s \right\}_{s \in G}$ , определяемых равенством

$$\langle \tau^s f, g \rangle = \int_G \tau^s f(t) \overline{g(t)} d\mu(t) = \int_G f(t) \overline{\overset{x}{\tau}^s g(t)} d\mu(t) = \overline{\langle f, \overset{x}{\tau}^s g \rangle}.$$

Одновременно по формуле  $\theta^s f(t) = \tau^t f(s)$  возникает “двойственное” семейство сдвигов Дельсарта  $\theta^G = \{\theta^s\}_{s \in G}$  со своим сопряженным семейством  $\overset{x}{\theta}^G$ , для которых  $[\tau^s, \theta^t] = 0$ .

Сдвиги Дельсарта  $\tau^G$  и  $\theta^G$  порождают правое и левое регулярные представления  $R: G \rightarrow BL(L_D^2(G))$  и  $L: G \rightarrow BL(L_D^2(G))$ , определяемые соответственно формулами

$$\begin{aligned} R(\tau^s)f(t) &= \tau^s f(t) = \int_{\mathcal{A}(G)} f(t \circ a(s)) d\nu(a), \\ L(\theta^s)f(t) &= \theta^s f(t) = \int_{\mathcal{A}(G)} f(s \circ a(t)) d\nu(a). \end{aligned} \quad (1.2)$$

Эти представления есть унитарные представления группы  $G$  в гильбертовом пространстве  $L_D^2(G)$ .

Аналогично по пространству Дельсарта  $D(G)$  можно ввести групповую алгебру  $L_D^1(G)$ , в которой свертка, порожденная сдвигами Дельсарта, задается по формуле

$$(f \times g)_\tau(t) = \int_G f(s) \overset{x}{\theta}^s g(t) d\mu(s) = \int_G \overset{x}{\tau}^s f(t) g(s) d\mu(s). \quad (1.3)$$

Нетрудно видеть, что в полученной групповой алгебре  $L_D^1(G)$  свертки, порожденные сдвигами Дельсарта  $\tau^G$  и  $\theta^G$ , совпадают, т. е.  $(f \times g)_\tau = (f \times g)_\theta$ , а также что

$$\int_G \overset{x}{\tau}^s f(t) d\mu(s) = \int_G \overset{x}{\theta}^s f(t) d\mu(s) = \int_G f(s) d\mu(s). \quad ; \quad (1.4)$$

При этом групповая алгебра  $L_D^1(G)$  – симметричная банахова алгебра относительно инволюции  $f \rightarrow f^*$ , где  $f^*(s) = \tau^s f(e)$  (т. е.  $\|f\|_{1,D} = \|f^*\|_{1,D}$ ). Заметим также, что  $L_D^2(G) \subset L_D^1(G)$ ,  $\|f\|_{2,D} \geq \|f\|_{1,D}$ , и для сдвигов Дельсарта  $\tau^G$  имеет место непрерывность по параметру  $s \in G$ , т.е.

$$\|\tau^s f - \tau^{s'} f\|_p < \varepsilon, \quad \left\| \tau^s f - \tau^{s'} f \right\|_p < \varepsilon,$$

когда  $f \in L_D^p(G)$ ,  $p = 1, 2$ , и  $s' \in U(s)$ , где  $U(s)$  – достаточно малая окрестность точки  $s$  в  $G$ .

Нетрудно видеть (см. [8,9]), что для любой функции  $f \in L_D^1(G)$  и любого  $\varepsilon > 0$  существует такая функция  $\phi \in L_D^1(G)$ , что  $\|f \times \phi - f\|_{1,D} < \varepsilon$ ,  $\|\phi \times f - f\|_{1,D} < \varepsilon$ . Отсюда получается, что замкнутое подпространство  $J \subset L_D^1(G)$  тогда и только тогда является левым (соответственно правым) идеалом в групповой алгебре  $L_D^1(G)$ , когда  $J$  инвариантен относительно сдвига  $\tau^G$  (соответственно  $\theta^G$ ).

Пусть  $Z_D(G) = Z(L_D^1(G))$  – центр групповой алгебры  $L_D^1(G)$ . Если  $\{U^\alpha\}$  – система всех попарно неэквивалентных унитарных неприводимых (следовательно, конечномерных) представлений компактной группы  $G$ , порожденной сдвигами Дельсарта, и  $\chi_\alpha$  – характеристы представлений  $U^\alpha$ ,  $n_\alpha = \dim U^\alpha$ , то  $\chi_\alpha \in Z_D(G)$  и линейная оболочка характеристик плотна в  $Z_D(G)$ . Более того, эти характеристы образуют ортонормированный базис в  $L_D^2(G) \cap Z_D(G)$ .

Свертка характеристик  $\chi_\alpha$  и  $\chi_\beta$  при этом имеет следующий вид:

$$\chi_\alpha \times \chi_\beta = \frac{\delta_{\alpha,\beta}}{k(n_\beta)} \chi_\beta, \quad (1.5)$$

где  $k(n_\beta)$  – константа, зависящая от  $\beta$ . Полагая  $\sigma_\alpha = k(n_\alpha) \chi_\alpha$ , получаем следующее нормированное условие свертки:

$$\sigma_\alpha \times \sigma_\beta = \delta_{\alpha,\beta} \sigma_\beta. \quad (1.6)$$

Пусть  $J_D^{<\alpha>} (G) = \{f \in L_D^1(G) : f \times \sigma_\alpha = f\}$ . Тогда  $J_D^{<\alpha>} (G)$  – конечномерный (и потому замкнутый), минимальный, симметричный, двусторонний идеал в групповой алгебре  $L_D^1(G)$ , образованный линейными комбинациями матричных элементов представления  $U^\alpha$ .

Напомним, что банахово пространство  $Y$  – замкнутая прямая сумма  $Y = \overline{\sum_\alpha Y_\alpha}$  семейства замкнутых подпространств  $\{Y_\alpha\}$ , если:

а) пространство  $Y$  – замыкание совокупности конечных сумм вида

$$y_{\alpha_1} + \dots + y_{\alpha_n}, \quad y_{\alpha_k} \in Y_{\alpha_k}; \quad k = 1, \dots, n; \quad n = 1, 2, \dots;$$

б) если последовательность  $y^{(m)} = y_{\alpha_1}^{(m)} + \dots + y_{\alpha_m}^{(m)}$  сходится к нулю по норме  $Y$ , а при фиксированном  $\alpha - \{y_{\alpha}^{(m)}\}_{m=1}^{\infty}$  сходится по норме, то  $\|y_{\alpha}^{(m)}\| \rightarrow 0$ .

Отметим, что каждый ненулевой, минимальный, замкнутый, двусторонний идеал в алгебре  $L_D^1(G)$  совпадает с одним из идеалов  $J_D^{<\alpha>}(G)$  и

$$L_D^1(G) = \overline{\sum_{\alpha} J_D^{<\alpha>}(G)}, \quad (1.7)$$

где  $\dim J_D^{<\alpha>}(G) = n_{\alpha}^2$  (см. [8]).

Заметим, что если  $(u_{ij}^{\alpha})_{ij=1}^{n_{\alpha}}$  – матрица представления  $U^{\alpha}$  в каком-нибудь ортонормированном базисе, тогда идеал  $J_D^{<\alpha>}(G)$  – линейная оболочка матричных элементов  $(u_{ij}^{\alpha})_{ij=1}^{n_{\alpha}}$ . Идеал  $J_D^{<\alpha>}(G)$  изоморчен алгебре всех линейных операторов, действующих в пространстве представления  $U^{\alpha}$ .

Правило свертывания (1.6) порождает семейство интегральных операторов

$$\Pi_{\alpha} : L_D^1(G) \rightarrow Jm(\Pi_{\alpha}) = J_D^{<\alpha>}(G), \quad (1.8)$$

действующих по формуле  $\Pi_{\alpha}(f) = f \times \sigma_{\alpha}$ . Из соотношения (1.6) следует, что операторы  $\Pi_{\alpha}$  – проекторы, для которых имеет место формула

$$\Pi_{\alpha} \Pi_{\beta} = \delta_{\alpha\beta} \Pi_{\beta}. \quad (1.9)$$

Так как проекторы  $\Pi_{\alpha}$  конечномерны, то значит есть компактные операторы. Резюмируя все вышесказанные свойства идеалов, можно утверждать, что семейство проекторов  $\{\Pi_{\alpha}\}$  полно, минимально, тотально (т. е.  $L_D^1(G) = \overline{\sum_{\alpha} J_D^{<\alpha>}(G)}$ ;  $J_D^{\alpha}(G) \cap \overline{\sum_{\beta \neq \alpha} J_D^{<\beta>}(G)} = \{0\}$  для всех  $\alpha$  и  $\bigcap_{\alpha} Ker(\Pi_{\alpha}) = \{0\}$ ).

Легко видеть, что  $[\Pi_{\alpha}, \tau^s] = 0$  и значит  $[\Pi_{\alpha}, \theta^s] = 0$  и  $R(\tau)(J_D^{<\alpha>}(G)) \subset J_D^{<\alpha>}(G)$ ,  $L(\theta)(J_D^{<\alpha>}(G)) \subset J_D^{<\alpha>}(G)$ .

Вышеописанная классическая ситуация есть основа для анализа банаевых представлений компактных групп, порожденных сдвигами Дельсарта.

II. Пусть  $X$  – банаово пространство над полем  $C$  комплексных чисел и  $T : G \rightarrow BL(X)$  – представление компактной группы  $G$  в пространстве  $X$ , порожденной сдвигами Дельсарта, т. е.

$$\tau^s f(t) = \int_{\mathcal{A}(G)} T(t \circ a(s)) d\nu(a) = T(s)T(t). \quad (2.1)$$

Так как представление  $T$  топологической группы предполагается сильно непрерывным, то в силу теоремы Банаха-Штейнгауза имеем  $M = \sup_{t \in G} \|T(t)\| < \infty$ . В случае, когда  $\mathcal{A}(G) = \{e\}$ , получаем обычное представление группы  $G$ , порожденной сдвигом на группе  $G$ .

Представление  $T$  определяет преобразование Фурье-Гельфанды  $\hat{\wedge} : L_D^1(G) \rightarrow BL(X)$ , заданное формулой

$$\hat{f} = \int_G f(t) T(t^{-1}) d\mu(t), \quad (2.2)$$

осуществляет непрерывный гомоморфизм  $L_D^1(G)$  в  $BL(X)$ , т. к.  $\|\hat{f}\| \leq M \|f\|_{1,D}$ .

Имеет место следующая теорема, которая усиливает результаты, приведенные в [10,11].

**Теорема 2.1.** Пусть  $T : G \rightarrow BL(X)$  – представление компактной группы  $G$ , порожденной сдвигами Дельсарта в банаевом пространстве  $X$ . Тогда ограниченные операторы

$$P_\alpha = \int_G \tau_\alpha(t) T(t^{-1}) d\mu(t) \quad (2.3)$$

образуют полную, минимальную, тотальную систему попарно аннулирующих проекторов, коммутирующих с представлением  $T$ , так что подпространства  $X_\alpha = Jm(P_\alpha)$  инвариантны для представления  $T$

$$X = \overline{\sum_\alpha X_\alpha}. \quad (2.4)$$

Кроме того, любое инвариантное подпространство, на котором представление  $T$  эквивалентно  $U^\alpha$ , содержится в  $X_\alpha$ .

**Доказательство.** Так как  $P_\alpha = \hat{\sigma}_\alpha$ , то  $P_\alpha P_\beta = \delta_{\alpha,\beta} P_\beta$ . Так как проекторы  $P_\alpha$  – образы функций  $\sigma_\alpha$  при преобразовании Фурье–Гельфанд и операторы  $T(t)$  входят в сильное замыкание образа  $L_D^1(G)$  при этом преобразовании, то  $[P_\alpha, T(t)] = 0$  для всех  $t \in G$ .

Для каждого  $x \in X$  рассмотрим непрерывный гомоморфизм  $\mathcal{L}_x : L_D^1(G) \rightarrow X$  по формуле  $\mathcal{L}_x f = \hat{f}x$ . Тогда  $\mathcal{L}_x$  сплетает регулярное представление  $R(\tau)$  и данное представление  $T$ , т. е.  $\mathcal{L}_x R(\tau^s) = T(s)\mathcal{L}_x$  ( $s \in G$ ). Отсюда имеем, что  $\mathcal{L}_x \tau_\alpha = P_\alpha x$ .

Убедимся в полноте системы проекторов  $\{P_\alpha\}$ . В самом деле, пусть  $\varphi \in X^*$  – такой функционал, что  $\varphi|_{X_\alpha} = 0$  при всех  $\alpha$ . Рассмотрим произвольные элементы  $x \in X$  и  $f \in L_D^1(G)$ . Тогда  $\mathcal{L}_x(f \times \sigma_\alpha) = P_\alpha \hat{f}x = P_\alpha \mathcal{L}_x f$ . Так как  $\mathcal{L}_x : L_D^1(G) \rightarrow X$ , то  $\mathcal{L}_x : X^* \rightarrow L_D^1(G)^*$ .

Поэтому для каждого функционала  $\psi \in X^*$  имеем, что

$$\mathcal{L}_x \psi(f \times \sigma_\alpha) = \psi(\mathcal{L}_x(f \times \sigma_\alpha)) = \psi(P_\alpha \mathcal{L}_x f). \quad (2.5)$$

Ввиду того что  $\varphi|_{X_\alpha} = 0$ , то в силу (2.5) функционал  $\mathcal{L}_x \varphi$  также аннулируется на подпространствах  $J_D^{<\alpha>}(G)$ , и так как  $L_D^1(G) = \overline{\sum_\alpha J_D^{<\alpha>}(G)}$ , то  $\mathcal{L}_x \varphi = 0$ .

Так как  $x \in Jm(\mathcal{L}_x)$ , то  $\varphi(x) = 0$  и значит  $\varphi = 0$ .

Покажем тотальность системы проекторов  $\{P_\alpha\}$ . Пусть элемент  $x \in X$  такой, что для всех  $\alpha$   $P_\alpha x = 0$ . Так как  $\mathcal{L}_x(f \times \sigma_\alpha) = 0$ , то при каждом  $\varphi \in X^*$  функционал  $\mathcal{L}_x \varphi = 0$ . Значит  $\mathcal{L}_x = 0$ , т. е.  $\mathcal{L}_x = 0$ . Тогда  $\hat{f}x = 0$  для всех функций  $f \in L_D^1(G)$ . В связи с тем, что сильное замыкание групповой алгебры  $L_D^1(G)$  при

преобразовании Фурье–Гельфанда содержит единичный оператор (т. к.  $\lim_U \hat{\chi}_{U(e)} x = x$ ), то  $x = 0$ .

Наконец, пусть  $Y \subset X$  – инвариантное подпространство для представления  $T$  такое, что  $T|_Y \sim U^\alpha$ . Для каждого элемента  $x \in X$  и каждого функционала  $\varphi \in X^*$  функция  $f(t) = \varphi(T(t)x)$  – линейная комбинация системы метрических элементов  $(u_{ij}^\alpha(t))$ . Поэтому  $\varphi(P_\alpha x) = (\sigma_\alpha \times f)(e) = (\Pi_\alpha f)(e) = f(e) = \varphi(x)$ . Но тогда  $x = P_\alpha x \in X_\alpha = Jm(P_\alpha)$ . Теорема доказана.

Напомним, что множество тех унитарных, неприводимых представлений  $U^\alpha$ , для которых  $X_\alpha = Jm(P_\alpha) \neq \{0\}$  (т. е.  $P_\alpha \neq 0$ ), называется спектром представления  $T$ . Поэтому вышеописанное разложение есть спектральное разложение для представления  $T$ .

*Следствие 2.2.* Для банахова представления  $T : G \rightarrow BL(X)$  компактной группы  $G$  в банаховом пространстве  $X$ , порожденной сдвигом Дельсарта, система конечномерных подпредставлений образует полную систему.

Если  $G$  – топологическая группа и  $T$  – представление  $G$  в пространстве  $X$ , то вектор  $x \in X (x \neq 0)$ , порождающий одномерное инвариантное подпространство для представления  $T$  называется весовым. При этом  $T(t)x = \chi(t)x$ , где  $\chi : G \rightarrow \mathbb{C}^* = \mathbb{C} \setminus \{0\}$  – одномерный комплексный характер группы  $G$  (т. е. непрерывный гомоморфизм группы  $G$  в  $\mathbb{C}^*$ ).

*Следствие 2.3.* Если  $G$  – абелева компактная группа и  $T : G \rightarrow BL(X)$  – банахово представление групп  $G$  в банаховом пространстве  $X$ , порожденное сдвигом Дельсарта, то  $X$  разлагается в топологическую прямую сумму весовых подпространств.

Отметим, что если характер  $\chi$  такой, что  $|\chi(t)| = 1$  для всех  $t \in G$ , то характер  $\chi$  называется унитарным. Все характеры компактной группы являются унитарными.

В случае, когда  $X = D(G)$  и  $T(t) = R(\tau')$  – правое регулярное представление, порожденное сдвигами Дельсарта, то получаем:

*Следствие 2.4. (Б.М.Левитан).* Пусть  $G$  – компактная группа, тогда каждая функция  $f \in D(G)$  может быть равномерно аппроксимирована на  $G$  линейными комбинациями вида

$$S_N(t) = \sum_{p=1}^N \sum_{ij=1}^{\alpha_p} a_{ij}^{(\alpha_p)} u_{ij}^{\alpha_p}(t) = \sum_{p=1}^N \text{tr}(A^{\alpha_p} U^{\alpha_p}(t)), \quad (2.6)$$

где  $\text{tr}(B)$  – след матрицы  $B$ .

*Доказательство.* Беря в качестве  $T(t) = R(\tau')$ , мы получаем систему взаимно аннулирующих проекторов

$$P_\alpha = \int_G \sigma_\alpha(t) R(\tau') d\mu(t),$$

$$\text{т. е. } P_\alpha f(s) = \int_G \sigma_\alpha(t) \tau' f(s) d\mu(t) = \int_{\mathcal{A}(G)} P_\alpha^{<a>} f(s) d\nu(a),$$

$$\text{где } P_\alpha^{<a>} f(s) = \int_G \sigma_\alpha(t) f(s \circ a(t)) d\mu(t), a \in \mathcal{A}(G).$$

Система проекторов  $\{P_\alpha\}$  коммутирует с представлением  $R(\tau)$  и образует полную, минимальную, тотальную систему. Таким образом пространство Дельсарта  $D(G) = \overline{\sum_\alpha D_\alpha(G)}$ , где  $D_\alpha(G) = Jm(P_\alpha)$ ,  $\dim D_\alpha(G) < \infty$ . Следствие доказано.

В случае, когда группа  $G$  абелева, то  $D(G) = \overline{\sum_\chi D_\chi(G)}$ , где  $D_\chi(G)$  – весовые подпространства для правого регулярного представления  $R(\tau)$ .

Заметим, что если  $\mathcal{A}(G) = \{e\}$ , то  $R(\tau^s)f(t) = f(ts)$  – обычный сдвиг по группе,  $D(G) = C(G)$  и в силу теоремы 2.1 имеем  $C(G) = \overline{\sum_\alpha C_\alpha(G)}$ , где  $C_\alpha(G) = Jm(P_\alpha)$ , а  $P_\alpha f(s) = \int_G \sigma_\alpha(t) f(st) d\mu(t)$ .

В этом случае получаем следующее:

*Следствие 2.5.* Каждая непрерывная функция  $f$  на компактной группе  $G$  равномерно на  $G$  аппроксимируется линейными комбинациями вида (2.6).

*Замечание 2.6.* Отметим, что в некоторых случаях операторы обобщенного сдвига попадают в класс сдвигов Дельсарта. В этом смысле показателен следующий случай (см. [11]).

Пусть операторы обобщенного сдвига  $\tau^R$  порождаются генераторами  $\delta_{k,s}$  с постоянными коэффициентами. Тогда  $\delta_i^x = \delta_i$ . Поэтому функция  $u(s,t) = \tau^s f(t)$  – решение следующей задачи Коши:

$$\delta_{k,s} u = \delta_{k,t} u; \quad k = 1, \dots, p \geq n, \quad (2.7)$$

$$u|_{s=0} = f(t), \quad (2.8)$$

$$D_s^\lambda u|_{s=0} = c_\lambda f(t), \quad (2.9)$$

где  $D_s^\lambda = \frac{\partial^{|\lambda|}}{(\partial s_1)^{\lambda_1} \dots (\partial s_n)^{\lambda_n}}$ ,  $|\lambda| = \lambda_1 + \dots + \lambda_n$ ,  $c_\lambda$  – константы.

Если искать решение уравнения (2.7) в виде преобразования Фурье, т. е.

$$u(s,t) = \int_{-\infty}^{\infty} g(\alpha) e^{i[\langle \alpha, t \rangle + \langle \rho, s \rangle]} d\alpha, \quad (2.10)$$

где

$$\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_n), \quad \rho = (\rho_1, \dots, \rho_n), \quad \langle \alpha, t \rangle = \sum_{k=1}^n \alpha_k t_k, \quad \langle \rho, s \rangle = \sum_{k=1}^n \rho_k s_k, \quad d\alpha = d\alpha_1 \dots d\alpha_n.$$

Здесь  $\rho_1, \dots, \rho_n$  – некоторые функции от  $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ , которые следует определить. Из (2.7) в предположении, что  $\delta_k = \sum a_{k,\gamma_k} D^{\gamma_k}$ , имеем следующую систему алгебраических уравнений:

$$\sum a_{k,\gamma_k} (i\rho_1) \gamma_{k_1} \dots (i\rho_n) \gamma_{k_n} = \sum a_{k,\gamma_k} (i\alpha_1) \gamma_{k_1} \dots (i\alpha_n) \gamma_{k_n}, \quad (2.11)$$

в которой правые части известны. Пусть число решений системы (2.11) есть  $m$ , т. е.

$$\rho_r^{(q)} = \phi_r^{(q)}(\alpha_1, \dots, \alpha_n) \quad (r = 1, \dots, n; q = 1, \dots, m). \quad (2.12)$$

Ясно, что число начальных данных (2.8)–(2.9) должно равняться  $m$ . При фиксированном  $q$  формулы (2.12) определяют преобразование  $R^n$  в  $R^n$  (или  $C^n$ ). Эти преобразования образуют полугруппу. Чтобы преобразования (2.12) образовали

группу, необходимо, чтобы при фиксированном  $q$  уравнения (2.12) были однозначно разрешимы относительно переменных  $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ . Это может быть лишь в том случае, когда система (2.12) линейна:

$$\rho_r^{(q)} = \sum_{j=1}^n a_{r,j}^{(q)} a_j. \quad (2.13)$$

В случае преобразования вида (2.13) обобщенный сдвиг имеет следующий вид:

$$\tau^s f(t) = \frac{1}{m} \sum_{q=1}^m \int_{-\infty}^{\infty} g(\alpha) e^{i[\langle \alpha, t \rangle + \sum_{r=1}^n \sum_{\lambda=1}^n a_{r,\lambda} \alpha_\lambda]} d\alpha = \frac{1}{m} \sum_{q=1}^m f(t_1 + \sum_{r=1}^n a_{r,1}^{(q)} s_r, \dots, t_n + \sum_{r=1}^n a_{r,n}^{(q)} s_r),$$

т. е. получили частный случай сдвига Дельсарта.

Кафедра дифференциальных уравнений

Поступила 29.06.1999

## ЛИТЕРАТУРА

1. Горин Е.А. Неравенства Берштейна с точки зрения операторов. – Вест. Харьковского ун-та. (Прикл. матем. и механика), 1980, в. 45, №205, с. 77–105.
2. Bonsall F.F., Duncan J. Complete Normed Algebras Springer, 1973.
3. Любич Ю.И. Почти-периодичность в спектральном анализе операторов. – ДАН СССР, 1960, т. 132, №3, с.518–520.
4. Любич Ю.И. Об условиях полноты системы собственных векторов корректного оператора. – УМН., 1963, т.18, в. 1(109), с. 165–171.
5. Караканян М.И. Почти-периодичность в спектральном анализе нормальных операторов. – ДАН Арм. ССР, 1986, т.83, №4, с. 154–157.
6. Караканян М.И. Об условиях полноты системы собственных векторов обобщенно нормального оператора. – Уч. записки ЕГУ, 1988, №3,(169), с. 3–8.
7. Левитас Б.М. Операторы обобщенного сдвига и некоторые их применения. М.: Изд-во физ.-мат. литературы, 1962.
8. Наймарк М.А. Теория представлений групп. М.: Наука, 1976.
9. Наймарк М.А. Нормированные кольца. М.: Наука, 1968.
10. Любич Ю.И. Введение в теорию банаховых представлений групп. Харьков: Выща школа, 1985.
11. Любич М.Ю., Любич Ю.И. Почти-периодичность полугруппы операторов и теория Perrona-Frobениуса. – XV Зимняя воронежская школа, 1987, ДЕП ВИНИТИ, №5691.

## Մ.Ի. ԿԱՐԱԿԱՆՅԱՆ

ԴԵԼՍԱՐՏԻ ՏԵՂԱԾԱՐԺԵՐՈՎ ԾՆՎԱԾ ԿՈՄՊԱԿՏ ԽՄԲԻ ԲԱՆԱԽԻ  
ՆԵՐԿԱՅԱՑՄԱՆ ՍՊԵԿՏՐԱԼ ԹԵՌԵՄՆԻ ՄԱՍԻՆ

### Ամփոփում

Հոդվածում  $G$ -կոմպակտ խմբի  $T$  Բանախի ներկայացման համար ապացուցված է հետևյալ արդյունքը: Դիցուք  $T: G \rightarrow BL(X)$ -ի  $G$ -խմբի Բանախի ներկայացումն է  $X$  կոմպլեքս Բանախի տարածությունում: Այդ դեպքում  $P_\alpha = \int_G \sigma_\alpha(t) T(t^{-1}) d\mu(t)$  պրոեկտորների ընտանիքը կազմում է լրիվ, մինիմալ տուալ, գույզ առ գույզ ոչնչացնող համակարգ: Որպես կիրառություն ստացվում են որոշ մոտարկման թերեմներ կապված համարյա պարբերական ֆունկցիաների հետ:

ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՍՏԱՏՄԱՆ ԳԻՏԱԿԱՆ ՑԵՂԵԿԱԳԻՐ  
УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ ЕРЕВАНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

Բանկայի գիտություններ

1,2000

Естественные науки

Математика

УДК 512.57

Ю.М. МОВСИСЯН, И.Р. СИМОНЯН

СВЕРХТОЖДЕСТВА ЛЕВОЙ И ПРАВОЙ ДИСТРИБУТИВНОСТЕЙ В  
МНОГООБРАЗИЯХ ПОЛУГРУПП

Некоторое равенство в многообразии полугрупп называется сверхтождеством, если при подстановке в функциональные символы этого равенства любого терма данного многообразия мы получим тождество. Соответственно, некоторое равенство в многообразии полугрупп называется предсверхтождеством, если при подстановке в функциональные символы этого равенства любого терма данного многообразия, исключая термы проекции, мы получим тождество. В этой работе были найдены критерии выполнимости сверхтождеств и предсверхтождеств левой и правой дистрибутивностей различных рангов.

**Основные понятия.** Введем некоторые основные понятия, используемые в этой работе [1–2].

Равенство  $t=t'$ , где  $t, t'$  – термы некоторого типа  $\tau$ , называется сверхтождеством в произвольной алгебре  $A$ , если при подстановке любого терма этой алгебры мы получаем тождество.

Равенство  $t=t'$ , где  $t, t'$  – термы некоторого типа  $\tau$ , называется предсверхтождеством в произвольной алгебре  $A$ , если при подстановке любого терма этой алгебры, за исключением термов проекции, мы получаем тождество.

Равенство  $t=t'$ , где  $t, t'$  – термы некоторого типа  $\tau$ , является сверхтождеством (предсверхтождеством) в некотором многообразии полугрупп, если оно – сверхтождество (предсверхтождество) в каждой полугруппе этого многообразия.

Символы равенства  $t=t'$  называются функциональными переменными, а их количество называется рангом равенства.

Очевидно, что каждое сверхтождество также является предсверхтождеством. Обратное в общем случае неверно.

Два сверхтождества (предсверхтождества) называются эквивалентными в многообразии полугрупп, если в каждой полугруппе этого многообразия либо оба эти сверхтождества (предсверхтождества) выполняются, либо ни одно из них не выполняется. Полугруппа называется:

(i) медиальной, если в ней выполняется тождество  $xzuy = xzyu$ ;

(ii) коммутативной, если в ней выполняется тождество  $xy = ux$ ;

(iii) идемпотентной, если в ней выполняется тождество  $x = x^2$ .

1. Сверхтождества левой и правой дистрибутивностей ранга 1 в многообразии полугрупп. Рассмотрим сверхтождества левой и правой дистрибутивностей ранга 1:

$$d_1^0 \quad F(x, F(y, z)) = F(F(x, y), F(x, z));$$

$$d_2^0 \quad F(F(x, y), z) = F(F(x, z), F(y, z)).$$

Выясним, при каких условиях сверхтождества  $d_1^0$  и  $d_2^0$  выполняются в многообразиях полугрупп.

*Теорема 1.* Для того чтобы в многообразии полугрупп  $V$  выполнялось сверхтождество  $d_1^0 [d_2^0]$ , необходимо и достаточно, чтобы в  $V$  выполнялись тождества  $x^2 = x^3$ ,  $xyz = xyxz$ ,  $xyz = xzyz$ .

*Следствие 1.* В произвольном многообразии полугрупп сверхтождества  $d_1^0$  и  $d_2^0$  эквивалентны.

*Следствие 2.* (i) В многообразии медиальных полугрупп  $V$  выполняется сверхтождество  $d_1^0 [d_2^0]$  тогда и только тогда, когда в  $V$  выполняются тождества  $x^2 = x^3$ ,  $xyz = x^2yz$ ,  $xyz = xyz^2$ .

(ii) В многообразии коммутативных полугрупп  $V$  выполняется сверхтождество  $d_1^0 [d_2^0]$  тогда и только тогда, когда в  $V$  выполняются тождества  $x^2 = x^3$ ,  $xyz = x^2yz$ .

(iii) В многообразии идемпотентных полугрупп  $V$  выполняется сверхтождество  $d_1^0 [d_2^0]$  тогда и только тогда, когда в  $V$  выполняются тождества  $xyz = xyxz$ ,  $xyz = xzyz$ .

*Теорема 2.* Если в некотором многообразии полугрупп  $V$  выполняется  $d_1^0 [d_2^0]$ , то  $V$  сверхассоциативно, то есть в  $V$  выполняется сверхтождество ассоциативности  $F(x, F(y, z)) = F(F(x, y), z)$ .

**2. Классические сверхтождества левой и правой дистрибутивностей ранга 2.** Рассмотрим сверхтождества левой и правой дистрибутивностей ранга 2:

$$d_1^1 F(x, G(y, z)) = G(F(x, y), F(x, z));$$

$$d_2^1 F(G(x, y), z) = G(F(x, z), F(y, z)).$$

Найдем критерии выполнимости  $d_1^1$  и  $d_2^1$  в произвольных многообразиях полугрупп.

*Теорема 3.* Для того чтобы в некотором многообразии полугрупп  $V$  выполнялось сверхтождество  $d_1^1 [d_2^1]$ , необходимо и достаточно, чтобы в  $V$  выполнялись тождества  $xyz = xyxz$ ,  $xyz = xzyz$ ,  $x = x^2$ .

*Следствие 3.* В произвольном многообразии полугрупп сверхтождества  $d_1^1$  и  $d_2^1$  эквивалентны.

**3. Сверхтождества дистрибутивностей ранга 2, 3, 4, 5.** Рассмотрим остальные сверхтождества дистрибутивности ранга 2:

$$G(x, F(y, z)) = F(F(x, y), F(x, z)) \quad (1);$$

$$F(x, G(y, z)) = F(F(x, y), F(x, z)) \quad (2);$$

$$F(x, F(y, z)) = G(F(x, y), F(x, z)) \quad (3);$$

$$F(x, F(y, z)) = F(G(x, y), F(x, z)) \quad (4);$$

$$F(x, F(y, z)) = F(F(x, y), G(x, z)) \quad (5);$$

$$G(F(x, y), z) = F(F(x, z), F(y, z)) \quad (6);$$

$$F(G(x, y), z) = F(F(x, z), F(y, z)) \quad (7);$$

$$F(F(x, y), z) = G(F(x, z), F(y, z)) \quad (8);$$

$$F(F(x, y), z) = F(G(x, z), F(y, z)) \quad (9);$$

$$F(F(x, y), z) = F(F(x, z), G(y, z)) \quad (10).$$

$$F(x, F(y, z) = G(G(x, y), G(x, z)) \quad D_1; \quad F(F(x, y), z) = G(G(x, z), G(y, z)) \quad D'_1;$$

$$F(x, F(y, z) = G(F(x, y), G(x, z)) \quad D_2; \quad F(F(x, y), z) = G(F(x, z), G(y, z)) \quad D'_2;$$

$$F(x, F(y, z) = G(G(x, y), F(x, z)) \quad D_3; \quad F(F(x, y), z) = G(G(x, z), F(y, z)) \quad D'_3;$$

$$F(x, F(y, z) = F(G(x, y), G(x, z)) \quad D_4; \quad F(F(x, y), z) = F(G(x, z), G(y, z)) \quad D'_4;$$

$$F(x, G(y, z) = F(G(x, y), F(x, z)) \quad D_5; \quad F(G(x, y), z) = F(G(x, z), F(y, z)) \quad D'_5;$$

$$F(x, G(y, z) = F(F(x, y), G(x, z)) \quad D_6; \quad F(G(x, y), z) = F(F(x, z), G(y, z)) \quad D'_6;$$

$$F(x, G(y, z) = G(G(x, y), F(x, z)) \quad D_7; \quad F(G(x, y), z) = G(G(x, z), F(y, z)) \quad D'_7;$$

$$F(x, G(y, z) = F(G(x, y), G(x, z)) \quad D_8; \quad F(G(x, y), z) = F(G(x, z), G(y, z)) \quad D'_8;$$

$$F(x, G(y, z) = G(F(x, y), G(x, z)) \quad D_9; \quad F(G(x, y), z) = G(F(x, z), G(y, z)) \quad D'_9;$$

Легко показать, что если в многообразии полугрупп выполняется хотя бы одно из вышеперечисленных сверхтождеств, то оно тривиально (достаточно подставить в (1), (3), (5), (10),  $D_2$ ,  $D_3$ ,  $D_5$  –  $D_8$ ,  $D'_7$ ,  $D'_8$  термы  $F(x, y) = x$ ,  $G(x, y) = y$ , а в остальные –  $F(x, y) = y$ ,  $G(x, y) = x$ ).

Рассмотрим известные нам сверхтождества дистрибутивности как предсверхтождества. Ясно, что критерий выполнимости для  $d_1^0, d_2^0, d_1^1, d_2^1$  как сверхтождеств совпадает с их критерием выполнимости как предсверхтождеств.

*Лемма 1.* Если в многообразии полугрупп  $V$  выполняются тождества  $x^2 = x^3$  и  $x^2 = y^2$ , тогда  $V$  имеет лишь следующие термы:  $t_1(x, y) = x$ ,  $t_2(x, y) = y$ ,  $t_3(x, y) = xy$ ,  $t_4(x, y) = yx$ ,  $t_5(x, y) = xxy$ ,  $t_6(x, y) = yxy$ ,  $t_7(x, y) = x^2$ .

Теперь рассмотрим сверхтождества дистрибутивности рангов 3,4,5.

Ранг 3:

$$d_1^3 F(x, G(y, z)) = U(F(x, y), F(x, z)); \quad d_1'^3 F(G(x, y), z) = U(F(x, z), F(y, z));$$

$$d_2^3 F(x, G(y, z)) = U(G(x, y), G(x, z)); \quad d_2'^3 F(G(x, y), z) = U(G(x, z), G(y, z));$$

$$d_3^3 F(x, G(y, z)) = U(U(x, y), U(x, z)); \quad d_3'^3 F(G(x, y), z) = U(U(x, z), U(y, z));$$

$$d_4^3 F(x, G(y, z)) = U(F(x, y), G(x, z)); \quad d_4'^3 F(G(x, y), z) = U(F(x, z), G(y, z));$$

$$d_5^3 F(x, G(y, z)) = U(G(x, y), F(x, z)); \quad d_5'^3 F(G(x, y), z) = U(G(x, z), F(y, z));$$

$$d_6^3 F(x, G(y, z)) = U(U(x, y), F(x, z)); \quad d_6'^3 F(G(x, y), z) = U(U(x, z), F(y, z));$$

$$d_7^3 F(x, G(y, z)) = U(F(x, y), U(x, z)); \quad d_7'^3 F(G(x, y), z) = U(F(x, z), U(y, z));$$

$$d_8^3 F(x, G(y, z)) = U(U(x, y), G(x, z)); \quad d_8'^3 F(G(x, y), z) = U(U(x, z), G(y, z));$$

$$d_9^3 F(x, G(y, z)) = U(G(x, y), U(x, z)); \quad d_9'^3 F(G(x, y), z) = U(G(x, z), U(y, z));$$

$$d_{10}^3 F(x, G(y, z)) = F(F(x, y), U(x, z)); \quad d_{10}'^3 F(G(x, y), z) = F(F(x, z), U(y, z));$$

$$\begin{aligned}
d_{11}^3 F(x, G(y, z)) &= F(U(x, y), F(x, z)); & d_{11}'^3 F(G(x, y), z) &= F(U(x, z), F(y, z)); \\
d_{12}^3 F(x, G(y, z)) &= F(G(x, y), U(x, z)); & d_{12}'^3 F(G(x, y), z) &= F(G(x, z), U(y, z)); \\
d_{13}^3 F(x, G(y, z)) &= F(U(x, y), G(x, z)); & d_{13}'^3 F(G(x, y), z) &= F(U(x, z), G(y, z)); \\
d_{14}^3 F(x, G(y, z)) &= G(F(x, y), U(x, z)); & d_{14}'^3 F(G(x, y), z) &= G(F(x, z), G(y, z)); \\
d_{15}^3 F(x, G(y, z)) &= G(U(x, y), F(x, z)); & d_{15}'^3 F(G(x, y), z) &= G(U(x, z), F(y, z)); \\
d_{16}^3 F(x, G(y, z)) &= G(G(x, y), U(x, z)); & d_{16}'^3 F(G(x, y), z) &= G(G(x, z), U(y, z)); \\
d_{17}^3 F(x, G(y, z)) &= G(U(x, y), G(x, z)); & d_{17}'^3 F(G(x, y), z) &= G(U(x, z), G(y, z)); \\
d_{18}^3 F(x, F(y, z)) &= G(U(x, y), F(x, z)); & d_{18}'^3 F(F(x, y), z) &= G(U(x, z), F(y, z)); \\
d_{19}^3 F(x, F(y, z)) &= G(U(x, y), G(x, z)); & d_{19}'^3 F(F(x, y), z) &= G(U(x, z), G(y, z)); \\
d_{20}^3 F(x, F(y, z)) &= G(U(x, y), U(x, z)); & d_{20}'^3 F(F(x, y), z) &= G(U(x, z), U(y, z)); \\
d_{21}^3 F(x, F(y, z)) &= F(G(x, y), U(x, z)); & d_{21}'^3 F(F(x, y), z) &= F(G(x, z), U(y, z)); \\
d_{22}^3 F(x, F(y, z)) &= G(F(x, y), U(x, z)); & d_{22}'^3 F(F(x, y), z) &= G(F(x, z), U(y, z)); \\
d_{23}^3 F(x, F(y, z)) &= G(G(x, y), U(x, z)); & d_{23}'^3 F(F(x, y), z) &= G(G(x, z), U(y, z));
\end{aligned}$$

Ранг 4:

$$\begin{aligned}
d_1^4 F(x, G(y, z)) &= U(V(x, y), F(x, z)); & d_1'^4 F(G(x, y), z) &= U(V(x, z), F(y, z)); \\
d_2^4 F(x, G(y, z)) &= U(V(x, y), G(x, z)); & d_2'^4 F(G(x, y), z) &= U(V(x, z), G(y, z)); \\
d_3^4 F(x, G(y, z)) &= U(V(x, y), U(x, z)); & d_3'^4 F(G(x, y), z) &= U(V(x, z), U(y, z)); \\
d_4^4 F(x, G(y, z)) &= U(V(x, y), V(x, z)); & d_4'^4 F(G(x, y), z) &= U(V(x, z), V(y, z)); \\
d_5^4 F(x, G(y, z)) &= U(F(x, y), V(x, z)); & d_5'^4 F(G(x, y), z) &= U(F(x, z), V(y, z)); \\
d_6^4 F(x, G(y, z)) &= U(G(x, y), V(x, z)); & d_6'^4 F(G(x, y), z) &= U(G(x, z), V(y, z)); \\
d_7^4 F(x, G(y, z)) &= U(U(x, y), V(x, z)); & d_7'^4 F(G(x, y), z) &= U(U(x, z), V(y, z)); \\
d_8^4 F(x, G(y, z)) &= F(U(x, y), V(x, z)); & d_8'^4 F(G(x, y), z) &= F(U(x, z), V(y, z)); \\
d_9^4 F(x, G(y, z)) &= G(U(x, y), V(x, z)); & d_9'^4 F(G(x, y), z) &= G(U(x, z), V(y, z)); \\
d_{10}^4 F(x, F(y, z)) &= G(U(x, y), V(x, z)); & d_{10}'^4 F(F(x, y), z) &= G(U(x, z), V(y, z));
\end{aligned}$$

Ранг 5:

$$d^5 F(x, G(y, z)) = U(V(x, y), W(x, z)); \quad d^{5'} F(G(x, y), z) = U(V(x, z), W(y, z)).$$

**Теорема 4.** Для того чтобы в многообразии полугрупп  $V$  выполнялось хотя бы одно из предсверхтождеств (1)–(10),  $D_1 - D_9$ ,  $D'_1 - D'_9$  или предсверхтождеств дистрибутивности рангов 3, 4, 5, необходимо и достаточно, чтобы в нем выполнялись тождества  $x^2 = y^2$ ,  $x^2 = x^3$ ,  $xyz = x^2$ .

**Следствие 4.** В произвольном многообразии полугрупп предсверхтождества (1)–(10),  $D_1 - D_9$ ,  $D'_1 - D'_9$ ,  $d_1^3 - d_{23}^3$ ,  $d_1'^3 - d_{23}'^3$ ,  $d_1^4 - d_{10}^4$ ,  $d_1^4 - d_{10}^4$ ,  $d_1'^4 - d_{10}'^4$ ,  $d^5$ ,  $d'^5$  эквивалентны.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Мовсисян Ю.М. Сверхточества в алгебрах и многообразиях. – Успехи математических наук, 1998, т.53, в.1(319), с.61-114.
2. Denecke K. and Koppitz J. Hyperassociativity of semigroups.– Semigroup Forum, 1994, v.49, p. 41-48.

ՅՈՒ. Մ. ՄԵՎԱՆԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ԳԵՐԱՍՈՒՅՆՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ

ԿԻՍԱՆՄԲԵՐԻ ԲԱԶՄԱՉԵՎՈՒԹՅԱՆ ՄԵԶ

## Ամփոփում

Հավասարությունը կիսախմբերի բազմածևության մեջ կոչվում է գերնույնություն, եթե այդ բազմածևության կամայական թերմ տեղադրելով հավասարության ֆունկցիանալ սիմվոլների մեջ, ստանում ենք նույնություն:

Հավասարությունը կիսախմբերի բազմածևության մեջ կոչվում է նախա-գերնույնություն, եթե այդ բազմածևության կամայական թերմ տեղադրելով հավասարության ֆունկցիանալ սիմվոլների մեջ, բացառությամբ պրոյեկցիայի թերմերի, ստանում ենք նույնություն:

Այս աշխատանքում տրվում են տարրեր ունգերի աջ և ձախ բաշխականության գերնույնությունների և նախա-գերնույնությունների անհրաժեշտ և բավարար պայմանները:

*Математика*

**УДК 517.956**

Г.В. ДАЛЛАКАН

**ОБ АППРОКСИМАЦИИ РЕШЕНИЙ ГРАНИЧНЫХ ЗАДАЧ В  
НЕОГРАНИЧЕННЫХ ОБЛАСТЯХ**

В работе доказывается, что решение граничной задачи в неограниченной области  $\Omega$  может быть получено как предел при  $r \rightarrow \infty$  решения  $u_r$ , граничной задачи в ограниченной области  $\Omega_r = \Omega \cap B_{r,\mu}$ , где  $B_{r,\mu} = \{x; |x|_\mu < r\}$  – обобщенный шар. Аналогичный результат получается и для решений задач в полупространстве.

**§1. Уравнение  $P(D)u + \lambda Q(x, D)u = f$  в  $R^n$ .** Будем пользоваться следующими обозначениями:  $R^n$  –  $n$ -мерное евклидово пространство вещественных векторов,  $N_0^n$  – целочисленная решетка, т. е. множество мультииндексов  $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_n)$ , где  $\alpha_i (i = 1, \dots, n)$  – целые неотрицательные числа. Далее, пусть  $m = (m_1, \dots, m_n)$  – вектор с натуральными компонентами,  $m_0 = \max_{1 \leq j \leq n} m_j$ ,  $\mu_0 = \sqrt[m_0]{m_0}$ ,  $\mu = (\mu_1, \dots, \mu_n)$ ,

где  $\mu_j = \sqrt[m_j]{m_j}$ ,  $j = 1, \dots, n$ ,  $|\mu| = \sum_{j=1}^n \mu_j$ . Если  $x \in R^n$ ,  $\alpha \in N_0^n$ , то положим

$$(\mu, \alpha) = \sum_{j=1}^n \mu_j \alpha_j, \quad |x|_\mu = \left( \sum_{j=1}^n |x_j|^{\frac{1}{\mu_j}} \right)^{\frac{1}{\mu}},$$

$$x^\alpha = x_1^{\alpha_1} \dots x_n^{\alpha_n}, \quad D^\alpha = D_1^{\alpha_1} \dots D_n^{\alpha_n}, \quad D_j = \frac{1}{i} \frac{\partial}{\partial x_j} (j = 1, \dots, n).$$

Пусть  $P(D)$  – линейный дифференциальный оператор  $\mu$ -порядка 2 с постоянными действительными коэффициентами, символ  $P(\xi)$  которого представлен в виде

$$P(\xi) = P^0(\xi) + P^1(\xi) = \sum_{(\mu, \alpha)=2} \gamma_\alpha \xi^\alpha + \sum_{(\mu, \alpha)<2} \gamma_\alpha \xi^\alpha.$$

**Определение.** Оператор  $P(D)$  называется полуэллиптическим (см. [1]), если существует число  $\chi > 0$  такое, что

$$|P^0(\xi)| \geq \chi |\xi|_\mu^2, \quad \forall \xi \in R^n. \quad (1.1)$$

Для каждой области  $\Omega \subset R^n$  обозначим через  $H^{lm}(\Omega) (l \in N)$  анизотропное пространство Соболева, т. е. множество измеримых функций  $u$  с конечной нормой

$$\|u\|_{m,l,\Omega} = \|u\|_{l,\Omega} = \|u\|_\Omega + \sum_{i=1}^n \|D_i^{m_i} u\|_\Omega, \quad (1.2)$$

где  $\|\cdot\|_{\Omega}$  – норма пространства  $L_2(\Omega)$ .

Замыкание множества  $C_0^\infty(\Omega)$  по норме (1.2) обозначим через  $H^{\mu_0}(\Omega)$ . В дальнейшем через  $c$  обозначим различные положительные константы.

Рассмотрим полуэллиптическое уравнение (определение см. в [1]) вида

$$A(x, D)u \equiv P(D)u + Q(x, D)u = f \quad \text{в } R^n. \quad (1.3)$$

Здесь  $P = P(D)$  – полуэллиптический оператор  $\mu$ -порядка 2,  $Q = Q(x, D)$  – дифференциальный оператор  $\mu$ -порядка не выше 2 с гладкими коэффициентами, которые равняются нулю при  $|x|_\mu \geq a$ ,  $f \in L_{2,a}(R^n)$  (т. е.  $f \in L_2(R^n)$  и  $f(x) = 0$  при  $|x|_\mu > a$ ).

Будем предполагать, что оператор  $P(D)$  удовлетворяет условию

$$P(\xi) \neq 0, \quad \forall \xi \in R^n. \quad (1.4)$$

Известно, что такой оператор имеет бесконечно дифференцируемое в  $R^n \setminus \{0\}$  и экспоненциально убывающее на бесконечности фундаментальное решение  $E(x)$ , производные которого также экспоненциально убывают на бесконечности, т. е.

$$|D^\alpha E(x)| \leq c(\alpha) e^{-\gamma_1 |x|_\mu^{\mu_0}} \quad \text{при } |x|_\mu > 1, \quad (1.5)$$

где  $\gamma_1$  – некоторое положительное число (см. [2,3]). Пусть  $P^{-1}\omega = E * \omega$ . Тогда справедлива

*Лемма 1* (см. [3]). Функция  $u \in H^{2m}(R^n)$  является единственным решением уравнения (1.3) тогда и только тогда, когда  $\omega = Pu$  является единственным принадлежащим  $L_{2,a}(R^n)$  решением уравнения

$$\omega + QP^{-1}\omega = f.$$

Отметим, что уравнение (1.3) однозначно разрешимо в классе  $H^{2m}(R^n)$  (см. [3]).

Положим

$$B_{r,\mu} = \{x; |x|_\mu < r\} (\mu\text{-шар}), \quad S_{r,\mu} = \{x; |x|_\mu = r\} (\mu\text{-сфера}).$$

Рассмотрим краевую задачу

$$A(x, D)u_r = f, \quad x \in B_{r,\mu}, \quad (1.6)$$

$$u_r \in H^m(B_{r,\mu}). \quad (1.7)$$

*Теорема 1.* Пусть полуэллиптический оператор  $A(x, D)$  (см. (1.3)) удовлетворяет условию (1.4). Тогда для любых  $f \in L_{2,a}(R^n)$  и  $r \geq a$  задача (1.6), (1.7) имеет притом единственное решение  $u_r \in H^{2m}(B_{r,\mu})$  (см. [4]). Если  $u$  и  $u_r$  – решения соответственно уравнения (1.3) и задачи (1.6), (1.7), то при достаточно больших  $r$  имеет место оценка

$$\|u - u_r\|_{1,B_{r,\mu}} \leq ce^{-\gamma_1 r^{\mu_0}} r^{1+\frac{|\mu|-\mu_0}{2}} \|f\|_{L_{2,a}(R^n)}. \quad (1.8)$$

*Доказательство.* В силу леммы 1 и ограниченности оператора  $P_r^{-1} : L_{2,a}(R^n) \rightarrow H^{2m}(B_{r,\mu})$  формула  $u_r = P_r^{-1}\omega_r$  устанавливает взаимно однозначное соответствие между принадлежащими  $L_{2,a}(R^n)$  решениями уравнения

$$\omega_r + QP_r^{-1}\omega_r = f$$

и принадлежащими  $H^{2m}(B_{r,\mu})$  решениями задачи (1.6), (1.7).

Рассмотрим операторы  $F = I + \lambda QP^{-1}$ ,  $F_r = I + \lambda QP_r^{-1}$ , отображающие  $L_{2,a}(R^n)$  в себя ( $I$  – единичный оператор в  $L_{2,a}(R^n)$ ).

Покажем, что

$$\|F - F_r\| \leq ce^{-\gamma_1 r^{\mu_0}} r^{\frac{|\mu| - \mu_0}{2}}. \quad (1.9)$$

Имеем  $v_r = u - u_r = P^{-1}\omega - P_r^{-1}\omega_r \in H^{2m}(B_{r,\mu})$ . Функция  $v_r$  удовлетворяет задаче

$$P(D)v_r(x) = 0, \quad x \in B_{r,\mu},$$

$$v_r - P^{-1}\omega \in \overset{0}{H}^m(B_{r,\mu}).$$

Из оценки (1.5) следует, что при  $|x|_\mu \rightarrow \infty$

$$|D^\alpha(P^{-1}\omega)| = |D^\alpha E * \omega| \leq c(\alpha) e^{-\gamma_1|x|_\mu^{\mu_0}} \int |\omega| dy \leq c(\alpha) e^{-\gamma_1|x|_\mu^{\mu_0}} \|\omega\|_{L_{2,a}(R^n)},$$

поэтому в силу теоремы 1.3 работы [3]

$$\|P_r^{-1}\omega_r - P^{-1}\omega\|_{1,B_{r,\mu}} \leq ce^{-\gamma_1 r^{\mu_0}} r^{\frac{|\mu| - \mu_0}{2}} \|\omega\|_{L_{2,a}(R^n)}. \quad (1.10)$$

Отсюда, очевидно, следует (1.9). А т. к.  $u = A^{-1}f = P^{-1}F^{-1}f$ , то из (1.9) и (1.10) следует и оценка (1.8).

*Замечание.* В дальнейшем будем пользоваться оценками

$$\|A^{-1}f\|_{2,R^n} \leq c\|f\|_{L_{2,a}(R^n)}; \quad \|A_r^{-1}f\|_{2,B_{r,\mu}} \leq c(r)\|f\|_{L_{2,a}(R^n)}, \quad r \geq a, \quad (1.11)$$

которые видны из доказательства теоремы 1.

**§2. Границные задачи в неограниченных областях с конечной границей.** Пусть  $\Omega \subset R^n$  – неограниченная область с ограниченной бесконечно гладкой границей  $\Gamma$  и пусть  $B_{r,\mu} \supset R^n \setminus \Omega$  для некоторого  $r$ .

Рассмотрим краевые задачи

$$A(x, D)u = f, \quad x \in \Omega, \quad (2.1)$$

$$u \in \overset{0}{H}^m(\Omega). \quad (2.2)$$

$$A(x, D)u_r = f, \quad x \in \Omega_{r,\mu} = \Omega \cap B_{r,\mu}, \quad (2.3)$$

$$u_r \in \overset{0}{H}^m(\Omega_{r,\mu}). \quad (2.4)$$

Предварительно сделаем следующее

*Замечание.* Когда будет рассматриваться уравнение во всем пространстве, область  $\Omega$  предполагается такой, чтобы коэффициенты оператора  $A(x, D)$  можно

было продолжить в область  $R^n \setminus \bar{\Omega}$  так, чтобы уравнение (2.1) имело единственное решение в  $H^{2m}(R^n)$  для любой  $f \in L_{2,\mu}(R^n)$  (см. [5], [3]).

**Теорема 2\***. Пусть задача (2.1) (2.2) для любой  $f \in L_{2,\mu}(R^n)$  имеет решение в классе  $H^{2m}(\Omega)$  ([7], теорема 2.8). Тогда для (каждого) решения  $u$  задачи (2.1), (2.2) при достаточно больших  $r$  существует такое решение  $u_r \in H^{2m}(\Omega_{r,\mu})$  задачи (2.3), (2.4), что

$$\|u - u_r\|_{1,\Omega_{r,\mu}} \leq ce^{-\gamma_1 r^{\mu_0}} r^{\frac{|\mu| - \mu_0}{2}} [\|f\|_{L_{2,\mu}(\Omega)} + \|u\|_{\Omega_{r,\mu}}]. \quad (2.5)$$

**Доказательство.** Будем искать решение задачи (2.1), (2.2) в виде сужения на область  $\Omega$  решения уравнения во всем пространстве

$$A(x, D)\tilde{u} = f + g, \quad \tilde{u} \in H^{2m}(R^n) \quad (2.6)$$

с неизвестной функцией  $g \in L_2(R^n \setminus \Omega)$ . Здесь и в дальнейшем, когда функция  $f \in L_2(\Omega)$  (или  $g \in L_2(R^n \setminus \Omega)$ ) рассматривается как элемент  $L_2(R^n)$ , предполагается, что она продолжена в область  $R^n \setminus \Omega$  (или  $\Omega$ ) со значением ноль. Обозначим через  $\aleph$  следующий оператор из  $L_2(R^n)$  в  $\overset{0}{H}{}^m(\Omega)$ :

$$\aleph h = BA^{-1}h,$$

где  $B : H^{2m}(\Omega) \rightarrow \overset{0}{H}{}^m(\Omega)$ , через  $\aleph'$  – сужение оператора  $\aleph$  на  $L_2(R^n \setminus \Omega)$ . Тогда для того чтобы решение уравнения (2.6) являлось решением задачи (2.1), (2.2), необходимо и достаточно, чтобы  $g$  удовлетворяла уравнению

$$\aleph' g = -\aleph f. \quad (2.7)$$

Оператор  $\aleph'$  непрерывно отображает все пространство  $L_2(R^n \setminus \Omega)$  на пространство  $\overset{0}{H}{}^m(\Omega)$ . Действительно, в силу (1.11)

$$\|\aleph h\|_{1,\Omega} = \|B(A^{-1}h)\|_{1,\Omega} \leq c \|A^{-1}h\|_{1,R^n} \leq c \|h\|_{R^n \setminus \Omega}.$$

Через  $\tilde{u}$  обозначим какое-нибудь продолжение без потери гладкости функции  $u$  на все пространство  $R^n$ . Тогда

$$A(x, D)\tilde{u} = g,$$

где  $g \in L_2(R^n \setminus \Omega)$ , при этом  $\tilde{u} = A^{-1}g$ , и поэтому

$$\aleph' g = BA^{-1}g = B\tilde{u}.$$

Теперь отыщем  $u_r$  в виде сужения на  $\Omega_{r,\mu}$  решения задачи

$$A(x, D)\tilde{u}_r = f + g_r, \quad x \in B_{r,\mu}, \quad (2.8)$$

$$\tilde{u}_r \in \overset{0}{H}{}^m(B_{r,\mu}) \quad (2.9)$$

\* Доказательство основано на рассуждениях, проведенных ранее Б.Р. Вайнбергом в работе [6].

с неизвестной функцией  $g_r \in L_2(R^n \setminus \Omega)$ . Обозначим через  $\aleph_r$  следующий оператор из  $L_{2,a}(R^n)$  в  $H^m(\Omega_{r,\mu})$ :

$$\aleph_r h = BA_r^{-1}h,$$

и через  $\aleph'_r$  – сужение оператора  $\aleph_r$  на  $L_2(R^n \setminus \Omega)$ . Тогда, чтобы решение задачи (2.8), (2.9) являлось решением задачи (2.3), (2.4), необходимо и достаточно, чтобы  $g_r$  удовлетворяла уравнению

$$\aleph'_r g_r = -\aleph_r f. \quad (2.10)$$

Аналогично получаем, что оператор  $\aleph'_r$  непрерывно отображает пространство

$L_2(R^n \setminus \Omega)$  в  $H^m(\Omega_{r,\mu})$ . В силу оценок (1.9)–(1.11)

$$\begin{aligned} \|(\aleph_r - \aleph)h\|_{L_2(\Omega_{r,\mu})} &= \|B(A_r^{-1} - A^{-1})h\|_{L_2(\Omega_{r,\mu})} \leq c\|(A_r^{-1} - A^{-1})h\|_{L_2(\Omega_{r,\mu})} \leq \\ &\leq ce^{-\gamma_1 r^{\mu_0}} r^{1+\frac{|\mu|-\mu_0}{2}} \|h\|_{L_{2,a}(R^n)}, \end{aligned}$$

поэтому  $\|\aleph_r - \aleph\| \leq ce^{-\gamma_1 r^{\mu_0}} r^{1+\frac{|\mu|-\mu_0}{2}}$ . (2.11)

Обозначим ядро оператора  $\aleph'$  через  $N$ , ядро оператора  $\aleph'_r$  – через  $N_r$ , и пусть  $M_1 = L_2(R^n \setminus \Omega)/N$  и  $M'_1 = L_2(R^n \setminus \Omega)/N_r$  – факторпространства. Обозначим через  $\aleph''$ ,  $\aleph''_r$  сужения операторов  $\aleph'$  и  $\aleph'_r$  на  $M_1$  и  $M'_1$  соответственно. В силу (2.11) из доказанных свойств операторов  $\aleph'$  и  $\aleph'_r$  следует

**Лемма 2.** Оператор  $\aleph''$  взаимно однозначно и взаимно непрерывно отображает все пространство  $M_1$  на все пространство  $H^m(\Omega_{r,\mu})$ . При достаточно больших  $r$  оператор  $\aleph''_r$  взаимно однозначно и взаимно непрерывно отображает все пространство  $M'_1$  на все пространство  $H^m(\Omega_{r,\mu})$ . Обозначим через  $\mathfrak{R}_r$  такое отображение пространства  $M_1$  в  $M'_1$ , при котором каждому элементу  $h \in M_1$ , такому, что  $\aleph''h = \psi \in H^m(\Omega_{r,\mu})$ , соответствует элемент  $h_r \in M'_1$ , для которого  $\aleph''_r h_r = \psi$ . Из леммы 2 и оценки (2.11) следует

**Лемма 3.** При достаточно больших  $r$  отображение  $\mathfrak{R}_r$  устанавливает взаимно однозначное соответствие между элементами  $M_1$  и  $M'_1$ . При этом

$$\|h - \mathfrak{R}_r h\|_{R^n \setminus \Omega} \leq ce^{-\gamma_1 r^{\mu_0}} r^{1+\frac{|\mu|-\mu_0}{2}} \|h\|_{R^n \setminus \Omega}. \quad (2.12)$$

Пусть  $\tilde{\mathfrak{R}}_r : N \rightarrow N_r$  ставит в соответствие каждому элементу  $h \in N$  его проекцию на  $N_r$ . Из леммы 3 и оценки (2.11) следует

**Лемма 4.** При достаточно больших  $r$  отображение  $\tilde{\mathfrak{R}}_r : N \rightarrow N_r$  является взаимно однозначным и выполняется соотношение

$$\|h - \tilde{\mathfrak{R}}_r h\|_{R^n \setminus \Omega} \leq c e^{-\gamma_1 r^{\mu_0}} r^{1+\frac{|\mu|-\mu_0}{2}} \|h\|_{R^n \setminus \Omega}. \quad (2.13)$$

Пусть  $u \in H^{2m}(\Omega)$  является решением задачи (2.1), (2.2). По этой функции построим  $u$ . Обозначим через  $\tilde{u}$  продолжение функции  $u$  без потери гладкости в область  $R^n \setminus \Omega$  так, чтобы выполнялось уравнение (2.6) и  $g$  удовлетворяла уравнению (2.7). Пусть

$$g = g^{(1)} + g^{(2)}, \quad g^{(1)} \in M_1, \quad g^{(2)} \in N. \quad (2.14)$$

Тогда из (2.7) следует, что

$$g^{(1)} = -\mathfrak{K}''^{-1} \mathfrak{K} f. \quad (2.15)$$

Положим

$$g_r = -\mathfrak{K}_r''^{-1} \mathfrak{K}_r f + \tilde{\mathfrak{R}}_r g^{(2)} \quad (2.16)$$

Эта функция, очевидно, удовлетворяет уравнению (2.10). Пусть  $\tilde{u}_r$  – решение задачи (2.8), (2.9) с построенной функцией  $g_r$  в правой части уравнения (2.8). Тогда суммение  $\tilde{u}$  на область  $\Omega_{r,\mu}$  является решением задачи (2.3), (2.4).

Остается получить оценку (2.5). Из (2.11)–(2.16) и лемм 2, 3 следует, что

$$\|g - g_r\|_{R^n \setminus \Omega} \leq c e^{-\gamma_1 r^{\mu_0}} r^{1+\frac{|\mu|-\mu_0}{2}} [\|f\|_{L_{2,a}(\Omega)} + \|g\|_{R^n \setminus \Omega}]. \quad (2.17)$$

Продолжение  $\tilde{u}$  функции  $u$  можно построить так, чтобы

$$\|\tilde{u}\|_{2,R^n \setminus \Omega} \leq c \|u\|_{2,\Omega_{b,\mu}}, \quad (b < a, R^n \setminus \Omega \subset B_{b,\mu}).$$

$$\text{Тогда } \|g\|_{R^n \setminus \Omega} \leq c \|u\|_{2,\Omega_{b,\mu}} \leq c [\|f\|_{L_{2,a}(\Omega)} + \|u\|_{\Omega_{a,\mu}}]. \quad (2.18)$$

Последнее неравенство – это локальная априорная оценка для решений полуэллиптических уравнений (см. [8]). Т. к.  $\tilde{u} = A^{-1}(f + g)$ ,  $\tilde{u}_r = A_r^{-1}(f + g_r)$ , то из (2.17), (2.18) и теоремы 1 следует (2.5).

Теорема доказана.

**§3. Задачи в полупространстве.** Рассмотрим в  $R_+^n = \{x \in R^n; x_n > 0\}$  ( $n \geq 2$ ) задачу

$$P(D)u(x) = f(x), \quad x \in R_+^n, \quad (3.1)$$

$$B_j(D)u(x)|_{x_n=0} = \varphi_j(x'), \quad j = 1, \dots, m_0. \quad (3.2)$$

Здесь  $P(D) = D_n^{2m_0} + \sum_{\substack{(\mu', \alpha') \leq 2-k\mu_0 \\ 0 \leq k \leq 2m_0-1}} \gamma_{\alpha', \alpha_n} D^{\alpha'} D_n^k$  – полуэллиптический оператор,

удовлетворяющий условию (1.4),  $\mu' = (\mu_1, \dots, \mu_{n-1})$ ,  $\alpha' \in N_0^n$ ,  $x' = (x_1, \dots, x_{n-1})$ ,  $f \in L_{2,a}(R_+^n)$ ,  $B_j(D) = D_n^{\rho_j} + \sum_{\substack{(\mu', \alpha') \leq 2t_j - k\mu_0 \\ 0 \leq k \leq \rho_j-1}} \beta_{\alpha', k}^{(j)} D^{\alpha'} D_n^k$ , где

$\rho_j \in N_0^1$ ,  $\rho_j \leq m_0 - 1$ ,  $t_j \in R^1$ ,  $t_j \leq \frac{1-\mu_0}{2}$ ,  $j = 1, \dots, m_0$ ,  $\varphi_j$  ( $j = 1, \dots, m_0$ ) – заданные функции (принадлежность их некоторым классам объясняется ниже).

Для любого вещественного  $\tau$  обозначим через  $H^\tau(\mu', R^{n-1})$  пространство Соболева-Лиувилля, т. е. множество тех медленно растущих обобщенных функций

$\Phi$  (см. [1]), преобразование Фурье которых является измеримой функцией с конечной нормой

$$\|\Phi\|_{H(\mu', R^{n-1})}^2 = \int_{R^{n-1}} |\tilde{\Phi}(\xi')|^2 (1+|\xi'|_\mu)^{2r} d\xi'.$$

Через  $P(D, r)$  обозначим оператор, который получается, если к каждому одночлену  $\mu$ -порядка  $q$  оператора  $P(D)$  дописать множитель  $r^{2-(\mu,q)}$ . Аналогично получается оператор  $B_j(D, r)$  из оператора  $B_j(D)$  (с помощью множителя  $r^{\rho_j-(\mu,q)}$ ).

Рассмотрим задачу вида

$$P(D, r)\tilde{u}(\tilde{x}) = \tilde{f}(\tilde{x}), \quad \tilde{x} \in R_+^n, \quad (3.3)$$

$$B_j(D, r)\tilde{u}(\tilde{x})|_{x_n=0} = \tilde{\varphi}_j(\tilde{x}'), \quad j = 1, \dots, m_0. \quad (3.4)$$

Положим  $H^r(\mu', a, R^{n-1}) = \{f \in H^r(\mu', R^{n-1}); f(x') = 0 \text{ при } |x'|_\mu > a\}$ .

*Лемма 3* (см. [9]). Пусть задача (3.3), (3.4) является полуэллиптической задачей с параметром,  $f \in L_{2,a}(R_+^n)$ ,  $\varphi_j \in H^{1-t_j-\frac{\mu_0}{4}}(\mu', a, R^{n-1})$  ( $j = 1, \dots, m_0$ ). Тогда задача (3.1), (3.2) имеет единственное решение  $u$  в классе  $H^{2m}(R_+^n)$  и при  $|x|_\mu \rightarrow \infty$  справедлива оценка

$$|D^\alpha u(x)| \leq c e^{-\gamma_2|x|_\mu^{\mu_0}} [\|f\|_{L_{2,a}(R_+^n)} + \sum_{j=1}^{m_0} \|\varphi_j\|_{H^{1-t_j-\frac{\mu_0}{4}}(\mu', a, R^{n-1})}], \quad (3.5)$$

где  $\gamma_2$  – некоторое положительное число,  $(\mu, \alpha) \leq 2$ .

Пусть  $G_{1,\mu} \subset R_+^n$  – ограниченная область с бесконечно гладкой границей  $\Gamma_{1,\mu}$ , для которой

$$\{x; |x|_\mu < 1, x_n = 0\} \subset \Gamma_{1,\mu}.$$

Далее, пусть для  $r \geq 1$

$$G_{r,\mu} = \left\{ x; \frac{x}{r^\mu} \in G_{1,\mu} \right\}, \quad \Gamma_{r,\mu} = \left\{ x; \frac{x}{r^\mu} \in \Gamma_{1,\mu} \right\}, \quad \Gamma'_{r,\mu} = \Gamma_{r,\mu} \cap \{x_n = 0\},$$

$$\Gamma''_{r,\mu} = \Gamma_{r,\mu} - \Gamma'_{r,\mu}.$$

Рассмотрим задачу

$$P(D)u_r(x) = f, \quad x \in G_{r,\mu}, \quad (3.6)$$

$$B_j(D)u_r|_{\Gamma'_{r,\mu}} = \varphi'_j, \quad j = 1, \dots, m_0, \quad (3.7)$$

где  $\varphi'_j = \begin{cases} \varphi_j, & x \in \Gamma'_{r,\mu}, \\ 0, & x \in \Gamma''_{r,\mu}. \end{cases}$  (3.8)

*Теорема 3.* Пусть выполнены условия леммы 3. Тогда при достаточно больших  $r$  задача (3.6), (3.7) имеет единственное решение  $u_r$  в пространстве  $H^{2m}(G_{r,\mu})$ , при этом для решения  $u$  задачи (3.1), (3.2) справедлива оценка

$$\|u - u_r\|_{1,G_{r,\mu}} \leq c e^{-\gamma_2 r^{\mu_0}} r^{\frac{1+|\mu|-\mu_0}{2}} \|f\|_{L_{2,a}(R_+^n)}. \quad (3.9)$$

*Доказательство.* Функция  $\vartheta_r = u - u_r$  удовлетворяет задаче

$$P(D)\vartheta_r(x) = 0, \quad x \in G_{r,\mu},$$

$$B_j(D)\vartheta_r|_{\Gamma'_{r,\mu}} = 0, \quad B_j(D)\vartheta_r|_{\Gamma'_{r,\mu}} = B_j(D)u|_{\Gamma'_{r,\mu}}, \quad j = 1, \dots, m_0.$$

Отсюда в силу (3.5) и теоремы 1.3 работы [3] следует (3.9).

Аналогично доказывается

**Теорема 4.** Пусть выполнены условия леммы 3,  $f \in L_2(R_+^n)$ ,

$\varphi_j \in H^{1-\ell_j - \frac{\mu_0}{4}}(\mu', R^{n-1})$  ( $j = 1, \dots, m_0$ ). Тогда при достаточно больших  $r$  задача (3.6), (3.7) имеет единственное решение  $u_r$  в  $H^{2m}(G_{r,\mu})$  и для решения  $u$  задачи (3.1), (3.2) выполняется соотношение

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \|u - u_r\|_{L_2(G_{r,\mu})} = 0.$$

Рассмотрим теперь задачи

$$A(x, D)u \equiv P(D)u + Q(x, D)u = f, \quad x \in R_+^n, \quad (3.10)$$

$$[B_j(D) + C_j(x, D)]u|_{x_n=0} = \varphi_j, \quad j = 1, \dots, m_0, \quad (3.11)$$

$$A(x, D)u_r = f, \quad x \in G_{r,\mu}, \quad (3.12)$$

$$[B_j(D) + C_j(x, D)]u_r|_{\Gamma'_{r,\mu}} = \varphi'_j, \quad j = 1, \dots, m_0, \quad (3.13)$$

где  $Q(x, D)$  – оператор  $\mu$ -порядка не выше 2 с бесконечно гладкими в  $R_+^n$  коэффициентами, которые равняются нулю при  $|x|_\mu \geq a$ ,  $C_j(x, D)$  – операторы  $\mu$ -порядка не выше  $1 - \mu_0$  с бесконечно гладкими коэффициентами, которые равняются нулю при  $|x|_\mu \geq a$ ,  $\varphi'$  имеет вид (3.8).

**Теорема 5.** Пусть выполнены условия леммы 3 и пусть задача (3.10), (3.11) имеет решение  $u \in H^{2m}(R_+^n)$  для любых  $f \in L_{2,a}(R_+^n)$ ,  $\varphi_j \in H^{1-\ell_j - \frac{\mu_0}{4}}(\mu', a, R^{n-1})$  ( $j = 1, \dots, m_0$ ). Тогда существует такое решение  $u_r \in H^{2m}(G_{r,\mu})$  задачи (3.12), (3.13), что при  $r \rightarrow \infty$  выполняется соотношение

$$\|u - u_r\|_{L_2(G_{r,\mu})} \leq ce^{-\gamma_2 r^{\mu_0}} r^{\frac{1+|\mu|-\mu_0}{2}} \|f\|_{L_{2,a}(R_+^n)}.$$

Кроме того, если решение задачи (3.10), (3.11) единственно, то при достаточно больших  $r$  решение задачи (3.12), (3.13) также единственно. Доказательство ведется аналогично доказательству теоремы 3.3 работы [10].

В заключение автор благодарит своего научного руководителя Г.А. Карапетяна за постановку задачи и ценные замечания.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Хермандер Л. Линейные дифференциальные операторы с частными производными. М., Наука, 1965.
2. Паламодов В.П. Об условиях на бесконечности обеспечивающих корректную разрешимость некоторого класса уравнений вида  $P(i \frac{\partial}{\partial x})u = f$ . – ДАН СССР, 1959, т. 129, №4, с. 740–744.
3. Карапетян Г.А., Даллакян Г.В. Об аппроксимации решений полуэллиптических уравнений в  $R^n$ . – Изв. НАН Армении (в печати), 2000.
4. Никольский С.М. Вариационная задача. – Мат. сборник, 1963, т. 65(104), №1, с. 53–75.
5. Бесов О.В., Ильин В.П. Естественное расширение класса областей в теоремах вложения. – Мат. сборник, 1968, т. 75(177), №4, с. 483–495.
6. Вайнберг Б.Р. Об эллиптических задачах в неограниченных областях. – Мат. сборник, 1968, т. 75, 3(121), с. 115–194.
7. Карапетян Г.А. Существование и единственность решения задачи Дирихле для гипоэллиптических уравнений в неограниченных областях. – Уч. записки ЕГУ, 1982, 3, с. 3–12.
8. Казарян Г.Г. Оценка в  $L_p$  смешанных производных через дифференциальные многочлены. Тр. МИАН СССР, 1969, т. 105, с. 66–76.
9. Карапетян Г.А. Регулярные уравнения с параметром. – Изв. АН Арм. ССР, 1990, т. 25, №2, с. 193–202.
10. Шимон Л. Об аппроксимации решений граничных задач в неограниченных областях. – Дифф. ур., 1973, т. 9, №8, с. 1482–1492.

## Գ.Վ. ԴԱԼԼԱԿՅԱՆ

ԱՆՍԱՀՄԱՆԱՓԱԿ ՏԻՐՈՒՅԹՆԵՐՈՒՄ ԵԶՐԱՅԻՆ ԽՆԴԻՐՆԵՐԻ  
ԼՈՒԾՈՒՄՆԵՐԻ ՄՈՏԱՐԿՄԱՆ ՄԱՍԻՆ

## Ամփոփում

Աշխատանքում ապացուցվում է, որ  $\Omega$  անսահմանափակ տիրույթում տրված եղրային խնդրի լուծումը կարող է ստացվել որպես  $\Omega_r = \Omega \cap B_{r,\mu}$  ( $B_{r,\mu} = \{x; |x|_\mu < r\}$ -ը ընդհանրացված գունդ է) սահմանափակ տիրույթում տրված խնդրի լուծման սահման, եթե  $r \rightarrow \infty$ : Նմանատիպ արդյունք է ստացվում նաև կիսատարածությունում տրված եղրային խնդիրների լուծումների համար:

В. Ж. АЙРАПЕΤՅԱՆ

РЕШЕНИЕ СМЕШАННОЙ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ ДЛЯ  
ЦИЛИНДРИЧЕСКИ ОРТОТРОПНОЙ ПЛАСТИНКИ В ВИДЕ  
ПРЯМОУГОЛЬНИКА

В настоящей работе приводится решение плоской задачи теории упругости для цилиндрически ортоэллиптической пластинки в виде прямоугольника, на одной кромке которой заданы перемещения, а на трех остальных – напряжения. Введен малый физический параметр, и функция напряжений рассматривается в задаче по степени этого параметра. В рекуррентных краевых задачах функцию напряжений представляют в виде рядов Фурье. Для определения коэффициентов разложений получены бесконечные системы линейных алгебраических уравнений. Решение задачи для конкретных значений параметров доведено до числовых результатов, позволяющих исследовать характер распределения напряжений вблизи заделки.

**1. Постановка задачи.** Рассмотрим упругую анизотропную плоскую пластинку постоянной толщины в виде прямоугольника с размерами  $(a, b)$ , находящуюся в равновесии под действием сил, расположенных по краю; объемные силы отсутствуют.

Предполагаем, что пластинка обладает цилиндрической ортоэллиптической, причем ось анизотропии  $g$  нормальна к серединной плоскости пластинки; в каждой точке имеются три плоскости упругой симметрии. Примем полюс анизотропии за начало цилиндрической системы координат  $r, \varphi, z$ , направив полярную ось  $x$  произвольно в серединной плоскости [1, 2].

Обобщенный закон Гука будет

$$\begin{aligned}\varepsilon_r &= \frac{1}{E_r} \sigma_r - \frac{\nu_\varphi}{E_\varphi} \sigma_\varphi, \\ \varepsilon_\varphi &= -\frac{\nu_r}{E_r} \sigma_r + \frac{1}{E_\varphi} \sigma_\varphi, \quad \gamma_{r\varphi} = \frac{1}{G} \tau_{r\varphi}.\end{aligned}\quad (1.1)$$

Составляющие напряжения определяются через функцию напряжений по формулам

$$\begin{aligned}\sigma_r &= \frac{1}{r} \frac{\partial F}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 F}{\partial \varphi^2}, \\ \sigma_\varphi &= \frac{\partial^2 F}{\partial r^2}, \quad \tau_{r\varphi} = -\frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial F}{\partial \varphi} \right),\end{aligned}\quad (1.2)$$

где функция напряжения определяется из следующего дифференциального уравнения:

$$\frac{1}{E_\varphi} \frac{\partial^4 F}{\partial r^4} + \left( \frac{1}{G} - \frac{2\nu_r}{E_r} \right) \frac{1}{r^2} \frac{\partial^4 F}{\partial r^2 \partial \varphi^2} + \frac{1}{E_r} \frac{1}{r^4} \frac{\partial^4 F}{\partial \varphi^4} + \frac{2}{E_\varphi} \frac{1}{r} \frac{\partial^3 F}{\partial r^3} - \left( \frac{1}{G} - \frac{2\nu_r}{E_r} \right) \frac{1}{r^3} \frac{\partial^3 F}{\partial r \partial \varphi^2} -$$

$$-\frac{1}{E_r} \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 F}{\partial r^2} + \left( \frac{2}{E_r} + \frac{1}{G} - \frac{2\nu_r}{E_r} \right) \frac{1}{r^4} \frac{\partial^2 F}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{E_r} \frac{1}{r^3} \frac{\partial F}{\partial r} = 0. \quad (1.3)$$

Здесь  $E_r, E_\varphi$  – модули Юнга для растяжения-сжатия в радиальном направлении  $r$  и в тангенциальном направлении  $\varphi$ ,  $G$  – модуль сдвига,  $\nu_r, \nu_\varphi$  – коэффициенты Пуассона.

Для решения поставленной задачи целесообразно представить уравнение (1.3) в прямоугольных декартовых координатах. Далее, для определенности предположим, что  $E_r > E_\varphi$ . Тогда можно ввести малый физический параметр  $\delta$  таким образом:

$$\delta = \frac{E_r - E_\varphi}{E_r + E_\varphi} \quad (0 < \delta < 1). \quad (1.4)$$

После некоторых преобразований дифференциальное уравнение (1.3) можно представить так:

$$e\nabla^2[\Phi] + \delta H[\Phi] = 0, \quad (1.5)$$

где для операторов  $\nabla^2$  [ ] и  $H$  [ ] приняты следующие обозначения:

$$\nabla^2[\ ] = \frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4}{\partial y^4}, \quad (1.6)$$

$$\begin{aligned} H[\ ] = & (x^2 + y^2)^{-2} \left\{ kx^2 y^2 - y^4 \right\} \frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2xy[2y^2 - k(x^2 - y^2)] \frac{\partial^4}{\partial x^3 \partial y} + \\ & + x[6y^2 - k(x^2 - 3y^2)] \frac{\partial^3}{\partial x^3} + 3y[-(4+3k)x^2 + (2+k)y^2] \frac{\partial^3}{\partial x^2 \partial y} - \\ & - (2+k)(x^2 - y^2) \frac{\partial^2}{\partial x^2} - 4(2+k)xy \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} - [6x^2 y^2 - k(x^4 - 4x^2 y^2 + y^4)] \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + \\ & + (2+k)(x^2 - y^2) \frac{\partial^2}{\partial y^2} + 3x[(2+k)x^2 - (4+3k)y^2] \frac{\partial^3}{\partial x \partial y^2} + y[3(2+k)x^2 - ky^2] \frac{\partial^3}{\partial y^3} + \\ & + 2xy[(2+k)x^2 - ky^2] \frac{\partial^4}{\partial x \partial y^3} - (x^4 - kx^2 y^2) \frac{\partial^4}{\partial y^4} \}, \end{aligned} \quad (1.7)$$

а для  $e$  и  $k$  –

$$e = \frac{E_r}{E_r + E_\varphi}, \quad \delta k = \frac{E_r(E_\varphi - 2\nu_\varphi G - 2G)}{G(E_r + E_\varphi)}, \quad (1.8)$$

$$F(r, \varphi) = F\left(\sqrt{x^2 + y^2}, \operatorname{arctg} \frac{y}{x}\right) = \Phi(x, y) \quad (1.9)$$

Напряжения выражаются через новую функцию  $\Phi(x, y)$  следующим образом:

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2}, \quad \sigma_y = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2}, \quad \tau_{xy} = -\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y}, \quad (1.10)$$

а перемещения определяются соотношениями

$$u_x = -\frac{v_\varphi}{E_\varphi} \frac{\partial \Phi}{\partial x} + \frac{1}{E_r} \int \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} dx + \frac{E_r + E_\varphi}{E_r E_\varphi} \delta \left[ \frac{x^2 y^2 (1 - k_1)}{(x^2 + y^2)^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{y^2 (y^2 + k_1 x^2)}{(x^2 + y^2)^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \right. \\ \left. + \frac{xy (2y^2 + k_1 x^2 - k_1 y^2)}{(x^2 + y^2)^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} \right] dx + f(y), \quad (1.11)$$

$$u_y = -\frac{v_r}{E_r} \frac{\partial \Phi}{\partial y} + \frac{1}{E_\varphi} \int \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} dy + \frac{E_r + E_\varphi}{E_r E_\varphi} \delta \left[ \frac{y^2 (k_1 x^2 - y^2)}{(x^2 + y^2)^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} - \frac{x^2 y^2 (1 + k_1)}{(x^2 + y^2)^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \right. \\ \left. + \frac{xy (2y^2 - k_1 x^2 + k_1 y^2)}{(x^2 + y^2)^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} \right] dy + \varphi(x), \quad (1.12)$$

где

$$\delta k_1 = \frac{E_\varphi (E_r - 2v_r G - 2G)}{G(E_r + E_\varphi)}. \quad (1.13)$$

Таким образом решение задачи сводится к решению дифференциального уравнения (1.3) в частных производных с неразделяющимися переменными с учетом (1.10)–(1.13).

**2. Метод решения задачи.** Дифференциальное уравнение (1.5) содержит малый параметр  $\delta$ . Следовательно, естественно представить решение в виде ряда по степеням малого параметра [2]:

$$\Phi(x, y) = \Phi_0(x, y) + \delta \Phi_1(x, y) + \delta^2 \Phi_2(x, y) + \dots \quad (2.1)$$

Тогда при помощи (2.1), (1.14), и (1.5) для определения неизвестных  $\Phi_j(x, y)$  получим следующие рекуррентные уравнения:

$$\nabla^2 [\Phi_0] = 0, \quad (2.2)$$

$$e \nabla^2 [\Phi_i] = -H[\Phi_{i-1}] \quad (i \geq 1). \quad (2.3)$$

Далее, принимая во внимание (2.1), можно установить, что

$$\langle \sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}, u, v \rangle = \sum_{j=0}^{\infty} \langle \sigma_x^{(j)}, \sigma_y^{(j)}, \tau_{xy}^{(j)}, u^{(j)}, v^{(j)} \rangle \delta^j, \quad (2.4)$$

где

$$\sigma_x^{(j)} = \frac{\partial^2 \Phi_j}{\partial y^2}, \sigma_y^{(j)} = \frac{\partial^2 \Phi_j}{\partial x^2}, \tau_{xy}^{(j)} = -\frac{\partial^2 \Phi_j}{\partial x \partial y}, (j \geq 0), \quad (2.5)$$

$$u^{(j)} = -\frac{v_\varphi}{E_\varphi} \frac{\partial \Phi_j}{\partial x} + \frac{1}{E_r} \int \frac{\partial^2 \Phi_j}{\partial y^2} dx + \\ + \frac{E_r + E_\varphi}{E_r E_\varphi} \int \left[ \frac{x^2 y^2 (1 - k_1)}{(x^2 + y^2)^2} \frac{\partial^2 \Phi_{j-1}}{\partial x^2} + \frac{y^2 (y^2 + k_1 x^2)}{(x^2 + y^2)^2} \frac{\partial^2 \Phi_{j-1}}{\partial y^2} + \right.$$

$$+ \frac{xy(2y^2 + k_1x^2 - k_1y^2)}{(x^2 + y^2)^2} \frac{\partial^2 \Phi_{j-1}}{\partial x \partial y} \Big] dx + f(y), \quad (2.6)$$

$$\begin{aligned} v^{(j)} = & -\frac{\nu_r}{E_r} \frac{\partial \Phi_j}{\partial y} + \frac{1}{E_\varphi} \int \frac{\partial^2 \Phi_j}{\partial x^2} dy + \\ & + \frac{E_r + E_\varphi}{E_r E_\varphi} \int \left[ \frac{y^2(k_1 x^2 - y^2)}{(x^2 + y^2)^2} \frac{\partial^2 \Phi_{j-1}}{\partial x^2} - \frac{x^2 y^2 (1+k_1)}{(x^2 + y^2)^2} \frac{\partial^2 \Phi_{j-1}}{\partial y^2} + \right. \\ & \left. + \frac{xy(2y^2 - k_1 x^2 + k_1 y^2)}{(x^2 + y^2)^2} \frac{\partial^2 \Phi_{j-1}}{\partial x \partial y} \right] dy + \varphi(x) \quad (j=0,1,2,\dots), \end{aligned} \quad (2.7)$$

причем

$$\delta k_1 = \frac{E_\varphi(E_r - 2\nu_r G - 2G)}{G(E_r + E_\varphi)}, \quad \Phi_{-1} = 0.$$

Таким образом, решение второй задачи, т.е решение плоской задачи теории упругости для цилиндрически ортотропной пластинки в виде прямоугольника, находящейся в равновесии под действием сил, также сводится к решению рекуррентных дифференциальных уравнений (2.2)–(2.3) с учетом (2.4)–(2.7) при соответствующих граничных условиях.

**3. Изгиб консольной цилиндрически ортотропной балки поперечной силой.** Предположим, что один конец балки, материал которой обладает цилиндрической ортотропией, закреплен, а на другой – действует нагрузка, приводящая к изгибающей силе.

Решение рассматриваемой задачи приводится к определению функции напряжений  $F(t, \varphi)$ , удовлетворяющей рекуррентным дифференциальным уравнениям (2.2), (2.3), при следующих граничных условиях:

$$\frac{1}{E_r} \left( \int \frac{\partial^2 \Phi_0}{\partial y^2} dx - \nu_r \frac{\partial \Phi_0}{\partial x} \right) - ay + b = 0, \quad \frac{1}{E_\varphi} \left( \int \frac{\partial^2 \Phi_0}{\partial x^2} dy - \nu_\varphi \frac{\partial \Phi_0}{\partial y} \right) + ax + c = 0$$

при  $x = 0$ , (3.1)

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \Phi_0}{\partial x^2} &= \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos \lambda_k x, & \frac{\partial^2 \Phi_0}{\partial x \partial y} &= - \sum_{k=1}^{\infty} b_k \sin \lambda_k x \text{ при } y = 0, \\ \frac{\partial^2 \Phi_0}{\partial x^2} &= \sum_{k=1}^{\infty} c_{k1} \cos \lambda_k x, & \frac{\partial^2 \Phi_0}{\partial x \partial y} &= - \sum_{k=1}^{\infty} d_k \sin \lambda_k x \text{ при } y = b, \\ \frac{\partial^2 \Phi_0}{\partial y^2} &= \sum_{k=1}^{\infty} e_{k1} \sin \beta_k y, & \frac{\partial^2 \Phi_0}{\partial x \partial y} &= - \frac{f_0}{2} - \sum_{k=1}^{\infty} f_k \cos \beta_k y \text{ при } x = a, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & - \frac{\nu_\varphi}{E_\varphi} \frac{\partial \Phi_i}{\partial x} + \frac{1}{E_r} \int \frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial y^2} dx + \frac{E_r + E_\varphi}{E_r E_\varphi} \int \left[ \frac{x^2 y^2 (1-k_1)}{(x^2 + y^2)^2} \frac{\partial^2 \Phi_{i-1}}{\partial x^2} + \right. \\ & \left. + \frac{y^2(y^2 + k_1 x^2)}{(x^2 + y^2)^2} \frac{\partial^2 \Phi_{i-1}}{\partial y^2} + \frac{xy(2y^2 + k_1 x^2 - k_1 y^2)}{(x^2 + y^2)^2} \frac{\partial^2 \Phi_{i-1}}{\partial x \partial y} \right] dx = 0 \quad \text{при } x = 0, \end{aligned}$$

$$-\frac{v_r}{E_r} \frac{\partial \Phi_i}{\partial y} + \frac{1}{E_\varphi} \int \frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial x^2} dy + \frac{E_r + E_\varphi}{E_r E_\varphi} \int \left[ \frac{y^2(k x^2 - y^2)}{(x^2 + y^2)^2} \frac{\partial^2 \Phi_{i-1}}{\partial x^2} - \right. \\ \left. - \frac{x^2 y^2(1+k)}{(x^2 + y^2)^2} \frac{\partial^2 \Phi_{i-1}}{\partial y^2} + \frac{xy(2y^2 - k x^2 + k y^2)}{(x^2 + y^2)^2} \frac{\partial^2 \Phi_{i-1}}{\partial x \partial y} \right] dy = 0 \quad \text{при } x=0, \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial x^2} = 0 \quad \frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial x \partial y} = 0 \quad \text{при } y=0,$$

$$\frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial x^2} = 0 \quad \frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial x \partial y} = 0 \quad \text{при } y=b,$$

$$\frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial y^2} = 0 \quad \frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial x \partial y} = 0 \quad \text{при } x=a,$$

где

$$\lambda_k = (2k-1) \frac{\pi}{2a}, \quad \beta_k = \frac{k\pi}{b} \quad (0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq b). \quad (3.3)$$

Функция  $\Phi_0(x,y)$  ищется в виде [3]:

$$\Phi_0(x,y) = A_0(x,y) + \sum_{k=1}^{\infty} [A_{k0} ch \lambda_k y + B_{k0} sh \lambda_k y + \lambda_k y (C_{k0} ch \lambda_k y + D_{k0} sh \lambda_k y)] \cos \lambda_k x + \\ + \sum_{k=1}^{\infty} [E_{k0} ch \beta_k x + F_{k0} sh \beta_k x + \beta_k x (G_{k0} ch \beta_k x + H_{k0} sh \beta_k x)] \sin \beta_k y. \quad (3.4)$$

Используя граничные условия (3.1), для определения неизвестных коэффициентов  $a, b, c, A_0, A_{k0}, B_{k0}, E_{k0}$  и  $F_{k0}$  получаем соотношения

$$a = -\frac{v_r}{E_r} A_0, \quad b = 0, \quad c = \frac{1+v_\varphi}{E_\varphi b} \sum_{k=1}^{\infty} \left[ \frac{a_k - c_k}{\lambda_k^2} - \frac{2}{1+v_\varphi} \left( C_{k0} + D_{k0} th \frac{\lambda_k b}{2} \right) sh \lambda_k b \right], \\ A_0 = -\frac{f_0}{2} - \frac{1}{b} \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{a_k - c_k}{\lambda_k}, \quad A_{k0} = -\frac{a_k}{\lambda_k^2}, \\ B_{k0} = -\lambda_k b (D_{k0} + C_{k0} cth \lambda_k b) + \frac{1}{\lambda_k^2} \left( a_k cth \lambda_k b - \frac{c_k}{sh \lambda_k b} \right), \quad (3.5)$$

$$E_{k0} = -G_{k0} \left( \beta_k a + \frac{1-v_r}{1+v_r} th \beta_k a \right) - H_{k0} \beta_k a th \beta_k a - \frac{e_k}{\beta_k^2 ch \beta_k a}, \quad F_{k0} = \frac{1-v_r}{1+v_r} G_{k0}.$$

Удовлетворяя условиям (3.1), с учетом (3.5) после некоторых преобразований, получим следующие бесконечные системы линейных уравнений:

$$X_p = \sum_{k=1,3}^{\infty} a_{kp} Z_k + \sum_{k=1,3}^{\infty} b_{kp} W_k + m_p, \\ Y_p = \sum_{k=2,4}^{\infty} c_{kp} Z_k + \sum_{k=2,4}^{\infty} d_{kp} W_k + n_p, \\ Z_p = \sum_{k=1}^{\infty} e_{kp} X_k + \sum_{k=1}^{\infty} f_{kp} Y_k + r_p, \\ W_p = \sum_{k=1}^{\infty} g_{kp} X_k + \sum_{k=1}^{\infty} h_{kp} Y_k + s_p \quad (p=1,2,3\dots), \quad (3.6)$$

где введены новые обозначения:

$$\begin{aligned} \frac{(-1)^k \lambda_k^2}{b} (C_{k0} sh \lambda_k b + D_{k0} ch \lambda_k b) &= X_k - Y_k, & \frac{(-1)^k \lambda_k^2}{b} D_{k0} X_k + Y_k, \\ \frac{\beta_k^2}{a} (G_{k0} sh \beta_k a + H_{k0} ch \beta_k a) &= Z_k - W_k, & \frac{\beta_k^2}{a} G_{k0} = Z_k + W_k, \end{aligned} \quad (3.7)$$

а коэффициенты при  $X_k, Y_k, Z_k, W_k$  в (3.7) известны.

Бесконечные системы (3.6) квазивполне регулярны при любых отношениях размеров пластинки и возможных значениях коэффициента Пуассона [3].

Решение уравнения (2.3) с граничными условиями (3.2) состоит из суммы двух решений: решения  $\Phi_i^0(x, y)$  однородного уравнения и частного решения  $\tilde{\Phi}_i(x, y)$ .

Функция  $\Phi_i^0(x, y)$  также ищется в виде (3.4).

Для получения частного решения  $\tilde{\Phi}_i(x, y)$  сначала разложим правую часть (2.3) в ряд Фурье таким образом:

$$H[\Phi_{i-1}] = \sum_{n=1}^{\infty} a_{ni}(y) \cos \lambda_n x + \sum_{n=1}^{\infty} b_{ni}(x) \sin \beta_n y, \quad (3.8)$$

где

$$a_{ni}(y) = \frac{1}{a} \int_0^a H[\Phi_{i-1}] \cos \lambda_n x dx, \quad b_{ni}(x) = \frac{1}{b} \int_0^b H[\Phi_{i-1}] \sin \beta_n y dy. \quad (3.9)$$

Затем, применяя метод вариаций произвольных постоянных, можно определить величины  $A_{ni}, B_{ni}, C_{ni}, D_{ni}$ , которые являются функциями переменной  $y$ , и  $E_{ni}, F_{ni}, G_{ni}, H_{ni}$  – функциями переменной  $x$ .

Имея первые два приближения, функции напряжения  $\Phi(x, y)$  по (2.1), на основании (2.4)–(2.5) можно определить напряжения  $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ .

В качестве численного примера рассмотрим изгиб консольной балки, когда нагрузка приложена на конце балки  $x=a$  по следующему закону.

$$\tau_{xy}(a, y) = qy(y - b), \quad q = const. \quad (3.10)$$

Пользуясь разложениями (3.1), имеем

$$f_0 = 2 \frac{P}{b}, \quad f_p = \frac{24}{p^2 \pi^2} \frac{P}{b}, \quad (p=2, 4, 6, \dots), \quad (3.11)$$

где

$$P = - \int_0^b \tau_{xy}(a, y) dy = - \int_0^b qy(y - b) dy = \frac{qh^3}{6}. \quad (3.12)$$

Предположим, что

$$\frac{E_r}{E_\varphi} = \frac{\nu_r}{\nu_\varphi} = 1.2, \quad \nu_r = 0.3, \quad a = 5b. \quad (3.13)$$

На основании (2.4)–(2.7), (3.4)–(3.7) и (3.11)–(3.13) для напряжений  $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$  и перемещения  $v$  будем иметь

$$\begin{aligned} \sigma_x(x, y) &= b \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{sh \lambda_k b} \left\{ (X_k + Y_k) \left[ 2sh \lambda_k (b - y) - \lambda_k y ch \lambda_k (b - y) + \lambda_k b \frac{sh \lambda_k y}{sh \lambda_k b} \right] + \right. \\ &\quad + (X_k - Y_k) [(2 - \lambda_k b ch \lambda_k b) sh \lambda_k y + \lambda_k y ch \lambda_k y] \} \cos \lambda_k x + \\ &\quad + a \sum_{k=1}^{\infty} (Z_k + W_k) \left( \frac{1 - \nu_r}{1 + \nu_r} - \beta_k x \right) (ch \beta_k x - sh \beta_k x) \sin \beta_k y + \end{aligned}$$

$$+ \delta \left[ b \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{sh\lambda_n b} \left\{ (X_n + Y_n) \left[ 2sh\lambda_n(b-y) - \lambda_n ych\lambda_n(b-y) + \lambda_n b \frac{sh\lambda_n y}{sh\lambda_n b} \right] + \right. \right. \\ \left. \left. + (X_n - Y_n) [(2 - \lambda_n bcth\lambda_n b) sh\lambda_n y + \lambda_n ych\lambda_n y] \right\} \cos \lambda_n x + \right. \\ \left. + a \sum_{n=1}^{\infty} (Z_n + W_n) \left( \frac{1-\nu_r}{1+\nu_r} - \beta_n x \right) (ch\beta_n x - sh\beta_n x) \sin \beta_n y + \frac{\partial^2 \Phi'_1}{\partial y^2} \right], \quad (3.14)$$

$$\sigma_1(x, y) = b \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{sh\lambda_k b} \left\{ (X_k + Y_k) \left[ \lambda_k ych\lambda_k(b-y) - \lambda_k b \frac{sh\lambda_k y}{sh\lambda_k b} \right] + \right. \\ \left. + (X_k - Y_k) [\lambda_k bcth\lambda_k b \cdot sh\lambda_k y - \lambda_k ych\lambda_k y] \right\} \cos \lambda_k x - \\ - a \sum_{k=1}^{\infty} (Z_k + W_k) \left( \frac{3+\nu_r}{1+\nu_r} - \beta_k x \right) (ch\beta_k x - sh\beta_k x) \sin \beta_k y + \\ + \delta \left[ b \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{sh\lambda_n b} \left\{ (X_n + Y_n) \left[ \lambda_n ych\lambda_n(b-y) - \lambda_n b \frac{sh\lambda_n y}{sh\lambda_n b} \right] + \right. \right. \\ \left. \left. + (X_n - Y_n) [\lambda_n bcth\lambda_n b \cdot sh\lambda_n y - \lambda_n ych\lambda_n y] \right\} \cos \lambda_n x - \right. \\ \left. - a \sum_{n=1}^{\infty} (Z_n + W_n) \left( \frac{3+\nu_r}{1+\nu_r} - \beta_n x \right) (ch\beta_n x - sh\beta_n x) \sin \beta_n y + \frac{\partial^2 \Phi'_1}{\partial x^2} \right], \quad (3.15)$$

$$\tau_{xy}(x, y) = \frac{f_0}{2} + b \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{sh\lambda_k b} \left\{ (X_k + Y_k) \left[ ch\lambda_k(b-y) - \lambda_k ysh\lambda_k(b-y) + \lambda_k b \frac{ch\lambda_k y}{sh\lambda_k b} \right] - \right. \\ \left. - (X_k - Y_k) [(1 - \lambda_k bcth\lambda_k b) ch\lambda_k y + \lambda_k ysh\lambda_k y] \right\} \sin \lambda_k x - \\ - a \sum_{k=1}^{\infty} (Z_k + W_k) \left( \frac{2}{1+\nu_r} - \beta_k x \right) (ch\beta_k x - sh\beta_k x) \cos \beta_k y + \\ + \delta \left[ b \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{sh\lambda_n b} \left\{ (X_n + Y_n) \left[ ch\lambda_n(b-y) - \lambda_n ysh\lambda_n(b-y) + \lambda_n b \frac{ch\lambda_n y}{sh\lambda_n b} \right] - \right. \right. \\ \left. \left. - (X_n - Y_n) [(1 - \lambda_n bcth\lambda_n b) ch\lambda_n y + \lambda_n ysh\lambda_n y] \right\} \sin \lambda_n x - \right. \\ \left. - a \sum_{n=1}^{\infty} (Z_n + W_n) \left( \frac{2}{1+\nu_r} - \beta_n x \right) (ch\beta_n x - sh\beta_n x) \cos \beta_n y - \frac{\partial^2 \Phi'_1}{\partial x \cdot \partial y} \right], \quad (3.16)$$

$$v(x, y) = -\frac{1+\nu_\varphi}{E_\varphi} b \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{\lambda_k sh\lambda_k b} \times \\ \times \left\{ (X_k + Y_k) \left[ \frac{1-\nu_\varphi}{1+\nu_\varphi} ch\lambda_k(b-y) + \lambda_k ysh\lambda_k(b-y) + \lambda_k b \frac{ch\lambda_k y}{sh\lambda_k b} \right] + \right. \\ \left. + (X_k - Y_k) \left[ \lambda_k ysh\lambda_k y - \left( \frac{1-\nu_\varphi}{1+\nu_\varphi} + \lambda_k bcth\lambda_k b \right) ch\lambda_k y \right] \right\} \cos \lambda_k x +$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1+\nu_\varphi}{E_\varphi} a \sum_{k=1}^{\infty} \frac{Z_k + W_k}{\beta_k} \left( \frac{3-\nu_r}{1+\nu_r} - \beta_k x \right) (ch\beta_k x - sh\beta_k x) \cos \beta_k y + \\
& + \frac{4}{E_\varphi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{\lambda_k^2} Y_k - 2\nu_r \frac{P}{E_r} \frac{x}{b} + \\
& + \delta \left[ - \frac{1+\nu_\varphi}{E_\varphi} b \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\lambda_n sh\lambda_n b} \left( (X_n + Y_n) \left[ \frac{1-\nu_\varphi}{1+\nu_\varphi} ch\lambda_n(b-y) + \lambda_n y sh\lambda_n(b-y) + \lambda_n b \frac{ch\lambda_n y}{sh\lambda_n b} \right] + \right. \right. \\
& \left. \left. + \frac{1+\nu_\varphi}{E_\varphi} a \sum_{n=1}^{\infty} \frac{Z_n + W_n}{\beta_n} \left( \frac{3-\nu_r}{1+\nu_r} - \beta_n x \right) (ch\beta_n x - sh\beta_n x) \cos \beta_n y + \right. \\
& \left. \left. + \frac{4}{E_\varphi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\lambda_n^2} Y_n - 2\nu_r \frac{P}{E_r} \frac{x}{b} \right] \right]. \quad (3.17)
\end{aligned}$$

Из (2.2) для прогиба правого конца изогнутой оси балки получаем

$$v\left(a, \frac{b}{2}\right) = \frac{16a^2}{E_\varphi \pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2k-1)^2} Y_k - 2\nu_r \frac{P}{E_r} \frac{a}{b}. \quad (3.18)$$

Значения напряжений для двух приближений в четырех сечениях вблизи закрепленного края  $x=0$  приведены в табл. 1–6. Картина изменения напряжения иллюстрирована на рис. 1–3.

Таблица 1

$\frac{X/b}{y/b}$	1/30	1/20	1/10	1/5
0.9	21.88	23.05	23.48	23.52
0.8	15.77	16.99	17.51	17.72
0.7	10.74	11.12	11.42	11.71
0.6	5.684	5.467	5.566	5.766
0.5	-0.0038	-0.0017	-0.0012	-0.0019
0.4	-5.658	-5.462	-5.524	-5.754
0.3	-10.73	-11.09	-11.39	-11.69
0.2	-15.75	-16.97	-17.46	-17.65
0.1	-21.87	-23.04	-23.42	-23.45

Таблица 2

$\frac{b}{P}[\sigma_x^{(0)} + \delta\sigma_x^{(1)}]$	1/30	1/20	1/10	1/5
19.692	19.823	19.723	21.638	
14.193	14.611	14.708	16.302	
9.666	9.563	9.593	10.773	
5.089	4.702	4.675	5.305	
-0.0034	-0.0015	-0.0016	-0.002	
-5.092	-4.697	-4.833	-5.294	
-9.657	-9.537	-9.568	-10.755	
-14.175	-14.594	-14.666	-16.238	
-19.683	-19.814	-19.673	-21.574	

Таблица 3

$$\text{Значения } -\frac{b}{P}\tau_{xy}^{(0)}(x, y)$$

$\frac{X/b}{y/b}$	1/30	1/20	1/10	1/5
0.9	3.950	2.561	1.744	0.9743
0.8	0.4855	1.110	1.235	1.104
0.7	-1.595	-0.072	0.6267	1.091
0.6	-1.136	-0.3687	0.2319	0.9535
0.5	-0.5885	-0.3224	0.1058	0.8692
0.	-1.148	-0.3721	0.2323	0.9556
0.3	-1.605	-0.0791	0.6294	1.087
0.2	0.4933	1.118	1.229	1.099
0.1	3.928	2.546	1.734	0.5679

Таблица 4

$$\text{Значения } -\frac{a}{P}[\tau_{xy}^{(0)} + \delta\tau_{xy}^{(1)}]$$

$\frac{1/30}{1/20}$	$\frac{1/20}{1/10}$	$\frac{1/10}{1/5}$	$\frac{1/5}{1/5}$
3.476	2.202	1.465	0.887
0.427	0.951	1.037	1.005
-1.404	-0.067	0.526	0.993
-0.999	-0.317	0.195	0.868
-0.518	-0.277	0.089	0.791
-1.010	-0.320	0.195	0.870
-1.412	-0.068	0.529	0.989
0.434	0.961	1.032	1.000
3.458	2.189	1.456	0.517

Таблица 5

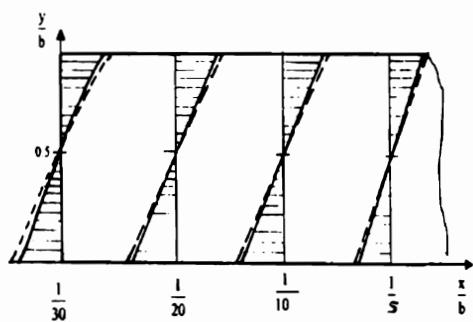
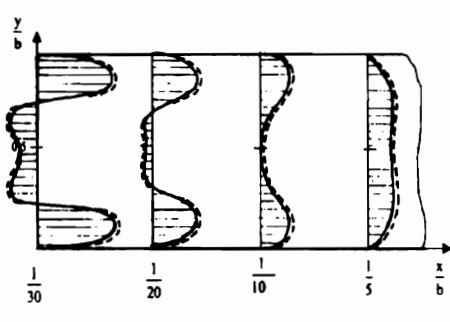
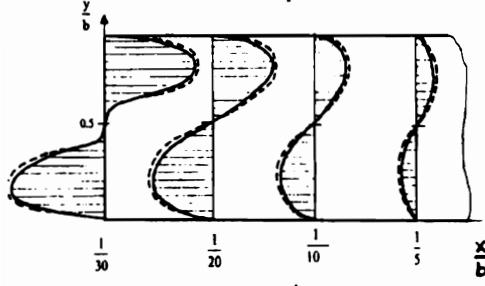
Значения  $\frac{b}{P} \sigma_y^{(0)}(x, y)$

$x/b$	1/30	1/20	1/10	1/5
0.9	6.082	3.402	1.847	0.5705
0.8	7.288	4.269	2.529	0.8347
0.7	3.548	2.756	1.976	0.8741
0.6	0.3315	1.046	0.9474	0.5318
0.5	0.0053	0.0025	0.0015	0.0019
0.4	-0.3341	-0.9940	-0.9271	-0.5130
0.3	-3.585	-2.724	-1.910	-0.8490
0.2	-7.239	-4.191	-2.491	-0.8780
0.1	-6.022	-3.338	-1.765	-0.5619

Таблица 6

Значения  $\frac{a}{P} [\sigma_y^{(0)} + \delta\sigma_y^{(1)}]$

$x/b$	1/30	1/20	1/10	1/5
5.352	2.926	1.551	0.522	
6.413	3.671	2.124	0.764	
3.122	2.370	1.659	0.800	
0.292	0.899	0.796	0.487	
0.0047	0.0021	0.0013	0.002	
-0.294	-0.855	-0.779	-0.469	
-3.155	-2.343	-1.604	-0.777	
-6.370	-3.604	-2.092	-0.803	
-5.299	-2.871	-1.483	-0.514	

Рис. 1. Эпюры  $\frac{b}{P} \sigma_y(x, y)$ Рис. 2. Эпюры  $\frac{b}{P} \tau_{xy}(x, y)$ Рис. 3. Эпюры  $\frac{b}{P} \sigma_y(x, y)$ 

Кафедра механики сплошной среды

Результаты показывают, что значения напряжений, вычисленные по двум приближениям, отличаются от значений напряжений, вычисленных по одному приближению. Они совпадают со значениями рассматриваемой задачи при изотропном материале и больше, чем в случае с анизотропным материалом. Для этих значений относительная погрешность составляет 10 %.

Поступила 16.06.1999

#### ЛИТЕРАТУРА

- Лехницкий С.Г. Анизотропные пластинки. М.: Гос. издат. технико-теоретической литературы, 1957.
- Саркисян В.С. Некоторые задачи математической теории упругости анизотропного тела. Еր. Изд-во ЕГУ, 1976.
- Галфаян П.О. Решение одной смешанной задачи теории упругости для прямоугольника. – Изв.АН Арм.ССР, сер. физ.-мат. наук, 1964, т.16, №1, с.39-61.

#### Վ.Ժ. ՀԱՅՐԱՊԵՏԱՆ

ՈՒՂՂԱՆԿՅՈՒՆԱՁԵՎ ԳԼԱՆԱՅԻՆ ՕՐԹՈՏՐՈՊ ՍԱԼԻ ՀԱՍՄՐ  
ԱՌԱՋԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՏԵՍՈՒԹՅԱՆ ԽԱՌԵ ԽՆԴՐԻ ԼՈՒԾՈՒՄԸ

#### Ամփոփում

Աշխատանքում բերված է ուղղանկյունաձև զլանային օրթոտրոպ սալի համար առաջականության տեսության հարթ խնդրի լուծումը, որի մի կողմում արված են տեղափոխումները, իսկ մյուս երեք կողմերում՝ լարումները: Ներմուծված է փոքր ֆիզիկական պարամետր և դիտարկված խնդրի լուծումը կառուցված է ըստ այդ պարամետրի աստիճանային շարքի: Լարումների ֆունկցիան ուկուրենտ եզրային խնդրներում ներկայացված է Ֆուրյեի շարքով, որի վերլուծության գործակիցները որոշելու համար ստացված են գծային հանրահաշվական հավասարումների անվերջ համակարգեր: Որպես օրինակ դիտարկված է կոնսոլային հեծանի ծոման խնդրը: Դիտարկվող խնդրի լուծումը հասցված է մինչև թվային արոյունքների, որոնց միջոցով ուսումնասիրված է ամրակցման մոտակայքում լարումների բաշխման բնույթը:

Механика

УДК 539.3

САРКИС В. САРКИСЯН

ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ ОПТИМАЛЬНОЙ СТАБИЛИЗАЦИИ  
ЗАКРЕПЛЕННОЙ ПЛАСТИНКИ

Исследуется задача оптимальной стабилизации колебаний прямоугольной пластинки, одна сторона которой жестко закреплена, а остальные – свободны. Пластина стабилизируется при помощи управляющей силы, приложенной к ее верхней поверхности. Задача решается с использованием балочных функций. Получено оптимальное управляющее воздействие, минимизирующее целевой функционал, представляющий собой полную энергию.

Рассматривается однородная прямоугольная пластинка ( $b \times a$ ) плотности  $\rho$ , постоянной толщины  $h$  с жесткостью на изгиб  $D$ . Пусть одна сторона пластины ( $y = 0$ ) жестко закреплена, а остальные три ( $y = a, x = 0, x = b$ ) – свободны.

В основу рассуждений принимается гипотеза недеформированных нормалей.

Пластина стабилизируется при помощи распределенной силы  $F(x, y, t)$ , приложенной к ее поверхности. Поперечное перемещение точек срединной поверхности пластины обозначено через  $w(x, y, t)$ . Дифференциальное уравнение колебательного движения будет иметь вид [1,2]

$$\frac{D}{\rho h} \left( \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) + \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = F, \quad (1)$$

а граничные условия –

$$\begin{aligned} w(x, y, t) \Big|_{y=0} &= 0, \quad \frac{\partial w(x, y, t)}{\partial y} \Big|_{y=0} = 0, \\ \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \Big|_{y=a} &= 0, \quad \left[ \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} + (2 - \nu) \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y} \right]_{y=a} = 0, \\ \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \Big|_{x=a,b} &= 0, \quad \left[ \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} + (2 - \nu) \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} \right]_{x=0,b} = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Начальные условия задачи представим в виде

$$\begin{aligned} w(x, y, t) \Big|_{t=0} &= f(x, y), \quad w(x, y, t) \Big|_{t \rightarrow \infty} \rightarrow 0, \\ \frac{\partial w(x, y, t)}{\partial t} \Big|_{t=0} &= \Phi(x, y), \quad \frac{\partial w(x, y, t)}{\partial t} \Big|_{t \rightarrow \infty} \rightarrow 0, \end{aligned} \quad (3)$$

где функции  $f(x, y)$  и  $\Phi(x, y)$  – соответственно начальный прогиб и начальная скорость точек срединной поверхности пластины, принадлежащие классу  $L_2$  на прямоугольнике  $[0, b] \times [0, a]$ .

Для определения оптимального значения нормальной нагрузки  $F(x, y, t)$  минимизируется полная энергия пластиинки и стабилизирующего воздействия:

$$J = K + V + \frac{gx}{h} \int_0^b \int_0^a F^2(x, y, t) dx dy dt. \quad (4)$$

Значения кинетической  $K$ - и потенциальной  $V$ -энергий, определенные в [2], имеют вид

$$K = \frac{\rho h}{2} \int_0^b \int_0^a \left( \frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 dx dy dt,$$

$$V = \frac{D}{2} \int_0^b \int_0^a \left\{ \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 - 2(1-\nu) \left[ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] \right\} dx dy dt. \quad (5)$$

Ставится следующая задача оптимальной стабилизации колебаний пластиинки распределенной нагрузкой: определить такое оптимальное стабилизирующее воздействие  $F^0(x, y, t) \in L_2$  на прямоугольнике  $[0, b] \times [0, a]$ , чтобы минимизировался функционал (4) с прогибом  $w(x, y, t)$ , удовлетворяющим граничным и начальными условиям (2), (3).

Решение уравнения (1) с заданной правой частью с учетом граничных условий (2) целесообразно представить в виде ряда по собственным формам однородной краевой задачи [6]

$$w(x, y, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} T_{mn}(t) X_m(x) \cdot Y_n(y), \quad (6)$$

где  $X_m(x)$  и  $Y_n(y)$  – собственные формы колебаний однородных балок.  $X_m(x)$  удовлетворяют краевым условиям балки со свободными концами:

$$X_m''(0) = X_m''(b) = 0, \quad X_m''(b) = X_m''(b) = 0,$$

а  $Y_n(y)$  – краевым условиям для балки, жестко заделанной на конце  $y=0$ , и со свободным концом  $y=a$ :

$$Y_n(0) = Y_n'(0) = 0, \quad Y_n''(a) = Y_n''(a) = 0.$$

Разложение (6) является решением исходной граничной задачи.

Балочные функции  $X_m(x)$  и  $Y_n(y)$  имеют следующий вид:

$$X_m(x) = A_m \left[ S(\lambda_m x) - \frac{T(\lambda_m b)}{U(\lambda_m b)} T(\lambda_m x) \right],$$

$$Y_n(y) = B_n \left[ U(\mu_n y) - \frac{V(\mu_n b)}{S(\mu_n b)} V(\mu_n y) \right], \quad (7)$$

где  $S(\cdot)$ ,  $T(\cdot)$ ,  $U(\cdot)$ ,  $V(\cdot)$  – функции Крылова, а  $\lambda_m$ ,  $\mu_n$  определяются из известных трансцендентных уравнений [1]. Произвольные постоянные  $A_m$  и  $B_n$  из формулы (7) определяются из условий ортогональности собственных функций

$$\int_0^b X_m(x) X_k(x) dx = \begin{cases} 0 & \text{при } m \neq k, \\ \alpha_m^2 & \text{при } m = k, \end{cases}$$

$$\int_0^a Y_n(y) Y_k(y) dy = \begin{cases} 0 & \text{при } n \neq k, \\ \beta_n^2 & \text{при } n = k. \end{cases}$$

Значение управляющей нагрузки можно представить аналогично ряду (6):

$$F(x, y, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} U_{mn}(t) X_m(x) Y_n(y) dx dy. \quad (8)$$

Имея в виду, что система функций  $\{X_m(x), Y_n(y)\}$  составляет ортогональный базис пространства  $L_2$  на прямоугольнике  $[0, b] \times [0, a]$ , и учитывая (6) и (8), уравнение (1) для каждой пары гармоник  $m$  и  $n$  ( $m, n = 1, 2, \dots$ ) сводится к обыкновенному дифференциальному уравнению второго порядка:

$$\ddot{T}_{mn}(t) + k_{mn}^2 T_{mn}(t) = U_{mn}(t), \quad (9)$$

где

$$k_{mn}^2 = \frac{D}{\rho h \alpha_m^2 \beta_n^2} [\lambda_m^4 + \mu_n^4] \alpha_m^2 \beta_n^2 + 2C_{mn};$$

$$C_{mn} = \iint_{00}^{ba} X_m''(x) Y_n''(y) X_m(x) Y_n(y) dx dy,$$

$$U_{mn}(t) = -\frac{1}{\alpha_m^2 \beta_n^2} \iint_{00}^{ba} F(x, y, t) X_m(x) Y_n(y) dx dy.$$

Тогда минимизируемый функционал (4) примет следующий вид:

$$J = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} J_{mn} = \int_0^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} [M_{mn} T_{mn}^2(t) + E_{mn} (\dot{T}_{mn}(t))^2 + L_{mn} U_{mn}^2(t)] dt, \quad (10)$$

где коэффициенты  $M_{mn}$ ,  $E_{mn}$  и  $L_{mn}$  определяются из (4), (5) с использованием (6) и (8).

Начальные условия для дифференциальных уравнений (9) будут таковыми:

$$T_{mn}(t) = a_{mn}, T'_{mn}(t) = b_{mn} \text{ при } t = 0, \quad (11)$$

где

$$a_{mn} = \frac{1}{k_{mn} \alpha_m^2 \beta_n^2} \iint_{00}^{ba} f(x, y) X_m(x) Y_n(y) dx dy;$$

$$b_{mn} = \frac{1}{\alpha_m^2 \beta_n^2} \iint_{00}^{ba} \Phi(x, y) X_m(x) Y_n(y) dx dy.$$

Для определения оптимального значения  $U_{mn}(t)$  достаточно минимизировать лишь функционал  $J_{mn}$  из (10) при начальных условиях (11) и при условиях

$$T_{mn}(t)|_{t \rightarrow \infty} \rightarrow 0, \quad T'_{mn}(t)|_{t \rightarrow \infty} = 0.$$

Таким образом, поставленная задача оптимальной стабилизации приводится к задаче аналитического конструирования оптимального регулятора [2–4]. Решая эту задачу для каждого  $(m, n)$ , получим оптимальное значение управляющего воздействия  $U_{mn}^0(t)$  в виде

$$U_{mn}^0(t) = l_{mn} \exp(\xi_{mn} t) + r_{mn} \exp(\eta_{mn} t),$$

где коэффициенты  $l_{mn}$ ,  $r_{mn}$  зависят от  $M_{mn}$ ,  $E_{mn}$ , а

$$\xi_{mn} = \frac{\sqrt{\frac{\rho h}{2\chi} - k_{mn}^2} - 2\sqrt{k_{mn}^4 + \frac{\rho h M_{mn}}{2\chi E_{mn}}}}{2}, \quad \eta_{mn} = \frac{\sqrt{\frac{\rho h}{2\chi} - k_{mn}^2} + 2\sqrt{k_{mn}^4 + \frac{\rho h M_{mn}}{2\chi E_{mn}}}}{2},$$

$$\eta_{mn} = \frac{\sqrt{\frac{\rho h}{2\chi} - k_{mn}^2 - 2\sqrt{k_{mn}^4 + \frac{\rho h M_{mn}}{2\chi E_{mn}}}} + \sqrt{\frac{\rho h}{2\chi} - k_{mn}^2 + \sqrt{k_{mn}^4 + \frac{\rho h M_{mn}}{2\chi L_{mn}}}}}{2}$$

имеют отрицательные действительные части.

После несложных преобразований можно также найти минимальное значение функционала.

Нетрудно проверить, что управляющее воздействие  $F(x, y, t)$  равномерно сходится по  $t \in [0, \infty)$  на множестве  $[0, b] \times [0, a]$ , а  $\min J$  – ограниченная величина [4].

Таким образом получено оптимальное управляющее воздействие, стабилизирующее пластинку, в виде двойного ряда

$$F^0(x, y, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} [(U_{mn}^0(t) X_m(x)) Y_n(y)].$$

Кафедра теоретической механики

Поступила 23.06.1999

## ЛИТЕРАТУРА

1. Бабаков И.М. Теория колебаний. М: Наука, 1968, 559с.
2. Саркисян В.С., Габриелян М.С., Юсиф Дж. Юсиф. Об оптимальной стабилизации ортотропной прямоугольной пластинки. – Уч. записки ЕГУ, 1987, с. 37-42.
3. Летов А.М. Аналитическое конструирование регуляторов. – Автоматика и телемеханика, М., 1960, т.21, №4, 5, 6; 1961, т. 22, №4.
4. Габриелян М.С. О стабилизации механической системы мощности континуума. – Уч. записки ЕГУ, 1973, №5.

## ՍԱՐԳԻՍ Վ.ՍԱՐԳՍՅԱՆ

## ԱՄՐԱՑՎԱԾ ՍԱԼԻ ՕՊՏԻՄԱԼ ԿԱՅՈՒՆՈՒԹՅԱՆ ՄԻ ԽՆԴՐԻ ՄԱՍԻՆ

### Ամփոփում

Հետազոտված է մի կողմը կոչուած ամրացված, իսկ մյուս կողմերը ազատ ուղղանկյուն սալի տատանումների օպտիմալ կայունության խնդիրը: Սալը կայունացվում է իր արտաքին մակերևույթի վրա կիրառված դեկավարող ագրեցությամբ: Խնդիրը լուծվել է հեծանային ֆունկցիաների միջոցով: Որոշվել է օպտիմալ դեկավարող ագրեցությունը, որը նպագարկում է նպատակային ֆունկցիոնալը՝ լրիվ էներգիան:

ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆԻ ԳԻՏԱԿԱՆ ՑԵՂԵԿԱԳԻՐ  
УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ ЕРЕВАНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

Բանական գիտություններ

1,2000

Естественные науки

Физика

УДК 524.354.4-6

Г.Ф. ХАЧАТРЯН

РАДИОСВЕТИМОСТИ ПУЛЬСАРОВ И МАГНИТНЫЕ  
МОМЕНТЫ НЕЙТРОННЫХ ЗВЕЗД

С использованием приведенных в обзоре [1] формул теории радиоизлучения пульсаров, по имеющимся наблюдательным данным, вычислены радиосветимости пульсаров и магнитные моменты 491 нейтронной звезды.

**1. Введение.** За прошедшие три десятка лет со времени открытия пульсаров накоплен богатый наблюдательный материал, который, как нам кажется, более чем достаточен для теоретического осмысливания всего имеющегося комплекса явлений. Самым примечательным свойством пульсаров является их относительно мощное пучкообразное радиоизлучение. Оно содержит необходимую информацию о месте и механизме своего формирования. Важную информацию содержит в себе не только сама плотность потока энергии радиоизлучения, но и геометрическая структура, угловой раствор радиопучка, форма и микроструктура профилей радиоимпульсов, скорость удлинения периодов и т.д. В редких случаях в пульсарах наблюдаются также гамма-рентгеновское и оптическое излучения, которые несомненно вместе с радиоизлучением являются отдельными звеньями сложного комплекса явлений, обусловленных сильными магнитным и электрическим полями вращающейся нейтронной звезды. Здесь электрическое поле имеет вторичное происхождение: оно генерировано вращением намагниченной звезды.

Основные характеристики излучения пульсаров, очевидно, определяются магнитным моментом  $\mu$  и угловой скоростью вращения  $2\pi/P$  ( $P$  – период пульсара) нейтронной звезды. Задачей теории является нахождение аналитических зависимостей для этих характеристик. Следовательно, в благоприятном случае теоретический анализ наблюдательных данных должен дать определенные сведения о параметрах (магнитный момент, момент инерции, масса и радиус) нейтронных звезд. Именно такая задача стоит перед нами в этой и последующих работах.

**2. Магнитные моменты нейтронных звезд в пульсарах.** Первые важные шаги в деле создания теории пульсаров были сделаны в работах [2–6]. Позже систематические исследования по этой проблеме были проведены в серии работ [7–12]. В результате удалось распознать природу механизма образования радиоизлучения пульсара, что позволило получить формулу для его радиосветимости в зависимости от параметров  $\mu$  и  $P$  [1]:

$$L = 3.79 \cdot 10^{28} c_k \mu_{30}^2 P^{-8/7} \text{ эрг/с.} \quad (1)$$

Здесь  $c_k$  – множитель порядка 0.1, дальнейшее уточнение значения которого можно проводить путем тщательного анализа данных наблюдений с учетом значения известных параметров нейтронных звезд:

$$c_k = H / B \sin \epsilon_m, \quad (2)$$

где  $B \approx 2\mu/r^3$  – магнитная индукция в радиационном канале пульсара (канал открытых силовых линий),  $r$  – расстояние от центра звезды,  $\varepsilon_m \approx c_k(\Omega r/c)^{1/2}$  – угол, составленный крайними открытыми магнитными силовыми линиями радиационного канала с осью магнитной симметрии,  $\Omega = 2\pi/P$ , наконец,  $H$  – напряженность магнитного поля, создаваемого протекающим через магнитную воронку электрическим током перед ее захлопыванием [1,12]. Магнитной воронкой называется нижняя часть радиационного канала с высотой

$$h \approx 1.07 \cdot 10^7 c_h \mu_{30}^{1/3} P^{-4/21} \text{ см} \quad (3)$$

над магнитной шапкой, где происходит формирование радиоизлучения пульсара. Здесь  $c_h$  – коэффициент порядка единицы, учитывающий возможные неточности в определении высоты магнитной воронки. В (1) и (3) пропущен множитель  $c_\alpha$ , мало отличающийся от единицы [1,10], зависящий от угла наклона  $\alpha$  вектора  $\vec{\mu}$  относительно оси вращения звезды.

Формула (1) позволяет по измеренным потокам энергии радиоизлучения  $L_0$  вычислить магнитные моменты нейтронных звезд в пульсарах. Полноценных сведений о спектральном распределении энергии радиоизлучения пульсаров не имеется. Но имеется богатый материал о потоках энергии на частоте  $v = 400 \text{ МГц}$  (в полосе шириной  $\Delta v \approx v$ ). Выбор этой частоты обусловлен тем, что вблизи нее спектральное распределение энергии имеет максимум, по-видимому, для большинства объектов. Имеются данные и о плотностях потоков энергии на частоте  $v = 1400 \text{ МГц}$ , но они заметно меньше потоков на частоте  $v = 400 \text{ МГц}$ . Полная радиосветимость пульсара равна

$$L_0 = S \Omega_{\text{рад}} d^2, \quad (4)$$

где  $S$  – плотность потока энергии,  $d$  – расстояние пульсара,  $\Omega_{\text{рад}}$  – телесный угол пучка радиоизлучения [1]:

$$\Omega_{\text{рад}} \approx 1.59 \cdot 10^{-2} c_h \mu_{30}^{1/3} P^{-25/21}. \quad (5)$$

По порядку плотность потока энергии радиоизлучения пульсара равна

$$S \approx 4 \cdot 10^8 \cdot 10^{-26} c_0 S_{400} = 4 \cdot 10^{-18} c_0 S_{400}, \quad (6)$$

где  $S_{400}$  – рассчитанная на  $1 \text{ Гц}$  монохроматическая плотность потока энергии на частоте  $400 \text{ МГц}$ , в единицах  $\text{мJy} = 10^{-26} \text{ эрг/см}^2 \cdot \text{с} \cdot \text{Гц}$ , наконец  $c_0$  – число порядка единицы, учитывающее ошибку аппроксимации полного потока энергии радиоизлучения по монохроматическому потоку:

$$c_0 = \frac{\int S_v dv}{4 \cdot 10^{-18} S_{400}},$$

$S_v$  – монохроматическая плотность потока энергии. Подставляя (5) и (6) в (4), получаем следующую оценку для наблюдаемой радиосветимости пульсара:

$$L_0 = 6.06 \cdot 10^{23} c_h c_0 S_{400} d_{\text{кпк}}^2 \mu_{30}^{1/3} P^{-25/21} \text{ эрг/с}, \quad (7)$$

где  $d_{\text{кпк}}$  – расстояние пульсара в единицах  $\text{кпк}$ .

Приравнивая (1) к (7), получаем для магнитного момента нейтронной звезды пульсара

$$\mu \approx 1.33 \cdot 10^{27} c_h^{3/20} c_0^{0.6} c_k^{-1.2} (S_{400} d_{\text{кпк}}^2)^{0.6} P^{-1/35} \text{ эрг/Гс}. \quad (8)$$

Здесь слабая зависимость магнитного момента от периода  $P$  пульсара кажущаяся, ибо плотность потока энергии  $S_{400}$ , по-видимому, также зависит от  $P$ . Теперь, исключая  $\mu$  из (7), мы получаем удобную формулу для вычисления радиосветимостей пульсаров по измеряемым плотностям потоков и расстояниям:

$$L_0 = 6.66 \cdot 10^{22} c_h^{1.05} c_0^{1.2} c_k^{-0.4} (S_{400} d_{\text{кп}}^2)^{1.2} P^{-1.2}. \quad (9)$$

Плотности потоков энергии  $S_{400}$ , периоды  $P$  и расстояния  $d_{\text{кп}}$  известных пульсаров приведены в обзоре [13]. С использованием этих данных в таблице по формулам (5), (8) и (9) вычислены магнитные моменты, телесные углы пучков радиоизлучения и радиосветимости 491 пульсара. В перспективе имеется реальная возможность оценить потоки энергии в диапазоне жесткого гамма-излучения пульсаров, а также оценить моменты инерции и массы нейтронных звезд. Но для того чтобы судить о правдоподобности полученных результатов, необходимо иметь представление о тех ошибках, которые неизбежно сопровождают нас как при использовании формул теории, так и при получении необходимых экспериментальных данных. При определении радиосветимостей и магнитных моментов пульсаров существуют три основных канала ошибок. Так, ошибки в 1.5 раза возможны в определении телесного угла радиоизлучения пульсара (5). Многие монохроматические плотности потока энергии  $S_{400}$  измерены один или несколько раз, поэтому они могут содержать ошибки в 2 и более раза. По понятным причинам ошибки примерно в 1.5 раза могут быть в измерениях расстояний пульсаров. В итоге, как можно предположить из (7) и (8), ошибки примерно в 2–3 раза могут образоваться в определении  $\mu$  и примерно 5 раз – в  $L_0$ . Кроме указанных ошибок, некоторая неопределенность в значениях  $\mu$  и  $L_0$  существует по той причине, что в их формулах имеются множители, содержащие постоянные  $c_0$  и  $c_k$ , не имеющие характер ошибок в подлинном смысле этого понятия.

*Радиосветимости пульсаров и магнитные моменты их нейтронных звезд*

PSR B	$P$ (с)	$d$ (кпк)	$S_{400}$ (мЯн)	$\mu_{30}$ (эрс/Гс)		$\Omega_{\text{рад}}$	$\lg(L_0)$ (эрс/с)	
				$c_k=0.1,$ $c_h=2$	$c_k=1,$ $c_h=1$		$c_k=c_h=1$	$c_k=0.1,$ $c_h=2$
1	2	3	4	5	6	7	8	9
0011+47	1.2407	1.76	14	0.223	0.0127	0.00286	25.40	24.68
0031-07	0.9429	0.68	95	0.226	0.0129	0.00399	25.54	24.82
0037+56	1.118	4.32	8	0.471	0.0267	0.00415	26.09	25.37
0042-73	0.9265	57.0	1	2.99	0.171	0.00964	27.80	27.08
0045+33	1.217	3.68	2	0.169	0.00957	0.00268	25.16	24.44
0052+51	2.115	2.35	3	0.123	0.00702	0.00125	24.62	23.90
0053+47	0.472	1.00	3	0.0462	0.00263	0.00535	24.51	23.79
0059+65	1.679	2.48	8	0.239	0.0136	0.00204	25.30	24.58
0105+65	1.284	1.63	10	0.166	0.00945	0.00249	25.12	24.40
0105+68	1.071	2.53	3	0.138	0.00782	0.00290	25.05	24.33
0114+58	0.1014	2.12	7	0.198	0.0112	0.0542	26.53	25.81
0136+57	0.2724	2.89	25	0.598	0.034	0.0242	27.00	26.28
0138+59	1.223	1.90	30	0.386	0.022	0.0035	25.88	25.16
0144+59	0.1963	1.89	6	0.154	0.00876	0.0227	25.99	25.27
0148-06	1.465	1.93	40	0.466	0.0265	0.0030	25.95	25.23
0149-16	0.8327	0.79	19	0.104	0.0059	0.00357	24.93	24.21
0153+39	1.812	4.85	4	0.352	0.02	0.00212	25.60	24.88
0154+61	2.352	1.41	7	0.111	0.0063	0.00106	24.47	23.75
0203-40	0.6306	0.88	11	0.0857	0.00487	0.00466	24.90	24.18
0226+70	1.467	2.26	2	0.0933	0.00531	0.00175	24.55	23.83
0254-53	0.4477	1.15	17	0.155	0.00881	0.00853	25.58	24.86
0301+19	1.388	0.94	35	0.182	0.0103	0.00234	25.16	24.44
0331+45	0.2692	2.05	5	0.151	0.00858	0.0155	25.81	25.09
0339+53	1.934	2.58	4	0.164	0.00935	0.00152	24.91	24.19

1	2	3	4	5	6	7	8	9
0353+52	0.197	4.65	10	0.617	0.0351	0.0359	27.19	26.47
0355+54	0.1564	2.07	55	0.653	0.0372	0.0482	27.36	26.64
0403-76	0.5453	1.52	19	0.230	0.0131	0.00770	25.83	25.11
0402+61	0.5946	3.08	13	0.427	0.0243	0.00853	26.32	25.60
0410+69	0.3907	1.56	7	0.132	0.00749	0.00951	25.51	24.79
0447-12	0.438	3.27	10	0.395	0.0225	0.0120	26.41	25.69
0450-18	0.5489	3.14	95	1.44	0.0821	0.0141	27.42	26.70
0450+55	0.3407	0.78	60	0.210	0.0119	0.0131	25.98	25.26
0456-69	0.3204	49.4	0.6	1.92	0.109	0.0294	27.93	27.21
0458+46	0.6386	1.76	10	0.185	0.0106	0.00594	25.57	24.85
0502-66	0.6912	49.4	1	2.54	0.145	0.0129	27.80	27.08
0523+11	0.3544	7.68	19	1.63	0.0926	0.0247	27.74	27.02
0525+21	3.746	2.27	60	0.704	0.0399	0.00113	25.84	25.12
0529-66	0.9757	49.4	5.5	7.01	0.399	0.0121	28.51	27.79
0531+21	0.0334	2.00	950	3.63	0.206	0.536	29.61	28.89
0538-75	1.246	1.10	75	0.347	0.0198	0.0033	25.78	25.06
0540-69	0.05038	49.4	0.7	2.21	0.126	0.280	28.98	28.26
0540+23	0.2459	3.53	30	0.851	0.0484	0.0307	27.36	26.64
0559-57	2.261	2.55	2.1	0.110	0.00624	0.00111	24.48	23.76
0559-05	0.3959	7.54	20	1.63	0.0931	0.0217	27.69	26.97
0609+37	0.2979	1.47	16	0.203	0.0115	0.0152	26.02	25.30
0611+22	0.3349	4.72	30	1.20	0.068	0.0238	27.50	26.78
0621-04	1.039	4.39	4	0.316	0.018	0.00398	25.79	25.07
0626+24	0.4766	4.69	30	1.18	0.0668	0.0156	27.31	26.59
0628-28	1.244	2.14	200	1.39	0.0791	0.00525	26.98	26.26
0643+80	1.214	3.02	7	0.282	0.016	0.00317	25.61	24.89
0655+64	0.1957	0.48	6	0.0297	0.00169	0.0132	24.56	23.84
0727-18	0.5102	3.24	11	0.412	0.0234	0.0101	26.37	25.65
0736-40	0.3749	11.03	190	9.99	0.568	0.0423	29.29	28.57
0740-28	0.1668	1.89	300	1.62	0.0921	0.0605	28.11	27.39
0743-53	0.2148	7.14	23	1.70	0.0965	0.0454	28.03	27.31
0751+32	1.442	3.92	6	0.350	0.0199	0.00278	25.71	24.99
0756-15	0.6823	3.74	9	0.431	0.0245	0.00726	26.26	25.54
0808-47	0.5472	12.72	46	5.00	0.285	0.0214	28.50	27.78
0809+74	1.292	0.31	80	0.0789	0.00449	0.00193	24.47	23.75
0818-13	1.238	2.46	100	1.09	0.0617	0.00486	26.77	26.05
0818-41	0.5454	2.25	65	0.771	0.0438	0.0115	26.88	26.16
0820+02	0.8649	1.43	35	0.304	0.0173	0.00488	25.84	25.12
0823+26	0.5307	0.38	65	0.0913	0.00519	0.00584	25.04	24.32
0826-34	1.849	0.52	16	0.0554	0.00315	0.00112	23.99	23.27
0833-45	0.0893	0.50	5000	1.81	0.103	0.132	28.52	27.80
0834+06	1.274	0.72	85	0.225	0.0128	0.00278	25.39	24.67
0835-41	0.7516	4.24	197	3.17	0.187	0.0126	27.95	27.23
0839-53	0.7206	7.69	19	1.60	0.0908	0.0105	27.37	26.65
0840-48	0.6444	8.70	6.2	0.950	0.054	0.0101	26.98	26.26
0844-35	1.116	1.31	16	0.170	0.00968	0.00297	25.21	24.49
0853-33	1.268	1.27	10	0.123	0.00701	0.00229	24.87	24.15
0855-61	0.9625	6.52	11	0.937	0.0532	0.00625	26.77	26.05
0901-63	0.6603	4.44	4.5	0.349	0.0199	0.00704	26.10	25.38
0903-42	0.9652	4.40	8	0.483	0.0274	0.00499	26.19	25.47
0904-74	0.5496	4.41	11	0.595	0.0338	0.0105	26.65	25.93
0905-51	0.2536	2.65	35	0.661	0.0376	0.0272	27.13	26.41
0906-17	0.4016	0.62	16	0.0715	0.00406	0.0075	24.97	24.25
0909-71	1.363	3.99	6.5	0.375	0.0213	0.00305	25.80	25.08
0917+63	1.568	0.76	4	0.0382	0.00217	0.0012	23.75	23.03
0919+06	0.4306	2.97	60	1.03	0.0587	0.0168	27.25	26.53
0922-52	0.7463	5.61	12	0.830	0.0472	0.00813	26.79	26.07
0923-58	0.7395	2.01	22	0.348	0.0198	0.00615	26.04	25.32
0932-52	1.445	2.90	18	0.471	0.0267	0.00306	25.97	25.25
0940-55	0.6644	6.35	55	2.41	0.137	0.01331	27.77	27.05
0941-56	0.8081	5.07	13	0.769	0.0437	0.00721	26.68	25.96
0940+16	1.087	1.68	18	0.246	0.014	0.00346	25.55	24.83
0942-13	0.5703	0.70	25	0.107	0.00608	0.00565	25.14	24.42
0943+10	1.098	0.98	3	0.0440	0.0025	0.00193	24.05	23.33
0950-38	1.374	8.44	8.5	1.08	0.0615	0.00429	26.72	26.00
0950+08	0.2531	0.12	400	0.0696	0.00396	0.0129	25.17	24.45
0953-52	0.8621	4.86	29	1.18	0.0672	0.0077	27.02	26.30
0957-47	0.6701	2.96	16	0.459	0.0261	0.00758	26.33	25.61

1	2	3	4	5	6	7	8	9
0959-54	1.437	3.59	80	1.49	0.0846	0.0045	26.97	26.25
1001-47	0.3071	3.44	6	0.312	0.0178	0.0169	26.38	25.66
1010-23	2.518	1.64	4	0.0948	0.00539	0.000927	24.30	23.58
1011-58	0.8199	10.2	14.6	1.90	0.108	0.00957	27.46	26.74
1014-53	0.7696	2.50	3.5	0.150	0.00853	0.00443	25.29	24.57
1015-56	0.5035	11.8	15	2.33	0.133	0.0183	27.88	27.16
1016-16	1.805	3.27	5	0.251	0.0142	0.00191	25.31	24.59
1030-58	0.4642	7.31	14	1.26	0.0721	0.0165	27.39	26.67
1036-58	0.6620	2.43	5.4	0.189	0.0107	0.00572	25.56	24.84
1039-19	1.386	3.18	13	0.433	0.0246	0.00313	25.92	25.20
1046-58	0.1237	2.98	21.8	0.585	0.0333	0.0615	27.38	26.66
1054-62	0.4224	14.9	45	6.01	0.342	0.0310	28.79	28.07
1055-52	0.1971	1.53	80	0.566	0.0322	0.0349	27.12	26.40
1056-78	1.347	3.46	6.5	0.316	0.018	0.00292	25.66	24.94
1056-57	1.185	2.74	19	0.456	0.026	0.00384	26.04	25.32
1105-59	1.517	3.54	7	0.338	0.0193	0.00259	25.66	24.94
1107-56	0.5583	9.19	16.3	1.82	0.103	0.0149	27.61	26.89
1110-65	0.3342	19.3	19	4.93	0.28	0.0383	28.73	28.01
1110-69	0.8205	12.3	13	2.23	0.127	0.0101	27.60	26.88
1112-60	0.8808	30.0	4.9	3.61	0.205	0.0109	27.98	27.26
1112+50	1.656	0.54	14	0.0536	0.00305	0.00126	24.01	23.29
1114-41	0.9432	2.77	26	0.561	0.032	0.0054	26.33	25.61
1118-79	2.281	1.52	7	0.121	0.0069	0.00113	24.56	23.84
1119-54	0.5358	15.5	24	4.29	0.244	0.0207	28.38	27.66
1124-60	0.2027	8.05	7.1	0.970	0.0551	0.0404	27.57	26.85
1131-62	1.023	30.0	19.6	8.26	0.469	0.012	28.63	27.91
1133+16	1.188	0.27	300	0.149	0.00843	0.00263	25.06	24.34
1133-55	0.3647	2.60	23	0.497	0.0283	0.0161	26.70	25.98
1143-60	0.2734	2.62	17	0.422	0.024	0.0214	26.70	25.98
1154-62	0.4005	9.50	145	7.09	0.403	0.0348	28.96	28.24
1159-58	0.4528	4.96	23	1.07	0.061	0.0161	27.26	26.54
1221-63	0.2165	2.29	48	0.674	0.0383	0.0331	27.22	26.50
1222-63	0.4196	24.8	11	4.77	0.271	0.0289	28.59	27.87
1232-55	0.6382	3.88	4.5	0.297	0.0169	0.00695	25.97	25.25
1237+25	1.382	0.56	110	0.194	0.011	0.0024	25.22	24.50
1236-68	1.302	2.98	6.5	0.264	0.015	0.00286	25.52	24.80
1237-41	0.5122	3.59	3.5	0.234	0.0133	0.00835	25.88	25.16
1240-64	0.3885	12.2	110	8.11	0.461	0.0378	29.09	28.37
1254-10	0.6173	2.22	10	0.246	0.014	0.00679	25.83	25.11
1256-67	0.6633	2.74	4.5	0.195	0.0111	0.00578	25.59	24.87
1257+12	0.0062	0.62	20	0.0920	0.00523	1.17	27.26	26.54
1302-64	0.5716	30.0	29	10.6	0.604	0.0261	29.13	28.41
1303-66	0.4731	29.1	20.8	8.44	0.48	0.0303	29.03	28.31
1309-12	0.4475	2.30	4	0.150	0.00849	0.00844	25.55	24.83
1310+18	0.0332	18.9	1	0.877	0.0499	0.338	28.38	27.66
1309-53	0.7282	9.68	15	1.83	0.104	0.0109	27.49	26.77
1309-55	0.8492	6.76	16	1.23	0.07	0.00794	27.07	26.35
1316-60	0.2844	12.6	17.1	2.80	0.159	0.0384	28.32	27.60
1317-53	0.2797	4.23	18	0.776	0.0441	0.0256	27.22	26.50
1322+83	0.670	0.80	10	0.0720	0.0041	0.00409	24.72	24.00
1323-58	0.478	9.07	120	5.96	0.339	0.0266	28.72	28.00
1323-63	0.7927	15.9	18	3.70	0.21	0.0125	28.06	27.34
1322-66	0.543	8.62	28	2.33	0.133	0.0167	27.84	27.12
1323-62	0.5299	6.61	135	4.36	0.248	0.0212	28.40	27.68
1323-627	0.1965	6.50	21.9	1.48	0.084	0.0482	27.95	27.23
1325-43	0.5327	2.29	18	0.365	0.0207	0.00923	26.24	25.52
1325-49	1.479	7.78	11	1.14	0.065	0.00401	26.73	26.01
1334-61	1.239	8.14	7.3	0.943	0.054	0.00465	26.65	25.93
1336-64	0.3786	1.93	9	0.197	0.0112	0.0113	25.88	25.16
1352-51	0.6443	6.48	12	0.991	0.056	0.0103	27.01	26.29
1356-60	0.1275	5.91	105	3.42	0.194	0.1067	28.89	28.17
1358-63	0.8428	2.60	34	0.614	0.0349	0.00636	26.47	25.75
1409-62	0.3949	3.68	5.9	0.333	0.0189	0.0128	26.31	25.59
1417-54	0.9358	4.90	9	0.589	0.0335	0.00554	26.38	25.66
1424-55	0.5703	2.29	35	0.543	0.0308	0.00971	26.55	25.83
1426-66	0.7854	1.80	130	0.884	0.0503	0.00781	26.82	26.10
1436-63	0.4596	4.03	21	0.791	0.045	0.0142	26.99	26.27
1449-64	0.1795	1.84	230	1.33	0.0759	0.0519	27.91	27.19

1	2	3	4	5	6	7	8	9
1451-68	0.2634	0.45	350	0.313	0.0178	0.0203	26.46	25.74
1454-51	1.748	1.37	4	0.0771	0.00439	0.00134	24.30	23.58
1503-51	0.8407	1.67	5	0.114	0.0065	0.00364	25.01	24.29
1504-43	0.2868	1.79	16	0.257	0.0146	0.0172	26.25	25.53
1503-66	0.3557	5.61	13	0.889	0.0506	0.0201	27.22	26.50
1508+55	0.7397	1.93	95	0.798	0.0454	0.00811	26.76	26.04
1507-44	0.9439	4.22	14	0.642	0.0365	0.00564	26.45	25.73
1508-57	0.1287	12.7	19.8	3.14	0.178	0.103	28.82	28.10
1509-58	0.1502	4.40	1.5	0.186	0.0106	0.0333	26.29	25.57
1510-48	0.4548	1.59	8.5	0.151	0.00857	0.0083	25.55	24.83
1516+02A	0.00555	7.00	0.9	0.263	0.015	1.92	28.23	27.51
1518-58	0.3954	4.47	19.5	0.861	0.049	0.0175	27.14	26.42
1524-39	2.418	2.01	11	0.222	0.0126	0.00129	25.06	24.34
1523-55	1.049	7.07	17	1.33	0.076	0.00635	27.03	26.31
1530+27	1.125	0.97	12	0.0998	0.00568	0.00246	24.75	24.03
1530-53	1.369	1.13	70	0.343	0.0195	0.00294	25.72	25.00
1530-539	0.2897	4.27	14.4	0.686	0.039	0.0235	27.09	26.37
1534+12	0.0379	0.68	36	0.139	0.0079	0.156	26.71	25.99
1535-56	0.2434	4.01	9.5	0.498	0.0283	0.026	26.90	26.18
1541+09	0.7484	2.46	60	0.810	0.0461	0.00804	26.77	26.05
1540-06	0.7091	1.16	30	0.217	0.0124	0.00552	25.65	24.93
1541-52	0.1786	1.29	23	0.219	0.0125	0.0286	26.34	25.62
1550-54	1.081	4.41	13	0.646	0.0367	0.00481	26.39	25.67
1552-23	0.5326	4.61	7	0.479	0.0272	0.0101	26.48	25.76
1552-31	0.5181	6.10	19	1.22	0.0694	0.0143	27.31	26.59
1556-44	0.2571	1.63	110	0.733	0.0417	0.0277	27.21	26.49
1555-55	0.9572	5.04	15	0.829	0.0471	0.00604	26.66	25.94
1556-57	0.1945	5.34	20	1.10	0.0628	0.0443	27.70	26.98
1558-50	0.8642	6.30	45	2.10	0.119	0.0093	27.52	26.80
1600-27	0.7783	2.58	18	0.416	0.0237	0.00614	26.17	25.45
1600-49	0.3274	3.59	44	1.08	0.0616	0.0237	27.43	26.71
1601-52	0.658	1.24	30	0.236	0.0134	0.00621	25.76	25.04
1604-00	0.4218	0.59	60	0.149	0.00844	0.00903	25.58	24.86
1607-13	1.018	3.89	16	0.630	0.0358	0.00512	26.39	25.67
1607-52	0.1825	3.34	3.8	0.233	0.0132	0.0284	26.38	25.66
1609-47	0.3824	3.90	17	0.673	0.0383	0.0168	26.94	26.22
1612+07	1.207	1.50	10	0.151	0.00857	0.0026	25.07	24.35
1612-29	2.478	1.66	5	0.110	0.00625	0.000993	24.44	23.72
1611-55	0.7915	3.57	9.5	0.418	0.0238	0.00603	26.16	25.44
1620-09	1.2764	3.86	6	0.344	0.0196	0.0032	25.76	25.04
1620-26	0.01108	1.80	15	0.273	0.0155	0.841	27.91	27.19
1620-42	0.3646	21.9	24	6.56	0.373	0.0380	28.94	28.22
1630-44	0.4365	12.0	5.6	1.33	0.0757	0.0180	27.46	26.74
1633+24	0.4905	2.09	10	0.230	0.0131	0.00873	25.88	25.16
1630-59	0.5291	7.26	7	0.827	0.047	0.0122	26.96	26.24
1635-45	0.2646	4.64	9	0.573	0.0326	0.0247	26.98	26.26
1641-45	0.4551	5.30	375	6.20	0.353	0.0286	28.78	28.06
1642-03	0.3877	2.90	300	2.64	0.15	0.0261	28.12	27.40
1641-68	1.786	1.80	23	0.305	0.0174	0.00206	25.49	24.77
1648-17	0.9734	1.51	9	0.143	0.00816	0.0033	25.13	24.41
1648-42	0.8441	7.21	100	3.98	0.227	0.0118	28.09	27.37
1647-52	0.6351	6.39	23	1.44	0.0819	0.0118	27.35	26.63
1647-528	0.8905	5.99	12	0.893	0.0508	0.00675	26.76	26.04
1650-38	0.305	5.12	4.1	0.401	0.0228	0.0185	26.60	25.88
1657-13	0.6409	4.44	6	0.415	0.0236	0.00773	26.26	25.54
1657-37	2.455	7.83	29.2	2.04	0.116	0.00266	26.98	26.26
1657-45	0.3229	17.3	7.3	2.44	0.139	0.0316	28.14	27.42
1700-18	0.8043	1.98	11	0.225	0.0128	0.00481	25.62	24.90
1700-32	1.212	3.19	30	0.720	0.041	0.00435	26.42	25.70
1659-60	0.3063	1.89	23	0.341	0.0194	0.0174	26.46	25.74
1702-19	0.299	1.19	30	0.230	0.0131	0.0157	26.13	25.41
1703-40	0.581	5.12	5.2	0.452	0.0258	0.00895	26.39	25.67
1701-75	1.191	2.01	2.5	0.0932	0.0053	0.00225	24.66	23.94
1706-16	0.6531	1.27	45	0.310	0.0176	0.00686	26.00	25.28
1706-44	0.1024	1.82	16.4	0.274	0.0156	0.0598	26.81	26.09
1709-15	0.8688	2.78	5	0.210	0.012	0.00429	25.52	24.80
1707-53	0.8992	4.24	9	0.496	0.0282	0.00548	26.25	25.53
1714-34	0.6563	22.1	3.6	2.10	0.119	0.0129	27.66	26.94

1	2	3	4	5	6	7	8	9
1715-40	0.1891	6.29	6.4	0.679	0.0386	0.0390	27.30	26.58
1718-02	0.4777	5.43	25	1.25	0.0714	0.0159	27.37	26.65
1717-16	1.566	1.69	11	0.183	0.0104	0.00203	25.11	24.39
1717-29	0.6204	1.43	40	0.333	0.0189	0.00747	26.09	25.37
1718-19	1.004	11.6	0.5	0.292	0.0166	0.00403	25.73	25.01
1718-32	0.4772	3.18	65	1.18	0.0666	0.0155	27.31	26.59
1718-36	0.3992	5.30	4.8	0.455	0.0259	0.0140	26.58	25.86
1719-37	0.2362	2.52	25	0.509	0.029	0.0272	26.94	26.22
1726-00	0.386	2.21	11	0.262	0.0149	0.0121	26.12	25.40
1727-47	0.8297	4.87	190	3.66	0.208	0.0117	28.02	27.30
1729-41	0.628	5.93	9	0.750	0.0426	0.0097	26.79	26.07
1730-22	0.8717	1.50	20	0.231	0.0131	0.00441	25.60	24.88
1730-37	0.3376	3.45	3.5	0.226	0.0129	0.0135	26.05	25.33
1732-02	0.8394	5.02	5.7	0.463	0.0263	0.00582	26.22	25.50
1732-07	0.4193	4.38	16	0.745	0.0424	0.0156	26.98	26.26
1734-35	0.3976	2.25	6.6	0.197	0.0112	0.0106	25.85	25.13
1735-32	0.7685	1.48	4.1	0.0880	0.0050	0.00371	24.82	24.10
1736-29	0.3229	3.20	10.2	0.393	0.0223	0.0172	26.55	25.83
1736-31	0.5294	7.67	1.3	0.322	0.0183	0.00891	26.13	25.41
1737+13	0.803	4.77	25	1.06	0.0602	0.00808	26.96	26.24
1737-30	0.6066	3.28	16.7	0.535	0.0304	0.00898	26.51	25.79
1738-08	2.043	3.54	10	0.416	0.0236	0.00195	25.69	24.97
1737-39	0.5122	4.75	35	1.31	0.0742	0.0148	27.37	26.65
1740-03	0.4446	1.79	8	0.167	0.00953	0.00883	25.66	24.94
1740-13	0.4053	4.75	6	0.456	0.0259	0.0138	26.57	25.85
1740-31	2.415	3.64	28.3	0.799	0.0454	0.00198	26.17	25.45
1742-30	0.3674	2.09	70	0.746	0.0424	0.0182	27.05	26.33
1745-12	0.3941	3.66	20	0.688	0.0391	0.0163	26.94	26.22
1746-30	0.6099	9.11	10.5	1.38	0.0784	0.0122	27.33	26.61
1745-56	1.332	2.66	3	0.145	0.00825	0.00228	24.99	24.27
1747-31	0.9104	4.45	6.6	0.436	0.0248	0.00518	26.13	25.41
1747-46	0.7424	1.08	70	0.331	0.0188	0.00602	25.99	25.27
1749-28	0.5626	1.53	1150	2.72	0.155	0.0169	27.96	27.24
1753+52	2.391	3.56	4	0.241	0.0137	0.00134	25.13	24.41
1753-24	0.6705	4.95	3.7	0.354	0.0201	0.00695	26.10	25.38
1754-24	0.2341	3.50	20	0.661	0.0376	0.030	27.17	26.45
1756-22	0.461	3.55	20	0.660	0.0375	0.0134	26.83	26.11
1757-23	1.031	4.38	4	0.316	0.018	0.00401	25.79	25.07
1758-03	0.9215	6.66	18	1.29	0.0735	0.00733	27.07	26.35
1757-24	0.1249	4.61	3.3	0.318	0.0181	0.0496	26.84	26.12
1758-29	1.082	3.27	27.3	0.703	0.04	0.00494	26.46	25.74
1800-21	0.1336	3.94	20	0.776	0.0441	0.0616	27.58	26.86
1800-27	0.3344	3.62	3.8	0.252	0.0143	0.0142	26.15	25.43
1802-07	0.0231	3.10	1.4	0.124	0.00705	0.270	26.86	26.14
1802+03	0.2187	4.80	5	0.422	0.024	0.0279	26.81	26.09
1804-08	0.1637	3.61	70	1.48	0.0836	0.0598	28.04	27.32
1804-12	0.5228	3.43	4	0.241	0.0137	0.00821	25.89	25.17
1804-27	0.8278	9.67	25	2.47	0.14	0.0103	27.68	26.96
1805-20	0.9184	7.38	15.5	1.33	0.076	0.00744	27.10	26.38
1806-21	0.7024	5.19	2.2	0.274	0.0156	0.00603	25.85	25.13
1806-53	0.2605	2.00	12	0.247	0.0141	0.019	26.26	25.54
1810+02	0.7939	5.80	4	0.446	0.0254	0.00614	26.22	25.50
1811+40	0.9311	4.32	5	0.356	0.0203	0.00471	25.94	25.22
1813-17	0.7823	6.51	4.3	0.535	0.0304	0.00664	26.38	25.66
1813-26	0.5929	3.63	18	0.631	0.0359	0.00976	26.67	25.95
1814-23	0.6255	5.63	4	0.433	0.0246	0.00807	26.31	25.59
1813-36	0.387	3.79	22	0.760	0.0432	0.0172	27.04	26.32
1815-14	0.2915	8.14	2	0.455	0.0259	0.0204	26.73	26.01
1818-04	0.5981	2.10	135	1.10	0.0624	0.0116	27.14	26.42
1817-13	0.9215	9.70	0.9	0.336	0.0191	0.00468	25.90	25.18
1817-18	0.3099	8.46	4.6	0.783	0.0446	0.0227	27.17	26.45
1820-14	0.2148	7.73	2	0.431	0.0245	0.0288	26.84	26.12
1819-22	1.874	3.47	25	0.706	0.0401	0.00257	26.19	25.47
1821+05	0.7529	3.03	19	0.521	0.0297	0.00689	26.38	25.66
1820-11	0.2798	6.26	11.1	0.929	0.0528	0.0271	27.37	26.65
1820-30B	0.3786	8.00	1.9	0.428	0.0244	0.0146	26.55	25.83
1820-31	0.2841	1.67	45	0.441	0.025	0.0208	26.72	26.00
1821-11	0.4358	7.77	1.9	0.412	0.0234	0.0122	26.45	25.73

1	2	3	4	5	6	7	8	9
1821-19	0.1893	5.19	65	2.16	0.123	0.0573	28.30	27.58
1821-24	0.00305	5.50	40	1.95	0.111	7.393	30.25	29.53
1822+00	0.7789	2.22	6	0.180	0.0102	0.00464	25.44	24.72
1822-09	0.769	1.03	30	0.187	0.0107	0.00478	25.48	24.76
1822-14	0.2792	5.42	1.2	0.205	0.0117	0.0165	26.06	25.34
1823-11	2.093	4.83	20.7	0.933	0.0531	0.00248	26.38	25.66
1823-13	0.1015	4.12	1.2	0.152	0.00867	0.0497	26.31	25.59
1824-10	0.2458	6.16	1.6	0.286	0.0163	0.0214	26.41	25.69
1826-17	0.3071	5.52	85	2.70	0.154	0.0347	28.25	27.53
1828-11	0.405	3.63	1.5	0.143	0.00818	0.00938	25.57	24.85
1829-08	0.6473	4.75	11	0.648	0.0368	0.00886	26.64	25.92
1829-10	0.3304	6.42	4	0.516	0.0294	0.0183	26.78	26.06
1831-03	0.6867	5.09	95	2.56	0.146	0.0131	27.81	27.09
1828-60	1.889	1.85	5.5	0.133	0.0076	0.00146	24.74	24.02
1831-00	0.521	2.63	15	0.386	0.022	0.00966	26.30	25.58
1831-04	0.2901	2.29	65	0.802	0.0456	0.0247	27.23	26.51
1832-06	0.3058	6.34	3	0.429	0.0244	0.0189	26.66	25.94
1834-04	0.3542	4.62	1.8	0.214	0.0122	0.0126	25.99	25.27
1834-10	0.5627	5.40	50	1.88	0.107	0.0149	27.64	26.92
1834-06	1.906	4.95	8.4	0.561	0.0319	0.00234	25.98	25.26
1839+56	1.653	1.65	18	0.239	0.0135	0.00208	25.31	24.59
1839+09	0.3813	2.49	20	0.434	0.0247	0.0146	26.56	25.84
1838-04	0.1861	5.16	3.6	0.379	0.0216	0.0327	26.80	26.08
1839-04	1.840	4.15	53.4	1.38	0.0784	0.00329	26.78	26.06
1842+14	0.3755	2.21	19	0.364	0.0207	0.0140	26.41	25.69
1842-02	0.5077	5.99	1.8	0.291	0.0165	0.00906	26.07	25.35
1841-04	0.991	2.79	9	0.300	0.017	0.00413	25.76	25.04
1841-05	0.2557	6.16	3.6	0.465	0.0264	0.0240	26.82	26.10
1842-04	0.1622	4.72	1.6	0.210	0.0119	0.0316	26.35	25.63
1844-04	0.5978	3.13	70	1.19	0.0679	0.0120	27.21	26.49
1845-01	0.6594	3.80	40	1.07	0.0611	0.0103	27.07	26.35
1845-19	4.308	0.96	20	0.129	0.00733	0.000542	24.30	23.58
1846-06	1.451	3.66	30	0.846	0.048	0.0037	26.47	25.75
1848+13	0.3456	3.08	7	0.298	0.017	0.0145	26.28	25.56
1848+04	0.2845	3.13	9.2	0.361	0.0205	0.0194	26.54	25.82
1848+12	1.205	3.51	9	0.393	0.0223	0.00358	25.90	25.18
1852+10	0.5723	12.2	11	2.01	0.114	0.0150	27.69	26.97
1851-14	1.147	5.21	9	0.631	0.0359	0.00445	26.34	25.62
1853+01	0.2674	3.30	9.9	0.403	0.0229	0.0217	26.67	25.95
1854+00	0.3569	2.64	5	0.203	0.0115	0.0122	25.93	25.21
1855+02	0.4158	8.58	2	0.479	0.0273	0.0136	26.60	25.88
1855+09	0.0053	1.00	31	0.213	0.0121	1.87	28.06	27.34
1857-26	0.6122	1.70	130	0.832	0.0473	0.0103	26.89	26.17
1851-79	1.279	3.87	6.5	0.362	0.0206	0.00325	25.80	25.08
1859+01	0.2882	2.93	15	0.447	0.0254	0.0205	26.72	26.00
1859+03	0.6554	8.06	75	3.86	0.22	0.0158	28.19	27.47
1859+07	0.644	5.50	7.8	0.628	0.036	0.00883	26.62	25.90
1859+13	1.830	3.41	3.3	0.205	0.0117	0.00175	25.13	24.41
1900+05	0.7466	3.93	14	0.594	0.0338	0.00726	26.50	25.78
1900+06	0.6735	10.1	8	1.32	0.0753	0.0107	27.25	26.53
1900+01	0.7293	4.40	40	1.28	0.0726	0.00964	27.17	26.45
1901+22	0.6511	9.24	2.8	0.634	0.036	0.00874	26.62	25.90
1900-06	0.4319	8.79	25	2.24	0.128	0.0217	27.92	27.20
1901+10	1.857	4.06	2	0.187	0.0106	0.00167	25.04	24.32
1903+07	0.648	5.48	10.4	0.743	0.0423	0.00927	26.76	26.04
1902-01	0.6432	6.78	10	0.938	0.0533	0.0101	26.97	26.25
1904+06	0.2673	9.23	3	0.676	0.0384	0.0258	27.12	26.40
1904+12	0.8271	7.24	2	0.384	0.0218	0.00556	26.07	25.35
1905+39	1.236	1.71	25	0.305	0.0174	0.00319	25.67	24.95
1905+04	0.291	4.83	6.3	0.484	0.0275	0.0208	26.79	26.07
1906+09	0.8303	5.17	5	0.443	0.0252	0.00581	26.19	25.47
1907+02	0.9898	4.37	25	0.947	0.0539	0.00607	26.76	26.04
1907+10	0.2836	4.29	55	1.54	0.0876	0.0316	27.81	27.09
1907+14	0.995	5.11	3.9	0.375	0.0213	0.00443	25.96	25.24
1907+18	0.5424	3.05	11.1	0.385	0.0219	0.00919	26.28	25.56
1907+03	2.330	2.90	30	0.630	0.0358	0.00191	25.98	25.26
1907+12	1.442	6.75	5	0.601	0.0342	0.00333	26.18	25.46
1907-03	0.5046	10.3	25	2.69	0.153	0.0192	28.00	27.28

1	2	3	4	5	6	7	8	9
1909+17	0.4604	2.59	2.5	0.130	0.00738	0.00778	25.42	24.70
1910+10	0.4093	4.15	2	0.201	0.0114	0.0103	25.85	25.13
1910+20	2.233	4.81	5	0.395	0.0225	0.00172	25.60	24.88
1910+25	0.6219	2.15	4.6	0.149	0.00844	0.00569	25.38	24.66
1911+09	1.242	4.20	3	0.252	0.0143	0.00298	25.50	24.78
1911+13	0.5215	5.06	6	0.488	0.0278	0.0104	26.51	25.79
1911-04	0.8259	3.22	120	1.69	0.0962	0.00913	27.36	26.64
1911+11	0.601	3.44	5	0.274	0.0156	0.00727	25.93	25.21
1913+10	0.4045	5.37	6	0.528	0.0301	0.0145	26.70	25.98
1913+16	0.059	7.13	4	0.616	0.035	0.151	27.79	27.07
1913+17	1.616	3.31	5	0.255	0.015	0.00218	25.38	24.66
1914+09	0.2703	2.90	25	0.601	0.0342	0.0245	27.01	26.29
1914+13	0.2818	6.15	13	0.100	0.057	0.0276	27.43	26.71
1915+13	0.1946	4.07	45	1.30	0.0737	0.0467	27.84	27.12
1915+22	0.4259	6.88	3	0.468	0.0267	0.0131	26.57	25.85
1916+14	1.181	1.55	6	0.115	0.00656	0.00244	24.85	24.13
1915+15	0.3708	0.74	3	0.0324	0.00184	0.00634	24.32	23.60
1917+00	1.272	3.33	14	0.479	0.0273	0.00359	26.05	25.33
1918+26	0.7855	1.44	5	0.0959	0.00545	0.00372	24.89	24.17
1919+14	0.6182	4.09	20	0.776	0.0441	0.00994	26.82	26.10
1918+19	0.821	8.19	30	2.25	0.129	0.0101	27.61	26.89
1919+20	0.7607	3.58	1	0.109	0.00619	0.00404	25.01	24.29
1919+21	1.337	0.66	200	0.338	0.0192	0.00301	25.72	25.00
1920+20	1.173	10.64	5	1.04	0.0594	0.00512	26.76	26.04
1920+21	1.078	12.51	30	3.73	0.212	0.00865	27.91	27.19
1921+17	0.5472	6.06	2	0.313	0.0178	0.0085	26.10	25.38
1922+20	0.2378	10.74	4	0.966	0.055	0.0334	27.49	26.77
1923+04	1.074	3.94	25	0.834	0.0475	0.00528	26.61	25.89
1924+14	1.325	7.72	9	1.01	0.0573	0.00438	26.67	25.95
1924+16	0.5798	7.75	9	1.04	0.0589	0.0118	27.11	26.39
1924+19	1.346	28.65	2	1.97	0.112	0.00537	27.25	26.53
1925+18	0.4828	10.13	3	0.743	0.0423	0.0132	26.91	26.19
1925+188	0.2983	4.40	3	0.277	0.0158	0.0168	26.29	25.57
1925+22	1.431	9.30	6	0.985	0.056	0.00396	26.61	25.89
1926+18	1.220	5.21	3	0.326	0.0185	0.00331	25.73	25.01
1927+13	0.760	8.28	5	0.782	0.0445	0.0078	26.73	26.01
1929+15	0.3144	5.54	3	0.363	0.0207	0.0173	26.50	25.78
1929+10	0.2265	0.17	250	0.0799	0.00454	0.0154	25.35	24.63
1929+20	0.2682	9.14	17	1.89	0.108	0.0362	28.01	27.29
1930+22	0.1444	9.80	7	1.23	0.0699	0.0655	27.94	27.22
1930+13	0.9283	7.31	2	0.386	0.022	0.00486	26.02	25.30
1931+24	0.8137	4.60	8	0.512	0.0291	0.00624	26.32	25.60
1933+16	0.3587	7.94	200	6.96	0.395	0.0395	29.00	28.28
1933+17	0.6544	9.50	3	0.682	0.0388	0.0089	26.68	25.96
1935+25	0.201	3.21	6	0.291	0.0165	0.0273	26.53	25.81
1937+21	0.00156	3.58	240	3.48	0.199	21.3	31.12	30.40
1937+24	0.6453	5.10	3	0.324	0.0184	0.00706	26.04	25.32
1937-26	0.4029	4.74	13	0.723	0.0412	0.0162	26.98	26.26
1940-12	0.9724	1.65	13	0.197	0.0113	0.00368	25.42	24.70
1942+17	1.997	8.82	1	0.313	0.0178	0.00182	25.45	24.73
1941-17	0.8412	5.30	8	0.606	0.0344	0.00634	26.46	25.74
1943+18	1.069	12.51	3	0.935	0.0532	0.00552	26.71	25.99
1942-00	1.046	3.40	40	0.928	0.0528	0.00565	26.72	26.00
1944+17	0.4406	0.86	35	0.169	0.00959	0.00895	25.67	24.95
1944+22	1.334	7.09	3	0.471	0.0267	0.00337	26.01	25.29
1944+26	0.435	8.00	21	0.454	0.0258	0.0126	26.53	25.81
1943-29	0.9594	4.31	10	0.538	0.0306	0.00522	26.29	25.57
1946+35	0.7173	7.86	135	5.31	0.302	0.0158	28.42	27.70
1946-25	0.9576	1.32	4	0.0751	0.00427	0.00278	24.59	23.87
1951+11	5.094	5.56	13	0.815	0.0464	0.000821	25.82	25.10
1949+14	0.275	3.26	6	0.294	0.0167	0.0189	26.38	25.66
1951+32	0.0395	2.50	7	0.247	0.0141	0.180	27.20	26.48
1952+29	0.4267	0.42	20	0.0510	0.0029	0.00624	24.64	23.92
1953+29	0.00613	5.39	15	1.04	0.059	2.68	29.37	28.65
1953+50	0.5189	1.78	25	0.328	0.0187	0.00919	26.16	25.44
1957+20	0.00161	1.53	20	0.283	0.0161	8.53	28.90	28.18
2000+16	0.2764	4.77	11	0.171	0.00952	0.0156	25.89	25.17
2000+32	0.6967	6.55	5	0.592	0.0337	0.00788	26.53	25.81

I	2	3	4	5	6	7	8	9
2000+40	0.9051	7.93	50	2.94	0.167	0.00985	27.79	27.07
2000+31	2.111	8.93	15	1.61	0.0915	0.00294	26.85	26.13
2003-08	0.5809	1.51	16	0.211	0.0117	0.00688	25.70	24.98
2006+25	0.5892	3.85	5.3	0.325	0.0185	0.00788	26.09	25.37
2011+38	0.2302	13.09	25	3.68	0.209	0.0542	28.67	27.95
2016+28	0.558	1.10	320	0.849	0.0483	0.0116	26.95	26.23
2020+28	0.3434	1.30	110	0.554	0.0315	0.0179	26.82	26.10
2021+51	0.5292	1.22	65	0.371	0.021	0.00935	26.26	25.54
2022+50	0.3726	1.77	6	0.140	0.00795	0.0103	25.59	24.87
2025+21	0.3982	10.07	3	0.742	0.0422	0.0165	27.00	26.28
2027+37	1.217	6.90	16	1.24	0.0709	0.0052	26.90	26.18
2028+22	0.6305	4.75	5	0.404	0.023	0.00781	26.25	25.53
2034+19	2.074	2.05	2	0.0821	0.00467	0.00111	24.27	23.55
2035+36	0.6187	4.97	5	0.426	0.0243	0.00814	26.30	25.58
2036+53	1.425	13.8	3	1.05	0.0595	0.00407	26.67	25.95
2044+15	1.138	2.52	11	0.297	0.0169	0.00349	25.69	24.97
2045+56	0.4767	8.53	4.2	0.740	0.0421	0.0133	26.91	26.19
2043-04	1.547	3.83	20	0.698	0.0397	0.00322	26.28	25.56
2045-16	1.962	0.64	125	0.243	0.0138	0.00171	25.24	24.52
2048-72	0.3413	1.11	29	0.206	0.0117	0.0130	25.97	25.25
2053+21	0.8152	2.11	10	0.230	0.013	0.00477	25.63	24.91
2053+36	0.2215	5.56	25	1.32	0.0751	0.0403	27.79	27.07
2106+44	0.4149	5.27	30	1.35	0.0771	0.0193	27.51	26.79
2110+27	1.203	1.37	14	0.165	0.0094	0.00269	25.15	24.43
2111+46	1.015	5.00	115	2.78	0.158	0.00845	28.69	26.97
2113+14	0.4402	4.43	9	0.534	0.0304	0.0131	26.67	25.95
2122+13	0.6941	2.08	4	0.131	0.00744	0.00478	25.22	24.50
2123-67	0.3258	2.75	7	0.262	0.0147	0.0148	26.20	25.48
2127+11D	0.0048	10.0	0.3	0.210	0.0119	2.09	28.10	27.38
2127+11G	0.0376	10.0	0.1	0.102	0.00582	0.142	26.45	25.73
2127+11H	0.00674	10.0	0.2	0.163	0.00926	1.29	27.71	26.99
2127+11A	0.1107	10.0	1.7	0.543	0.0309	0.0684	27.37	26.65
2127+11B	0.0561	10.0	1	0.403	0.0229	0.139	27.44	26.72
2127+11E	0.00465	10.0	0.2	0.164	0.00936	2.03	27.91	27.19
2127+11F	0.00403	10.0	0.1	0.109	0.0062	2.09	27.62	26.90
2127+11C	0.0305	10.0	0.6	0.302	0.0171	0.261	27.50	26.78
2148+63	0.3801	13.6	30	4.26	0.242	0.0313	28.54	27.82
2148+52	0.3322	5.48	15	0.944	0.0537	0.0222	27.30	26.58
2152-31	1.030	0.92	11	0.0891	0.00507	0.00263	24.69	23.97
2151-56	1.374	0.86	2.1	0.0302	0.00172	0.0013	23.61	22.89
2154+40	1.525	5.61	45	1.80	0.102	0.00449	27.10	26.38
2210+29	1.005	4.76	5	0.399	0.0227	0.00447	26.01	25.29
2217+47	0.5385	2.45	135	1.32	0.0753	0.0140	27.36	26.64
2224+65	0.6825	1.95	20	0.318	0.0181	0.00656	26.00	25.28
2227+61	0.4431	5.56	18	1.06	0.0604	0.0165	27.27	26.55
2241+69	1.664	2.30	3	0.121	0.00689	0.00165	24.72	24.00
2255+58	0.3682	6.40	60	2.61	0.148	0.0276	28.13	27.41
2303+30	1.576	3.93	30	0.918	0.0522	0.00345	26.51	25.79
2303+46	1.066	4.35	1.5	0.174	0.00988	0.00316	25.25	24.53
2306+55	0.4751	2.43	19	0.406	0.0231	0.0110	26.39	25.67
2310+42	0.3494	0.96	95	0.353	0.0201	0.0151	26.42	25.70
2315+21	1.445	1.40	14	0.169	0.0096	0.00218	25.08	24.36
2319+60	2.256	3.18	60	1.07	0.0608	0.00237	26.46	25.74
2321-61	2.347	1.12	4	0.0600	0.00342	0.000866	23.94	23.22
2323+63	1.436	10.64	9	1.48	0.084	0.00452	26.96	26.24
2324+60	0.2337	4.84	16	0.853	0.0485	0.0327	27.39	26.67
2327-20	1.644	0.49	50	0.102	0.00582	0.00158	24.58	23.86
2334+61	0.4952	2.46	9	0.263	0.0149	0.00902	25.99	25.27
2351+61	0.9448	3.32	17	0.542	0.0308	0.00532	26.30	25.58

Выражаю искреннюю благодарность академику Г. С. Саакяну за постановку задачи и многократные стимулирующие обсуждения.

Кафедра теоретической физики

Поступила 21.05.1999

## ЛИТЕРАТУРА

1. Саакян Г. С. – Астрофизика, 1999, т.42, в печати.
2. Goldreich P., Julian W.H. – Astrophys. J., 1969, v.157, p.869.
3. Gold T. – Nature, 1969,v.221, p.25.
4. Starrock P.A. – Astrophys. J., 1971, v.164, p.529.
5. Ruderman M.A., Sutherland P.G. – Astrophys. J., 1975, v.196, p.51.
6. Бескин В.С., Гуревич А.В., Истомин Я. Н. – ЖЭТФ, 1983, т.58, с.401.
7. Саакян Г.С. – Астрофизика, 1993, т.36, с.87.
8. Саакян Г.С. – Астрофизика, 1994, т.37, с.97.
9. Саакян Г.С. – Астрофизика, 1995, т.38, с.143.
10. Саакян Г.С. – Астрофизика, 1996, т.39, с.303.
11. Саакян Г.С. – Астрофизика, 1996, т.39, с.489.
12. Саакян Г.С. – Астрофизика, 1999, т.42, с.253.
13. Taylor J.H., Manchester R.N. and Lune A. G. – Astrophys. J. suppl. Series, 1993, v.88, p.529.

## Հ.Ֆ. ԽԱՉԱՏՐՅԱՆ

ՊՈՒԽՍՄԱՐՆԵՐԻ ՌԱԴԻՈԹԱՎԱԳԱՅԹՈՒՄ ԵՎ ՆԵՑՏՐՈՆԱՅԻՆ  
ԱՍԴԵՐԻ ՄԱԳՆԻՍԱԿԱՆ ՄՈՄԵՆՏՆԵՐԸ

### Ամփոփում

Օգտագործելով պոլսարների ռադիոճառագայթման տեսության բանաձևերը [1], դիտողական փաստերի հիման վրա հաշվարկված են 491 պոլսարների ռադիոճառագայթման ինտենսիվությունները և նեյտրոնային աստղերի մագնիսական մոմենտները:

**ԵՐԵՎԱՆԻ ԳԵՂԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍՐԱԿԱՆ ԳԻՏՈՒԹՅԱՆ ՑԵՂԵԿԱՐԱԳԻՐ  
УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ ЕРЕВАНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА**

Բանական գիտություններ

1,2000

Естественные науки

**Физика**

УДК 535.5:548.0:532.783

А. А. ГЕВОРГЯН

**ОБ ЭФФЕКТАХ АНОМАЛИИ ПОГЛОЩЕНИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ В СРЕДАХ СО СПИРАЛЬНОЙ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ СТРУКТУРОЙ**

Рассматриваются прохождение и отражение света при нормальном его падении на слой среды со спиральной периодической структурой, ось которой перпендикулярна к граничным поверхностям. Изучены влияния изменения различных параметров среды (толщины слоя, реальной и мнимой частей среднего значения диэлектрической проницаемости и диэлектрической анизотропии) на ранее открытые эффекты. Исследованы особенности эффекта аномально сильного поглощения излучения в периодических средах вблизи области дифракционного отражения. Обсуждены физические механизмы полученных закономерностей.

**Введение.** Как известно, при взаимодействии света со слоем СПС конечной толщины действуют два механизма дифракции: дифракция света на структуре среды (в определенной области частот свет претерпевает селективное по отношению к поляризации дифракционное отражение) и дифракция света в ограниченном объеме (вне области селективного отражения (ОСО) интенсивность отраженного света уменьшается, осциллируя и проходя через дифракционные максимумы и минимумы).

В работах [1,2] изучены особенности поглощения излучения в спиральных периодических средах (СПС) и выявлены эффекты уменьшения поглощения излучения как при увеличении толщины слоя, так и при увеличении анизотропии поглощения. Изучен также ряд особенностей проявления этих эффектов в указанных средах. В работе [3] исследованы особенности выявленных эффектов в спиральных дихроичных средах. В [1–3] показано, что выявленные эффекты являются проявлением когерентности излучения. Они носят общий характер в том смысле, что могут проявляться при взаимодействии когерентного излучения (оно может быть электромагнитной волной, рентгеновским излучением, пучком частиц-электронов, -нейтронов или -протонов) с поглощающей периодической системой (она может быть жидким или твердым кристаллом, периодической слоистой средой, средой, находящейся в периодически меняющемся в пространстве ультразвуковом или мощном лазерном поле, одномерной, двумерной или трехмерной периодической системой атомов и т. д.). В [4] изучено взаимодействие квазимонохроматического, частично поляризованного света со СПС и рассмотрено влияние квазимонохроматичности и степени поляризации света на указанные эффекты. Предложен также интерференционный механизм поглощения, на основе которого легко объясняются как вышеуказанные аномалии поглощения, так и другие особенности поглощения когерентного излучения в периодических системах. Исследование взаимодействия пучков электронов с одномерной периодической системой атомов показывает, что аналоги вышеуказанных эффектов наблюдаются и в этом случае. Выясняется, что поглощение электронов при их неупругом взаимодействии с одномерной атомной системой уменьшается (после прохождения через пик) с увеличением числа атомов. Кроме того, при данном значении числа атомов в системе поглощение электронов опять уменьшается

(после прохождения через пик) при увеличении параметра, характеризующего неупругость их взаимодействия с атомной системой.

Ниже приведены результаты по изучению влияния изменения различных параметров СПС (реальной и мнимой частей среднего значения диэлектрической проницаемости, реальной и мнимой частей анизотропии диэлектрической проницаемости и толщины слоя) на вышеуказанные эффекты. Большой интерес к особенностям проявления указанных эффектов в СПС обусловлен следующим фактором. Такими средами являются, напр., холестерические жидкие кристаллы (ХЖК) и хиральные смектики. Параметры этих сред легко управляемы, и поэтому обсуждаемые свойства могут найти соответствующие применения.

**Результаты расчетов. Обсуждение. Выводы.** Рассмотрим прохождение и отражение плоской монохроматической электромагнитной волны при нормальном ее падении на слой СПС, характеризующейся тензорами

$$\hat{\epsilon}(z) = \epsilon_m \begin{pmatrix} 1 + \delta \cos 2az & \delta \sin 2az & 0 \\ \delta \sin 2az & 1 - \delta \cos 2az & 0 \\ 0 & 0 & 1 - \delta \end{pmatrix}, \quad \hat{\mu}(z) = 1, \quad (1)$$

где  $\epsilon_m = (\epsilon_1 + \epsilon_2)/2$ ,  $\delta = (\epsilon_1 - \epsilon_2)/(\epsilon_1 + \epsilon_2)$ ,  $\epsilon_1, \epsilon_2$  – главные значения локального тензора диэлектрической проницаемости,  $a = 2\pi/\sigma$ ,  $\sigma$  – шаг спирали,  $1$  – единичная матрица. Ось среды (ось  $z$ ) перпендикулярна к граничным поверхностям. Известно точное аналитическое решение этой граничной задачи (см., в частности, [3]). Для величины поглощения излучения  $Q = 1 - (R + T)$  ( $R$  и  $T$  – коэффициенты отражения и прохождения соответственно) при падении на слой среды света с дифрагирующей и обратной круговой поляризациями соответственно получаем [3]

$$Q^\pm = 1 - \left| h_{1,2}a_2 + h_{2,1}a_1 \right|^2 + \left| \delta(a_2 - a_1) \right|^2 + \left| u\delta^2(s_1a_2 - s_2a_1) \right|^2 + \left| u\delta(s_1a_2h_{1,2} + s_2a_1h_{2,1}) \right|^2 / |\Delta|^2 \quad (2)$$

где  $\Delta = 2\gamma a_1 a_2$ ,  $1_{1,2} = \gamma \pm 2$ ,  $h_{1,2} = \gamma \pm 2\chi$ ,  $k_{1,2} = 2ub_{1,2}/d$ ,  $b_{1,2} = \sqrt{1 + \chi^2 \pm \gamma}$ ,  $\gamma = \sqrt{4\chi^2 + \delta^2}$ ,  $u = \pi d \sqrt{\epsilon_m} / \lambda$ ,  $a_{1,2} = \cos(k_{1,2}d) \mp i u l_{1,2} \sin(k_{1,2}d) / (k_{1,2}d)$ .

$\chi = \lambda / (\sigma \sqrt{\epsilon_m})$ ,  $d$  – толщина слоя,  $k_{1,2}$  – волновые числа в локальной системе координат.

а. На рис. 1 представлена зависимость поглощения излучения  $Q$  в слое от его толщины (точнее, от числа витков спирали  $d/\sigma$ ) на длине волны вблизи коротковолновой границы ОСО при различных значениях: 1) анизотропии поглощения (а), 2) среднего поглощения  $\text{Im}\epsilon_m$  (б), 3) реальной части среднего значения диэлектрической проницаемости  $\text{Re}\epsilon_m$  (в), 4) анизотропии диэлектрической проницаемости  $\text{Re}\epsilon_a$  (г). Падающий на слой среды свет имеет дифрагирующую круговую поляризацию.

На рис. 2 представлены зависимости поглощения излучения  $Q$  от параметра  $\ln(2\text{Im}\epsilon_a)$  на длине волны вблизи коротковолновой границы ОСО при различных значениях: 1) толщины слоя (а), 2) среднего поглощения  $\text{Im}\epsilon_m$  (б), 3) реальной части среднего значения диэлектрической проницаемости  $\text{Re}\epsilon_m$  (в), 4) анизотропии преломления  $\text{Re}\epsilon_a$  (г).

Эти закономерности можно объяснить на основе интерференционного механизма поглощения излучения [4], имея в виду также следующие факты.

1. В СПС при наличии локальной анизотропии поглощения имеет место эффект Бормана, заключающийся в аномально слабом (или сильном) поглощении излуче-

ния в условиях дифракционного рассеяния. В отличие от случая рентгеновских лучей в кристаллах в СПС эффект Бормана реализуется за счет поляризационных свойств собственных волн. Возбуждаемая в среде суммарная дифрагирующая волна ориентируется (за счет изменения эллиптичности или азимута этой волны) на направление минимального (или максимального) поглощения. Однако это не единственный механизм аномально слабого (или сильного) поглощения излучения в этих средах. Подавление поглощения и аномально сильное поглощение, которые наблюдаются и при локальной изотропии поглощения [5], происходят из-за дифракционного характера отражения света. На максимумах дифракционного отражения из-за сильного отражения свет не проникает в глубь среды, и поэтому поглощение здесь существенно меньше, чем вдали от области дифракционного отражения. На минимумах дифракционного отражения происходит аномально сильное поглощение.

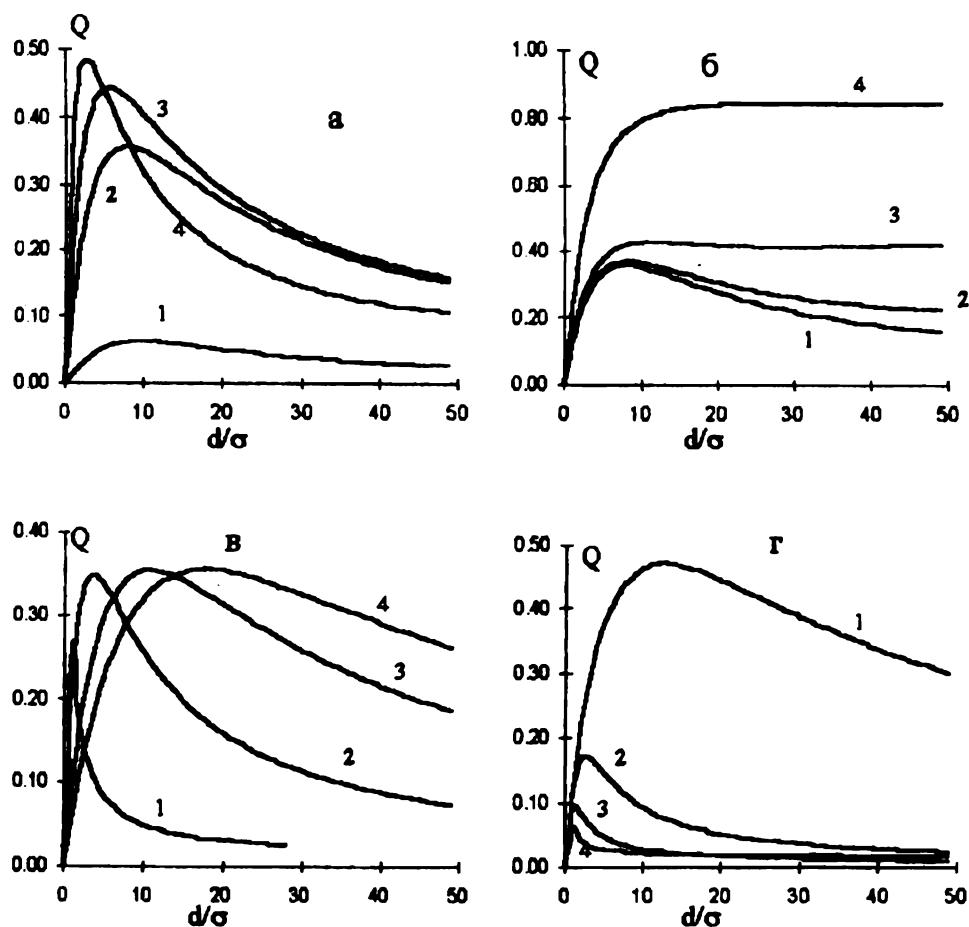


Рис. 1. Зависимость поглощения излучения  $Q$  от числа витков спирали  $d/\sigma$  при различных значениях:  
а)  $\text{Im}\epsilon_s$ : 1 – 0.005, 2 – 0.1; 3 – 0.25; 4 – 0.5.  $\lambda=0.615 \mu\text{м}$ .  $\text{Im}\epsilon_s=\text{Im}\epsilon_m$ . Остальные параметры таковы для всех случаев (а, б, в, г):  $\text{Re}\epsilon_1=2.29$ ,  $\text{Re}\epsilon_2=2.143$ ,  $\sigma=0.42 \mu\text{м}$ . б)  $\text{Im}\epsilon_m$ : 1 – 0.0501; 2 – 0.051; 3 – 0.055; 4 – 0.1.  $\text{Im}\epsilon_s=0.05$ . в)  $\text{Re}\epsilon_m$ : 1 – 0.175; 2 – 1.075; 3 – 3.075; 4 – 5.075.  $\text{Re}\epsilon_s=0.15$ ,  $\text{Im}\epsilon_s=\text{Im}\epsilon_m=0.05$ ,  $\lambda=\sigma\sqrt{\epsilon_2}$ . г)  $\text{Re}\epsilon_s$ : 1 – 0.025; 2 – 0.225; 3 – 0.425; 4 – 0.625.  $\text{Re}\epsilon_1=2.25$ ,  $\text{Im}\epsilon_s=\text{Im}\epsilon_m=0.05$ ,  $\lambda=\sigma\sqrt{\epsilon_2}$ .

2. При увеличении параметров среды  $\text{Re}\epsilon_s$ ,  $\text{Im}\epsilon_s$ ,  $\text{Re}\epsilon_m$ ,  $\text{Im}\epsilon_m$  становятся значительными также изменения собственных поляризаций. Так, известно [6,7], что при  $\text{Re}d \ll 1$  собственные поляризации представляют собой две квазикруговые поляриза-

ции, а при  $\text{Re}\delta > 1$  они также ортогональны, но уже поляризованы квазилинейно [6,7]. Спиральные периодические среды отличаются также той особенностью, что, при падении на слой такой среды, свет с одной собственной поляризацией претерпевает дифракционное отражение на его структуре, а с другой собственной поляризацией вообще не испытывает дифракционного отражения. Так что при значительных изменениях  $\text{Re}\epsilon_s$ ,  $\text{Im}\epsilon_s$ ,  $\text{Re}\epsilon_m$ ,  $\text{Im}\epsilon_m$  собственные поляризации начинают значительно отличаться от круговой и, следовательно, значительно уменьшается вклад дифракционного поглощения  $Q_{\text{diff}}$  в общее поглощение из-за уменьшения силы дифракции.

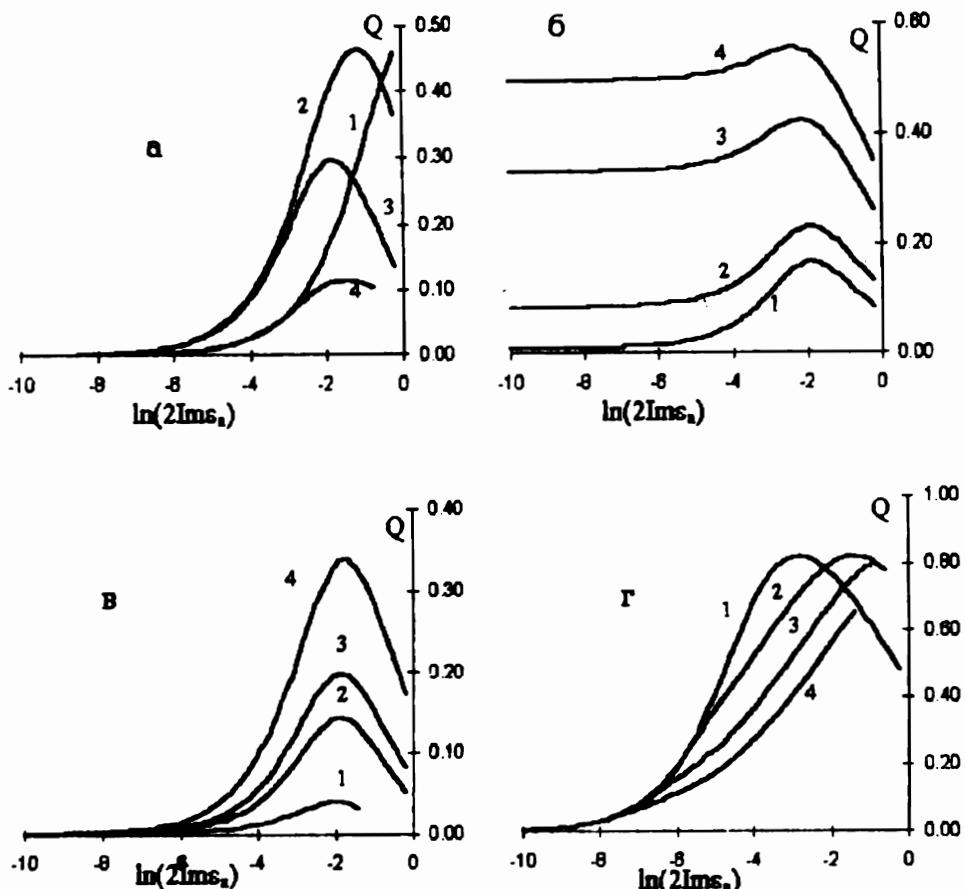


Рис. 2. Зависимость поглощения излучения  $Q$  от анизотропии поглощения  $\ln(2\text{Im}\epsilon_s)$  при различных значениях: а)  $d/\sigma$ : 1 – 1; 2 – 5; 3 – 20; 4 – 100.  $\text{Im}\epsilon_s = \text{Im}\epsilon_m$ . Для всех случаев (а, б, в, г) остальные параметры те же, что и на рис. 1 а. б) параметра  $x$ : 1 – 0.0001; 2 – 0.001; 3 – 0.005; 4 – 0.01.  $\text{Im}\epsilon_m = x + \text{Im}\epsilon_s$ ,  $\lambda = 0.615 \mu\text{м}$ .  $d = 50\sigma$ . в)  $\text{Re}\epsilon_m$ : 1 – 0.575; 2 – 2.075; 3 – 3.075; 4 – 7.075.  $\text{Re}\epsilon_s = 0.15$ ,  $d = 50\sigma$ ,  $\lambda = \sigma \sqrt{\epsilon_2}$ . г)  $\text{Re}\epsilon_s$ : 1 – 0.025; 2 – 0.125; 3 – 0.325; 4 – 0.625.  $\text{Re}\epsilon_s = 2.25$ ,  $d = 50\sigma$ ,  $\text{Im}\epsilon_s = \text{Im}\epsilon_m$ ,  $\lambda = \sigma \sqrt{\epsilon_2}$ .

Отметим, что аналогичная ситуация имеет место в оптике спиральных периодических сред с громадной анизотропией [6,7]. Подобная ситуация наблюдается также при наклонном падении света на планарный слой СПС. Так, в [8] экспериментально изучено аномальное прохождение (эффект Бормана) при наклонном падении света на планарный слой ХЖК и показано, что эффект не наблюдается при углах падения, больших  $19^\circ$ . В [9] показано, что это связано с изменением собственных поляризаций от угла падения (собственные поляризации изменяются, начиная с ортогональ-

ных, квазикруговых поляризаций при нормальном падении до ортогональных квазилинейных поляризаций при углах падения, близких к  $90^\circ$ .

3. Уменьшение  $Re\epsilon_m$  увеличивает  $\delta$  и, следовательно, параметры соответствующих механизмов дифракции и поглощения.

6. В работе [5] выявлен эффект уменьшения поглощения излучения при увеличении среднего поглощения излучения  $Q$  при увеличении среднего поглощения  $I_m\epsilon_m$ , однако не приводится его физический механизм. На рис. 3 представлена зависимость поглощения излучения  $Q$  от параметра  $\ln(I_m\epsilon_m)$  на длине волны, соответствующей первому минимуму дифракционного отражения при различных толщинах слоя.

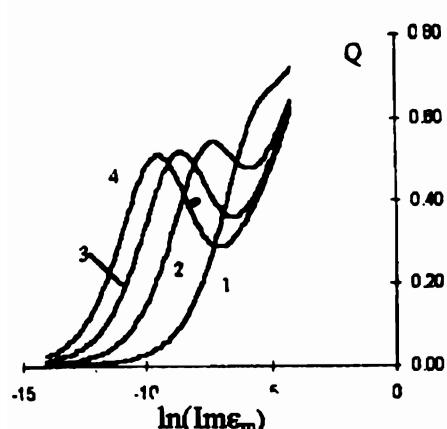


Рис. 3. Зависимость поглощения излучения  $Q$  от  $\ln(I_m\epsilon_m)$  (при  $I_m\epsilon_m=0$ ) на длине волны, соответствующей первому минимуму дифракционного отражения при различных толщинах слоя среды: 1 –  $d=50\sigma$ ; 2 –  $d=100\sigma$ ; 3 –  $d=150\sigma$ ; 4 –  $d=200\sigma$ .  $I_m\epsilon_m=0$ . Остальные параметры те же, что и на рис. 1а.

превращаются в максимумы, затем снова – в минимумы из-за эффективного уменьшения параметра  $dRe\delta/\sigma$ . Поэтому и поглощение излучения  $Q$  соответственно сначала быстро увеличивается, затем, проходя через локальный максимум, начинает уменьшаться, после чего – снова увеличивается.

Что касается вопроса о возможности экспериментального исследования ряда эффектов аномалий поглощения, то, как уже отмечено выше, они могут наблюдаться также, напр., при взаимодействии СВЧ излучения с периодически поглощающими средами. А проведение таких экспериментов вполне возможно.

В заключение отметим, что рассматриваемые в настоящей статье эффекты могут оказаться полезными для создания условий максимального поглощения излучения, а также получения пучков излучения в определенном интервале длин волн и поглощения излучения в остальных областях – посредством введения в систему поглощающей компоненты с периодическим в пространстве распределением.

Работа выполнена в рамках темы 96-895, финансируемой из государственных централизованных источников РА.

Кафедра общей физики

Поступила 05.03.1999

## ЛИТЕРАТУРА

1. Варданян Г.А., Геворгян А.А. – Кристаллография, 1997, т. 42, с. 316.
2. Варданян Г.А., Геворгян А.А. – Изв. НАН Армении, Физика, 1997, т. 32, с. 252.
3. Варданян Г.А., Геворгян А.А. – Кристаллография, 1997, т. 42, с. 723.
4. Геворгян А.А. – Опт. и спектр., 1999, т. 87, с. 132-138.
5. Беляков В.А., Геворгян А.А., Ерицян О.С., Шипов Н.В. – ЖТФ, 1987, т. 57, с. 1418 – 1421; Кристаллография, 1988, т. 33, с. 574-578.
6. Варданян Г.А., Геворгян А.А., Ерицян О.С. и др. – Кристаллография, 1998, т. 43, с. 793-800.
7. Геворгян А.А. – ЖПС, 2000, т. 70.
8. Endo S., Kuribara T. and Akahane T. – Jpn. J. Appl. Phys., 1983, v. 22, L499.
9. Yuvaraj Sah., Suresh K.A. – JOSA, A, 1994, v.11, No 2, p. 740-744.

## Ա.Հ. ԳԵՎՈՐԳՅԱՆ

ՊԱՐՈՒՐԱՅԻՆ ՊԱՐԲԵՐԱԿԱՆ ԿԱՌՈՒՑՎԱԾՔՈՎ ՄԻՋԱՎԱՅՐԵՐՈՒՄ  
ճԱՌԱԳԱՅԹՍԱՆ ԱՆՈՍԱԼ ԿԱԱՆՍԱՆ ԷՖԵԿՏՆԵՐԻ ՄԱՍԻՆ

## Ամփոփում

Դիտարկված է լույսի անցումը և անդրադարձումը, եթե այն նորմալով ընկնում է պարուրային պարբերական միջավայրի շերտի վրա, որի առանցքը ուղղահայաց է սահմանային մակերևույթներին: Ուսումնասիրված է միջավայրի տարրեր պարամետրերի (շերտի հաստության, դիէլեկտրիկ քափանցելիության նիշին արժեքի և դիէլեկտրիկ անիզոտրոպիայի իրական ու կեղծ մասերի) փոփոխությունների ազդեցությունը նախկինում հայտնաբերված երևույթների վրա: Ուսումնասիրվել են դիֆրակցիոն անդրադարձման տիրույթի եզրի մոտ ճառագայթի անոմալ կլանման էֆեկտի առանձնահատկությունները: Զննարկված են հայտնաբերված օրինաչափությունների ֆիզիկական մեխանիզմները:

**ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆԻ ԳԻՏԱԿԱՆ ՅԵՂԵԿԱԳԻՐ  
УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ ЕРЕВАНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА**

Բանական գիտություններ

1,2000

Естественные науки

**X и м и я**

УДК 543+544+546

Д. С. ГАЙБАКЯН. П. СТАЩУК, А. ДАМЬРОВСКИЙ

**ДОЛОМИТ КАК СОРБЕНТ ДЛЯ ТОНКОСЛОЙНОЙ  
ХРОМАТОГРАФИИ РЕДКИХ ЭЛЕМЕНТОВ**

Разработан способ приготовления слоев из доломита для тонкослойного хроматографического анализа редких элементов. Изучено влияние природы и состава подвижной фазы на миграцию и формы зон ионов рения(VII), молибдена (VI), ванадия (V) и вольфрама (VI). Выясниено, что спирт уменьшает миграцию этих ионов (кроме перренаата), повышение концентрации щелочей и солей, наоборот, увеличивает их миграцию. Предложены новые варианты разделения тройных смесей названных ионов.

Одним из преимуществ тонкослойной хроматографии (ТСХ) является возможность выбора большого ассортимента порошкообразных веществ в качестве сорбента-носителя для проведения анализа веществ органического и неорганического происхождения.

В ТСХ неорганических веществ в качестве таковых широкое применение нашли силикагель, оксид алюминия, диатомит, бентонит, реже кизелгур, фосфат циркония и некоторые другие [ 1-9 ].

Доломиты некоторых месторождений Польши по химическим составам, цвету и по механическим свойствам удовлетворяют предварительным требованиям, необходимым для применения в качестве сорбента-носителя в ТСХ. Однако для ТСХ анализа, в частности неорганических ионов, доломит мало изучен [10]. В связи с этим нами была поставлена задача исследовать возможность использования доломита одного из месторождений Польши в качестве сорбента-носителя для ТСХ анализа рения (VII), молибдена (VI), ванадия (V) и вольфрама (VI), химический состав которого приведен в табл. I.

**Химический состав польского доломита, %**

<i>SiO<sub>2</sub></i>	3,75	<i>TiO<sub>2</sub></i>	не обн.	<i>K<sub>2</sub>O</i>	0	<i>S</i>	не обн.
<i>Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub></i>	11,67	<i>MnO</i>	не обн.	<i>Na<sub>2</sub>O</i>	не обн.	<i>H<sub>2</sub>O</i>	0,13
<i>Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub></i>	0,48	<i>CaO</i>	26,65	<i>CO<sub>2</sub></i>	34,32	<i>ППП</i>	9,22
<i>FeO</i>	0,28	<i>MgO</i>	12,49	<i>P<sub>2</sub>O<sub>5</sub></i>	0,04	сум.	98,68

**Экспериментальная часть.** Для приготовления закрепленных слоев из необработанного доломита к 10 г мелкоизмельченного в агатовой ступке его порошка добавляют 12,5 мл нагретой воды и смесь нагревают в течение двух минут. Полученная масса с помощью валика наносилась на стеклянную пластинку и приготовлялись слои толщиной 0,2 мм. Из 10 г доломита таким путем можно приготовить около 30 пластин размерами 8,5 × 12 см. Полученные слои активизировались путем их сушки в сушильном шкафу при температуре 75°С в течение 30 мин., или при комнатной температуре в течение 8–10 ч.

Стандартные растворы готовились растворением соответствующих навесок солей  $KReO_4$ ,  $(NH_4)_2MoO_4$ ,  $NH_4VO_4$  и  $Na_2WO_4 \cdot 2H_2O$  марки "х4". Таким путем готовились растворы с концентрациями 1–4 мг/мл.

**Методика исследования.** С помощью микрошприца на пластинку размерами 8,5×13 см на расстоянии 1,0 см от ее края наносили стандартные растворы, содержащие 1–2 мкг рения, молибдена, ванадия и вольфрама. Пластинку погружали в хроматографическую камеру, содержащую подвижную фазу (ПФ) так, чтобы стартовая линия оставалась выше уровня жидкости на расстоянии 0,5 см. Камеру герметически закрывали стеклянной пластинкой. После перемещения ПФ на 10 см от линии старта пластиинки извлекали из камеры, высушивали при комнатной температуре и проявляли хроматограммы, слой опрыскивали с помощью пульверизатора насыщенным раствором хлорида олова (II) в концентрированном  $HCl$ , а затем насыщенным водным раствором роданида аммония или калия. При этом зоны исследуемых элементов окрашивались в следующие цвета:  $Re$  – в оранжевый,  $Mo$  – в розовый,  $V$  – в желтый и  $W$  – в зеленый.

**Полученные результаты и их обсуждения.** Одним из основных факторов, предопределяющих успех и возможности разделения ионов на данном слое носителя, является выбор подходящей ПФ. Известно, что доломит является труднорасторимой солью слабой (угольной) кислоты, поэтому можно считать нецелесообразным применение растворов минеральных кислот в качестве ПФ.

В первой серии опытов в качестве ПФ были использованы растворы щелочи  $NaOH$  (табл. 2). Эти данные показывают, что изменение концентрации растворов щелочи не влияет на высокие значения  $R_f$  перрената. Этот ион плохо гидратируется, и поэтому не сорбируется на многих сорбентах-носителях. У остальных ионов наблюдается постепенное уменьшение их  $R_f$  с уменьшением концентрации щелочи. Гидроксильные ионы высокой концентрации, десорбируя анионы  $MoO_4^{2-}$ ,  $VO_3^-$  и  $WO_4^{2-}$ , способствуют их перемещению на поверхностный слой доломита. Наблюдаются дифференциации в миграции этих ионов в области концентрации щелочи 0,025–0,1 M. В этих условиях при применении 0,025 M  $NaOH$  в качестве ПФ можно разделить в смеси  $Re$ ,  $V$  и  $W$  или  $Mo$ ,  $V$  и  $W$ , при этом зоны ионов не перекрываются и имеют компактные формы.

Таблица 2  
Зависимость  $R_f$   $Re$  (VII),  $Mo$  (VI),  $V$  (V) и  $W$  (VI) от концентрации щелочи на слое доломита толщиной 0,20 мм

ПФ $NaOH$ , моль/л	Значение $R_f$			
	$Re$	$Mo$	$V$	$W$
0,001	0,95	0,93	0,11–0,51	0,05
0,01	0,94	0,93	0,22–0,52	0,08
0,025	0,93	0,95	0,50	0,30
0,05	0,94	0,96	0,57	0,52
0,10	0,95	0,95	0,61	0,72
0,25	0,96	0,94	0,70	0,75
0,50	0,95	0,93	0,78	0,80
1,0	0,96	0,95	0,90	0,82

В качестве ПФ применялись смеси, состоящие из растворов 3 M  $NaOH$  и этанола в различных объемных соотношениях (табл. 3). Присутствие органического компонента в ПФ несколько увеличивает продолжительность процесса, однако фронт перемещается равномерно и более четко проявляется роль эффекта сольватации изученных ионов, отличающихся друг от друга как по энергии гидратации, так и по кислотно-основным характерам. Выяснилось, что с увеличением объемной доли этанола по разному уменьшаются величины  $R_f$  молибдена, ванадия и вольфрама. Этанол не влияет на  $R_f$  рения.

В интервале соотношений  $NaOH$  (3 M) – этанол (от 9:1 до 3,5:6,5) зоны ионов ванадия и молибдена имеют диффузный характер.

Для разделения тройных смесей  $Re$ ,  $Mo$ ,  $V$  или  $Re$ ,  $V$ ,  $W$  может быть применена смесь щелочь – спирт (1:3) в качестве ПФ.

Таблица 3

*Зависимость  $R_f$  Re (VII), Mo (VI), V(V) и W(VI)  
от состава ПФ (3 M NaOH – этанол)  
на слоях доломита толщиной 0,20 мм*

ПФ, мл/л	Значение $R_f$			
	$Re$	$Mo$	$V$	$W$
10:0	0,93	0,90	0,92	0,97
9:1	0,93	0,75-0,93	0,77-0,93	0,89
7,5:2,5	0,95	0,73-0,90	0,65-0,90	0,92
5:5	0,95	0,55-0,77	0,22-0,53	0,62
4,5:5,5	0,92	0,49-0,71	0,1-0,39	0,55
3,5:6,5	0,93	0,59-0,81	0-0,31	0,50
2,5:7,5	0,95	0,37	0	0,40
1,0:9,0	0,94	0-0,20	0	0,05
0:10	0,87	0		0

В табл. 4 приведены данные  $R_f$ , полученные в аммиачно-этанольных растворах. Эти данные отличаются тем, что в широком диапазоне отношений щелочь – спирт зоны ионов молибдена и ванадия сильно диффузны. Величины  $R_f$  ванадия резко уменьшаются при соотношении 3:1 смеси щелочь – этанол, а для молибдена – при соотношении 3,5:6,5. Ионы вольфрама остаются на стартовой линии неподвижными. Поглощение рения на доломите в этих условиях не наблюдается.

Таблица 4

*Зависимость  $R_f$  Re (VII), Mo (VI), V(V) и W(VI)  
от состава ПФ (10 M NH<sub>3</sub>OH - этанол)  
на слоях доломита (толщина слоев 0,2 мм)*

ПФ, мл	Значение $R_f$			
	$Re$	$Mo$	$V$	$W$
10:0	0,95	0,97	0,7	0
9:1	0,92	0,88	0-0,5	0
7,5:2,5	0,94	0,90	0-0,32	0
5:5	0,95	0,90	0-0,15	0
4:6	0,93	0,84	0-0,13	0
3,75:6,25	0,91	0,9	0-0,15	0
3,5:6,5	0,92	0-0,09	0,0,12	0
3:7	0,92	0	0-0,1	0
1:10	0,90	0	0	0
0:10	0,88	0	0	0

В следующей серии опытов в качестве ПФ использовались растворы различных солей, имеющие кислую, нейтральную и основную реакции при гидролизе. Данные табл. 5 показывают, что в растворах испытанных солей ионы вольфрама сильно поглощаются доломитом. Перренат-ионы не поглощаются вне зависимости от природы гидролиза солей. Ионы ванадия образуют диффузные зоны, очень часто начинаяющиеся со стартовой линии. В растворах солей, имеющих кислый гидролиз, величины  $R_f$  ионов ванадия низкие, в растворах нейтральных солей миграция ионов ванадия несколько больше, а в карбонатных растворах  $R_f$  значительно больше. Здесь более четко проявляется кислотно-основной характер  $V(V)$ , чем у остальных. С повышением концентрации солей увеличиваются  $R_f$  как для  $V(V)$ , так и  $Mo(VI)$ . Исследования влияния толщины слоев доломита (0,1; 0,2; 0,5 и 1,0 мм) на величины  $R_f$  и форм зон ионов показали, что она не влияет на  $R_f$ , однако с ее уменьшением на проявленной хроматограмме увеличивается площадь пятен. Подходящей толщиной для аналитических целей является 0,2 мм.

Таблица 5

*Зависимость  $R_f$ ,  $Re$  (VII),  $Mo$  (VI),  $V$  (V) и  $W$  (VI)  
от природы и концентрации солей  
на слоях доломита (толщина слоев 0,2 мм)*

ПФ, растворы солей моль/л	Значение $R_f$			
	$Re$	$Mo$	$V$	$W$
$NH_4Cl$ (0,01)	0,90	0,92	0-0,23	0
$NH_4Cl$ (0,1)	0,89	0,92	0-0,27	0
$NH_4Cl$ (1,0)	0,92	0,89	0-0,33	0
$(NH_4)_2CO_3$ (0,1)	0,88	0,88	0,5-0,78	0
$(NH_4)_2CO_3$ (1,0)	0,93	0,82	0,6-0,80	0
$NaCl$ (0,1)	0,90	0,88	0-0,45	0
$NaCl$ (1,0)	0,94	0,95	0-0,55	0
$LiCl$ (0,01)	0,95	0,6-0,93	0,1	0
$LiCl$ (0,1)	0,95	0,78-0,95	0-0,60	0
$LiCl$ (2,0)	0,92	0,7-0,90	0-0,68	0

Таким образом, разработан способ приготовления слоев из доломита для ТСХ-анализа редких элементов. Изучено влияние природы и состава подвижной фазы на миграцию и формы зон этих ионов. Выявлено, что спирт уменьшает миграцию ионов (кроме перрената), повышение концентрации щелочей и солей, наоборот, увеличивает их миграцию. Предложены новые варианты разделения тройных смесей названных ионов.

ЕГУ, Ин-т химии Люблинского университета  
им. Марии Кюри-Склодовской (Польша)

Поступила 01.05.1998

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Хроматография в тонких слоях. Под ред. Э. Шталя. М.: Мир, 1965, 464с.
2. Гайбакян Д.С., Атурян М.М. – Арм. хим. ж., 1967, т. 20, №9, с. 696-700; №10, с. 806-811; 1968, т. 21, №12, с. 1015-1018.
3. Гайбакян Д.С. – Арм. хим. ж., 1969, т.22, №1, с. 13-17; №3, с. 219-223; 1971, т.24, №10, с. 861-864.
4. Вольшец М.П. Хроматография в неорганическом анализе. М.: Наука, 1974, 151с.
5. Гайбакян Д.С., Егикиян Р.Т. – Арм. хим. ж., 1970, т. 23, №1, с. 16-21; 1972, т. 25, №5, с. 394-400; 1974, т. 27, с. 474-478.
6. Гайбакян Д.С., Карапетян З.А. – Ж. Аналит. химия, 1971, т. 26, в. 2, с. 394-397.
7. Вальбок Х.О., Пылдме М.Э. – Ж. Аналит. химия, 1972, т. 27, в. 4, с. 783-787.
8. Гайбакян Д.С., Егикиян Р.Т. – Ж. Прикл. химия, 1972, т. 35, №12, с. 2623-2627.
9. Кирхнер Ю. Тонкослойная хроматография. М.: Мир., 1981, т. 2, с. 516
10. Гайбакян Д.С., Мандалян Р.А., Малхасян К.Г., Вердян А.А. – Арм. хим. ж., 1993, т. 46, №3-4, с. 153-159.

Դ.Ս. ԳԱՅԲԱԿԵԱՆ, Պ. ՍԱԱԾՈՒԿ, Ա. ԴԱՄԲՐՈՎՍԿԻ

**ԴՈԼՈՄԻՏԸ ՈՐՊԵՍ ՍՈՐԹԵՆՏ ՀԱԶՎԱԳՅՈՒՏ ՏԱՐՐԵՐԻ ՆՐԲԱՇԵՐՏ  
ՔՐՈՍԱՏՈԳՐԱՖԻԱՅՈՒՄ**

**Ա մ փ ո փ ո ւ մ**

Հազվագյուտ տարրերի նրբաշերտ քրոմատոզրաֆիական անալիզի համար մշակվել է դրոմիտից շերտեր պատրաստելու մեթոդիկա: Ուսումնասիրվել է շարժուն ֆազի բաղադրության և բնույթի ազդեցությունը ռենիումի (VII), մոլիբդենի (VI), վանադիումի (V) և վոլֆրամի (VI) իոնների տեղաշարժման և գոյացած մարզերի ձևի վրա: Հաստատվել է, որ սպիրտի առկայությունը նվազեցնում է իոնների տեղաշարժը ( բացի ռենիումից), իսկ ալկալիների և աղերի լուծույթների կոնցենտրացիաների մեծացումը՝ ընդհակառակը: Առաջարկված են վերոհիշյալ իոնների նոյակ խառնուրդների բաժանման նոր տարրերակներ:

ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՍՏԱՏՄԱՆ ԳԻՏԱԿԱՆ ՅԵՂԵԿԱԳԻՐ  
УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ ЕРЕВАНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

Բանկաբանություններ

1,2000

Естественные науки

X и м и я

УДК 547.419.8+ 547

М. Л. ЕРИЦЯН, О. С. БАЛАЯН, Р. А. КАРАМЯН, Н. М. БЕЙЛЕРЯН

МЕТАЛЛОКОМПЛЕКСЫ АЛЛИЛЬНЫХ МОНОМЕРОВ

Синтезированы металлокомплексные соединения на основе нитратов и хлоридов  $Co^{2+}$ ,  $Ni^{2+}$ ,  $Cu^{2+}$  с использованием в качестве лигандов аллилтиомочевины и 1,3-диаллилизоцианурата. Полученные металлокомплексы исследованы несколькими физико-химическими методами. ИК-спектроскопией показана возможная координация АлТМЧ и ДАИЦ с солями соответствующих металлов. Исследованы магнитные свойства синтезированных металлокомплексов.

В литературе имеется достаточно много информации по металлоорганическим мономерам, которые обычными традиционными способами легко превращаются в полимеры [1]. Отличительная черта металлоорганических мономеров обусловлена тем, что полимеры, синтезированные на их основе (по сравнению с полимерами, полученными из тех же неметаллосодержащих мономеров), обладают высокими теплофизическими и физико-механическими свойствами [2]. Представляет особый интерес получение новых типов металлокомплексов аллильных мономеров, способных образовывать полимеры, отличающиеся негорючестью, морозо-, тепло- и износстойкостью [3].

В этой связи работы по синтезу реакционноспособных высокоактивных металлокомплексов аллильных мономеров как в теоретическом, так и в практическом плане представляют определенный интерес.

Целью настоящей работы является получение металлокомплексов на основе аллилтиомочевины (АлТМЧ) и 1,3-диаллилизоцианурата (ДАИЦ) с использованием неорганических солей  $Co(NO_3)_2 \cdot 2H_2O$ ,  $CoCl_2 \cdot 6H_2O$ ,  $Ni(NO_3)_2 \cdot 6H_2O$ ,  $Cu(NO_3)_2 \cdot 3H_2O$ ,  $CuCl_2 \cdot 2H_2O$ ,  $NiCl_2 \cdot 6H_2O$  соответственно.

Реакции между вышеуказанными солями и АлТМЧ в массе приводят к образованию соответствующих комплексов, эмпирическая формула которых на основании химического анализа (см. табл. 1) представляется в следующем виде:

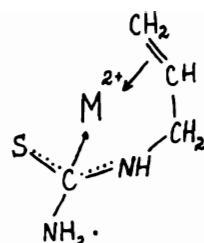


где  $X = NO_3^-$ ,  $M = Co^{2+}$  (I),  $Ni^{2+}$  (II),  $X = Cl^-$ ,  $M = Co^{2+}$  (III),  $Ni^{2+}$  (IV),  $Cu(\text{АлТМЧ})_2 \times X_2$ ,  $X = NO_3^-$  (V),  $Cl^-$  (VI).

На ИК-спектрах указанных комплексов четко обнаружено смещение полос поглощения с  $1100$  на  $1040\text{ cm}^{-1}$ , что дает основание предположить участие  $=N-CN =$

$S$  группы в комплексообразовании, а в комплексах полосы валентных

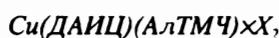
колебаний связи  $=C=C=$  в области  $1610-1640\text{ cm}^{-1}$  – участие аллильной группы в комплексообразовании. Основываясь на данных ИК-спектроскопии, вероятный механизм комплексообразования между АлТМЧ и вышеуказанными солями можем представить в следующем виде:



На основе ДАИЦ, АлТМЧ и неорганических солей вышеуказанных металлов были получены комплексные соединения со смешанными лигандами. На основании химического анализа (см. табл. 1) эмпирическая формула этих комплексов представляется в виде



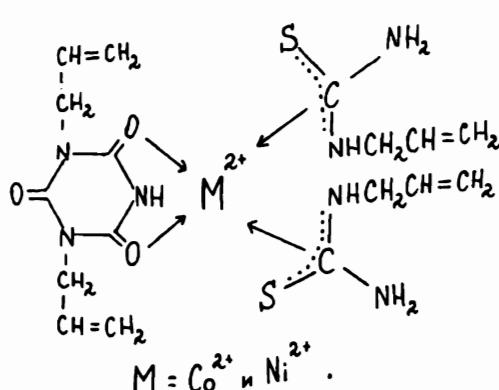
где  $X = NO_3^-$ ,  $M = Co^{2+}$  (VII),  $Ni^{2+}$  (VIII),  $X = Cl^-$ ,  $M = Co^{2+}$  (IX),  $Ni^{2+}$  (X);



где  $X = NO_3^-$  (XI),  $Cl^-$  (XII).

На ИК-спектрах комплексов VII–XII обнаружено смещение полос поглощения группы  $=C=O$  симм-триазина в интервале от 1695 до  $1680 \text{ см}^{-1}$ , что является результатом координации карбонильной группы с ионом металла. В этих комплексах также наблюдается координация  $\begin{array}{c} N \\ || \\ S \end{array} - C - N =$  группы, о чем свидетельствует смещение полосы поглощения с 1100 на  $1045 \text{ см}^{-1}$ . Аллильные группы как изоцианурата, так и тиомочевины не участвуют в координации с ионами металлов (полосы поглощения в областях 1640 и  $932 \text{ см}^{-1}$  остаются неизменными).

Из эмпирических формул комплексов VII–XII и их спектральных данных можно предположить, что ДАИЦ при комплексообразовании проявляет бидентантность, в то время как АлТМЧ в этих соединениях является скорее всего монодентантным лигандом. Координацию указанных лигандов с центральными ионами металлов можно представить в следующем виде:



В случае с  $Cu^{2+}$  в координации, кроме ДАИЦ, участвует только одна молекула АлТМЧ.

Следует также отметить, что  $=NH$  группа ДАИЦ в координации не участвует (валентное колебание  $=NH$  в области  $3200 \text{ см}^{-1}$  сохраняется после колебания ДАИЦ).

Физико-химические данные полученных комплексов приводятся в табл. 1.

Таблица I

## Характерные данные комплексов I – XII

№	Комплексы	Цвет	$T_{\text{нр}}$ , °C	Формула	Элементный состав (наиболее численного), %					
					C	H	N	S	Cl	M
1.	$[\text{Co}(\text{AlTM}^{\text{Ч}})_{\text{J}}(\text{NO})_{\text{J}}$ , темно-зеленый]	3	4	$\text{C}_{16}\text{H}_{12}\text{N}_{10}\text{S}_2\text{O}_6\text{Co}$	6	7	8	9	10	11
2.	$[\text{Ni}(\text{AlTM}^{\text{Ч}})_{\text{J}}(\text{NO})_{\text{J}}$ , темно-коричневый]	53	65-68	$\text{C}_{16}\text{H}_{12}\text{N}_{10}\text{S}_2\text{O}_6\text{Ni}$	29,4 29,67	5,1 4,95	21,8 21,54	19,9 19,78	–	9,0 9,12
3.	$[\text{Co}(\text{AlTM}^{\text{Ч}})_{\text{J}}\text{Cl}_{\text{J}}$ , зеленый]	60-62	60-62	$\text{C}_{16}\text{H}_{12}\text{N}_{10}\text{S}_2\text{O}_6\text{Cl}_{\text{J}}\text{Co}$	32,4 32,32	5,5 5,39	18,6 18,85	21,3 21,55	12,1 11,95	9,7 9,93
4.	$[\text{Ni}(\text{AlTM}^{\text{Ч}})_{\text{J}}\text{Cl}_{\text{J}}$ , коричневый]	67-70	67-70	$\text{C}_{16}\text{H}_{12}\text{N}_{10}\text{S}_2\text{O}_6\text{Cl}_{\text{J}}\text{Ni}$	32,2 32,32	5,3 5,39	18,7 18,85	21,6 21,55	11,7 11,95	10,1 9,93
5.	$[\text{Cu}(\text{AlTM}^{\text{Ч}})_{\text{J}}(\text{NO})_{\text{J}}$ , телесный]	61	61	$\text{C}_{16}\text{H}_{12}\text{N}_{10}\text{S}_2\text{O}_6\text{Cu}$	22,6 22,86	3,6 3,8	19,8 20,0	15,0 15,24	–	15,0 15,24
6.	$[\text{Cu}(\text{AlTM}^{\text{Ч}})_{\text{J}}\text{Cl}_{\text{J}}$ , зеленый]	63-65	63-65	$\text{C}_{16}\text{H}_{12}\text{N}_{10}\text{S}_2\text{Cl}_{\text{J}}\text{Cu}$	26,0 26,16	4,5 4,36	15,5 15,26	17,2 17,44	19,1 19,35	17,2 17,44
7.	$[\text{Co}(\text{ДАИЦ})(\text{AlTM}^{\text{Ч}})_{\text{J}}(\text{NO})_{\text{J}}$ , темно-синий]	130	·	$\text{C}_{16}\text{H}_{12}\text{N}_{10}\text{S}_2\text{O}_6\text{Co}$	32,4 32,69	4,5 4,33	20,1 20,19	10,1 10,25	–	9,3 9,45
8.	$[\text{Ni}(\text{ДАИЦ})(\text{AlTM}^{\text{Ч}})_{\text{J}}(\text{NO})_{\text{J}}$ , светло-зеленый]	140	·	$\text{C}_{16}\text{H}_{12}\text{N}_{10}\text{S}_2\text{O}_6\text{Ni}$	32,5 32,69	4,1 4,33	20,0 20,19	10,1 10,26	–	9,5 9,45
9.	$[\text{Co}(\text{ДАИЦ})(\text{AlTM}^{\text{Ч}})_{\text{J}}\text{Cl}_{\text{J}}$ , синий]	110	110	$\text{C}_{16}\text{H}_{12}\text{N}_{10}\text{S}_2\text{O}_6\text{Cl}_{\text{J}}\text{Co}$	35,5 35,73	4,5 4,73	17,0 17,16	11,3 11,2	12,2 12,43	10,1 10,33
10.	$[\text{Ni}(\text{ДАИЦ})(\text{AlTM}^{\text{Ч}})_{\text{J}}\text{Cl}_{\text{J}}$ , желтый]	85	85	$\text{C}_{16}\text{H}_{12}\text{N}_{10}\text{S}_2\text{O}_6\text{Cl}_{\text{J}}\text{Ni}$	35,9 30,2	4,6 3,5	17,0 19,0	11,4 6,0	12,3 6,24	10,5 –
11.	$[\text{Cu}(\text{ДАИЦ})(\text{AlTM}^{\text{Ч}})_{\text{J}}(\text{NO})_{\text{J}}$ , зеленый]	115-118	115-118	$\text{C}_{16}\text{H}_{12}\text{N}_{10}\text{S}_2\text{O}_6\text{Cl}_{\text{J}}\text{Cu}$	33,7 33,91	4,0 4,13	15,0 15,22	6,7 6,96	15,2 15,43	13,8 13,91

Определялись магнитные моменты металлокомплексов I—XII. Магнитные моменты данных комплексов вычислены согласно [4] по формуле

$$\mu = 2,84 \sqrt{(\alpha_g M + \Delta \alpha_M)(T + \theta)},$$

где  $\alpha_g$  — удельная восприимчивость,  $M$  — молекулярная масса комплексов,  $\Delta \alpha_M$  — мольная диамагнитная поправка,  $T$  — абсолютная температура,  $\theta$  — величина, имеющая размерность температуры. Зависимость  $\alpha_g$  от температуры представлена в табл. 2.

Таблица 2  
Данные по измерению магнитной восприимчивости

T, K	$\alpha_g \cdot 10^6 \text{ см}^3/\text{г}\cdot\text{ам}$							
	$Co(AlTMCh) \cdot (NO_3)_2$	$Co(AlTMCh) \cdot Cl_2$	$Cu(AlTMCh) \cdot (NO_3)_2$	$Cu(AlTMCh) \cdot Cl_2$	$Co(DAIC)(AlTMCh) \cdot (NO_3)_2$	$Co(DAIC)(AlTMCh) \cdot Cl_2$	$Cu(DAIC)(AlTMCh) \cdot (NO_3)_2$	$Cu(DAIC)(AlTMCh) \cdot Cl_2$
77	41,242	41,154	13,264	13,125	48,428	18,514	18,235	18,31
100	37,216	37,328	10,134	39,265	39,064	39,064	14,168	14,108
150	25,364	25,138	8,164	8,03	27,164	26,918	9,625	9,244
200	21,218	21,135	6,225	26,225	21,316	21,214	6,428	6,234
240	18,165	18,220	5,531	5,324	17,465	17,224	5,128	5,064
299	15,648	15,428	4,321	4,164	14,328	14,164	4,221	4,068

Как видно из табл. 2, указанные металлокомплексы парамагнитны и подчиняются закону Кюри-Вейса:

$$\alpha_g = \frac{C}{T \pm \theta} \quad (C \text{ — постоянная Кюри}),$$

$\theta$  определяется по уравнению

$$\theta = \frac{\alpha_{g1} T_1 - \alpha_{g2} T_2}{\alpha_{g1} - \alpha_{g2}},$$

где  $\alpha_{g1}$  и  $\alpha_{g2}$  — удельные магнитные восприимчивости при температурах  $T_1$  и  $T_2$ ,  $\Delta \alpha_M$  для лигандов АлТМЧ и ДАИЦ определяли по методу Паскаля [5].

В табл. 3 приведены данные магнитных моментов.

Таблица 3  
Магнитные свойства соответствующих металлокомплексов

№	Металлокомплексы	$M_{sp}$ при 77K	Конфигурация
1.	$[Co(AlTMCh)](NO_3)_2$	2,87	$d^7$ — тетраэдр
2.	$[Co(AlTMCh)]Cl_2$	2,984	—
3.	$[Cu(AlTMCh)](NO_3)_2$	1,09	$d^9$ — плоский квадрат
4.	$[Cu(AlTMCh)]Cl_2$	0,978	—
5.	$[Co(DAIC)(AlTMCh)](NO_3)_2$	2,52	$d^7$ — тетраэдр
6.	$[Co(DAIC)(AlTMCh)]Cl_2$	2,47	—
7.	$[Cu(DAIC)(AlTMCh)](NO_3)_2$	1,141	$d^9$ — плоский квадрат
8.	$[Cu(DAIC)(AlTMCh)]Cl_2$	1,38	—

**Экспериментальная часть.** ИК-спектры металлокомплексов сняты на спектрофотометре UR-20 в вазелиновом масле. Для определения магнитной восприимчивости комплексов применяли метод Фарадея [4]. Определение ионов  $Co^{2+}$ ,  $Ni^{2+}$  и  $Cu^{2+}$  в комплексах проводили на атомно-адсорбционном спектрофотометре AAS-3.

Использовали соли  $Co(NO_3)_2 \cdot 6H_2O$ ,  $CoCl_2 \cdot 6H_2O$ ,  $Ni(NO_3)_2 \cdot 6H_2O$ ,  $NiCl_2 \cdot 6H_2O$ ,  $Cu(NO_3)_2 \cdot 3H_2O$  и  $CuCl_2 \cdot 2H_2O$  марок ч. д. а. АлТМЧ перекристаллизован из этилового спирта, т. пл. 349–351 К; ДАИЦ получили и идентифицировали по [6], т. пл. 417 К.

Получение  $[Co(\text{АлTMЧ})_2(NO_3)_2]$ ,  $[Co(\text{АлTMЧ})_2Cl_2]$ ,  $[Ni(\text{АлTMЧ})_2(NO_3)_2]$ ,  $[Ni(\text{АлTMЧ})_2Cl_2]$ ,  $[Cu(\text{АлTMЧ})_2(NO_3)_2]$ ,  $[Cu(\text{АлTMЧ})_2Cl_2]$ . Предварительно растерты соответствующие кристаллогидраты солей и АлТМЧ смешивают в твердом состоянии в мольном соотношении 1:5. Полученная масса при этом охлаждается и выделяется вода. Через некоторое время образуется однородная паста, которую помещают на сутки в экскатор с ангидроном. После этого продукт несколько раз промывают горячим бензолом, затем эфиром. Выделяют вещество на фильтре Шотта и сушат в вакуумном экскаторе до постоянной массы.

Выход продуктов:  $[Co(\text{АлTMЧ})_2(NO_3)_2]$  – 74,5%;  $[Co(\text{АлTMЧ})_2Cl_2]$  – 63,5%;  $[Ni(\text{АлTMЧ})_2(NO_3)_2]$  – 59,6%;  $[Ni(\text{АлTMЧ})_2Cl_2]$  – 61,5%;  $[Cu(\text{АлTMЧ})_2(NO_3)_2]$  – 71,7%;  $[Cu(\text{АлTMЧ})_2Cl_2]$  – 75,8% соответственно.

Вышеперечисленные металлокомплексы растворяются в диметилформадиде, диметилсульфоксиде, ацетоне, этилацетате.

Получение  $[Co(\text{ДАИЦ})(\text{АлTMЧ})_2(NO_3)_2]$ ,  $[Co(\text{ДАИЦ})(\text{АлTMЧ})_2Cl_2]$ ,  $[Ni(\text{ДАИЦ})(\text{АлTMЧ})_2(NO_3)_2]$ ,  $[Ni(\text{ДАИЦ})(\text{АлTMЧ})_2Cl_2]$ ,  $[Cu(\text{ДАИЦ})(\text{АлTMЧ})_2(NO_3)_2]$  и  $[Cu(\text{ДАИЦ})(\text{АлTMЧ})_2Cl_2]$ . Соответствующие кристаллогидраты солей, АлТМЧ, ДАИЦ при мольном соотношении 1:3:2 смешивают и тщательно растирают при температуре 353–358 К до полной гомогенизации. Затем охлаждают, при этом наблюдается выделение воды. Полученные пасты помещают на сутки в экскатор с ангидролом. После этого продукт неоднократно промывают горячим бензолом, смесью этилового спирта с эфиром. Выделяют вещество на фильтре Шотта и сушат в вакуумном экскаторе до постоянной массы.

Выход продуктов:  $[Co(\text{ДАИЦ})(\text{АлTMЧ})_2(NO_3)_2]$  – 58,5%,  $[Co(\text{ДАИЦ})(\text{АлTMЧ})_2Cl_2]$  – 53,4%,  $[Ni(\text{ДАИЦ})(\text{АлTMЧ})_2(NO_3)_2]$  – 48,7%,  $[Ni(\text{ДАИЦ})(\text{АлTMЧ})_2Cl_2]$  – 50,4%,  $[Cu(\text{ДАИЦ})(\text{АлTMЧ})_2(NO_3)_2]$  – 45,6%,  $[Cu(\text{ДАИЦ})(\text{АлTMЧ})_2Cl_2]$  – 47,8 соответственно.

Арм. пед. институт им. Х. Абояна, ЕГУ

Поступила 26.10.1998

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Помогайло А.Д., Савостянов В.С. Металлосодержащие мономеры и полимеры на их основе.: Химия, 1988, с. 150.
2. Gronowski A., Wojtezak Z. – J. Thermal Anal., 1985, v. 30, №1, p. 345.
3. А.С. (СССР) 540465. Ерицян М.Л., Агасарян А.В. Хелатные полимеры 1,3-диаллилизоцианурата.– БИ, 1975, №23.
4. Селвуд П. Магнетохимия, М.: ИЛ, 1968.
5. Современная химия координационных соединений. Под ред. Дж. Льюиса и Р. Уилкинса, М.: ИЛ, 1963.
6. А.С. (СССР) 348566. Шевляков А.С., Ренгевич Е.Н. Коршак Р.С., Бровер А.В., Янушкевич О.Т. – БИ, 1972, №25.

Մ. Լ. ԵՐԻՅՅԱՆ, Հ. Ս. ԲԱԼԱՅԱՆ, Ռ. Ա. ՔԱՐԱՄՅԱՆ, Ն.Մ. ԲԵՅԼԵՐՅԱՆ

ԱԼԻԼԱՅԻՆ, ՄՈՆՈՄԵՐԱՅԻՆ ՄԵՏԱՂԱԿՈՄՊԼԵՔՍՆԵՐ

### Ամփոփում

Որպես լիգանդներ օգտագործելով ալիքիոմիզանյութը և 1,3-դիալիխոցիանուրատը,  $\text{Co}^{2+}$ ,  $\text{Ni}^{2+}$  և  $\text{Cu}^{2+}$  նիտրատների և քլորիդների հիման վրա սինթեզել ենք մետաղակոմպլեքսային մոնոմերներ: Տարբեր ֆիզիկաքիմիական մեթոդներով ուսումնասիրել ենք ստացված մետաղակոմպլեքսները: ԻԿ-սպեկտրոսկոպիայով ցույց է տրված ԱլՏՄԿ և ԴԱԻЦ լիգանդների հնարավոր կոռուպինացիան համապատասխան մետաղների կատիոնների հետ:

Ուսումնասիրված են սինթեզված մետաղակոմպլեքսների մագնիսական հատկությունները:

**ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՅԱՍՏԱՐԱԿԱՆ ԳԻՏԱԿԱՆ ՑԵՂԵԿԱԳՐԻ ՅԵՂԵԿԱԳՐԻ  
УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ ЕРЕВАНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА**

---

ԲԱԿԱՆ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ

1-2000

Естественные науки

Химия

УДК 547.419.8+ 547.491.8(088.8)

О. С. БАЛАЯН, Р. А. КАРАМЯН, С. В. ТОГАНЯН,  
Г. П. ПИРУМЯН, Х. Р. ГЮЛУМЯН, М. Л. ЕРИЦЯН

# ПРОИЗВОДНЫЕ ТИОМОЧЕВИНЫ, СОДЕРЖАЩИЕ СИММ-ТРИАЗИНОВЫЙ ЦИКЛ

Исследована реакция взаимодействияmono- идиглицидильных производных изоциануровой кислоты с производными тиомочевины. Результаты взаимодействия изучены ИК- и ПМР-спектроскопиями и химическим анализом.

**Молекулярная масса полученных соединений определена методом криоскопии.**

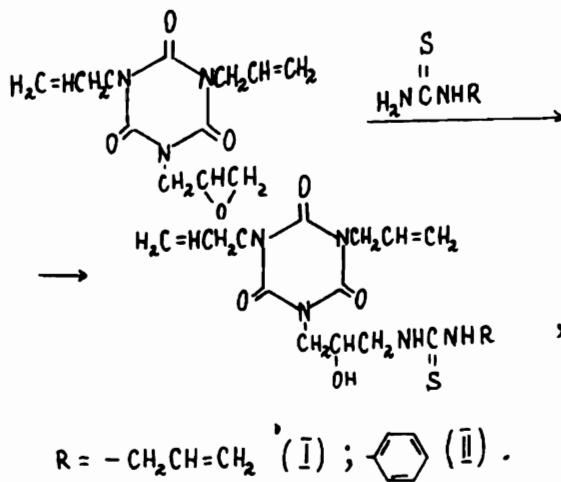
Тиомочевина и ее производные находят широкое применение при получении композиционных материалов различного назначения. В частности ее некоторые производные являются антиоксидантами для получения разноцветных резиновых материалов [1].

Известны многочисленные производные тиомочевины, с успехом применяемые в резинотехнической промышленности в качестве сшивателей, ускорителей вулканизации, активных модифицирующих добавок синтетических композиционных материалов, повышающих их термо- и износостойкость [2,3]. Имеется также информация [4,5] о использовании тиомочевины в качестве кластерных комплексов при полимеризации различных виниловых мономеров.

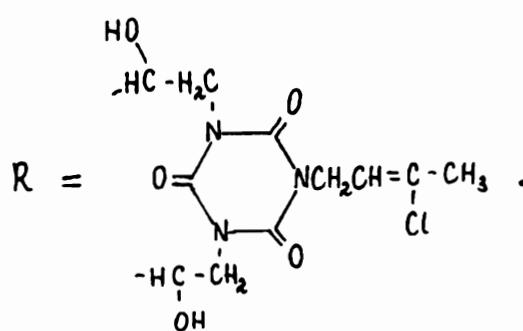
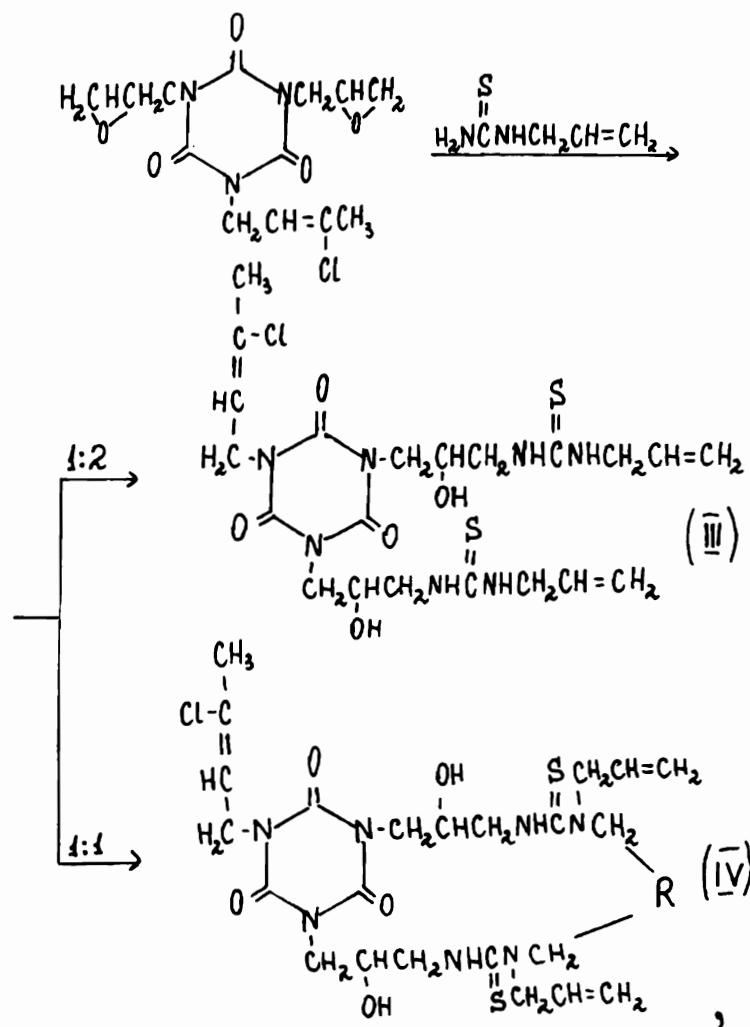
С учетом вышеизложенного исследования по целенаправленному синтезу новых типов производных тиомочевины представляют большой интерес для создания на их основе композиционных материалов различного назначения.

Целью настоящей работы является синтез ненасыщенных производных тиомочевины, содержащих симм-триазиновый цикл, что позволит придать соединениям особые свойства при решении различных прикладных задач.

Взаимодействием 1,3-диаллил-5-глицидилизоциануата с производными тиомочевины получены соединения в виде следующих структур:



При проведении реакции между 1,3-диглицидил-5-( $\gamma$ -хлоркротил) изоциануратом и аллилтиомочевиной получены



Структуры соединения I – IV, физико-химические данные которых приведены в таблице, исследованы ИК- и ПМР-спектроскопиями.

*Данные физико-химического анализа соединений I-IV*

Соеди- нения	ИК-спектр, $V, \text{см}^{-1}$	ПМР, м. д.	Мол. массы			Элементный состав, %			Формулы	
			найд.	расч.	наибол./вычисл.	C	H	N		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
I	932, 1645( $\text{CH}=\text{CH}_2$ ), 763 (сним-транзин), 1100 ( $\text{C}-\text{N}-\text{C}-\text{N}-\text{C}$ ), $\Sigma$	3,58-3,7м( $\text{H}, \text{CH}$ ) 4,85-4,92д( $2\text{H}, \text{NH}$ ) 4,3-4,48д( $6\text{H}, \text{NCH}_3$ )	-	-	50,2 50,39	5,9 6,04	18,5 18,37	8,2 8,4	-	$\text{C}_{16}\text{H}_{14}\text{N}_2\text{O}_2\text{S}$
	1310-1390( $>\text{C}=\text{S}$ ), 1695( $>\text{C}=0$ ), 3380- 3480 (-OH)	5,0-5,36м( $6\text{H}_2=\text{CH}_2$ ) 5,72-5,93м( $3\text{H}_2=\text{CH}_2$ )								
	763(сним-транзин), 1100( $>\text{N}-\text{C}-\text{N}-\text{C}$ ), 932 $\Sigma$	3,3-3,38м( $\text{H}, \text{CH}$ ) 4,83-4,94д( $2\text{H}, \text{NH}$ )	-	-	54,4 54,68	5,7 5,51	16,6 16,79	7,5 7,67	-	$\text{C}_{16}\text{H}_{14}\text{N}_2\text{O}_2\text{S}$
	1645( $\text{CH}=\text{CH}_2$ ), 730, 1500, 1600( $\text{C}_6\text{H}_5$ ), 1560( $\text{N}-\text{H}$ ), 3390- 3450(-OH)	4,3-4,48д( $6\text{H}, \text{NH}_2$ ), 5,07-5,27м( $4\text{H}_2=\text{CH}_2$ ) 5,74-5,96м( $2\text{H}_2=\text{CH}_2$ ) 6,86-7,6( $5\text{H}, \text{C}_6\text{H}_5\text{H}_2$ )								
II	670( $\text{C}-\text{C}$ ), 765(сним- транзин), 932, 1640 ( $\text{CH}=\text{CH}_2$ ), 1550( $\text{NH}$ ) 1100( $>\text{N}-\text{C}-\text{N}-\text{C}$ ) $\Sigma$	3,45-3,57м( $2\text{H}, \text{CH}_2$ ) 4,35-4,5д( $6\text{H}, \text{NCH}_3$ ) 4,85-4,92д( $4\text{H}, \text{NH}$ ) 5,15-5,4м( $4\text{H}_2=\text{CH}_2$ ) 5,7-5,95м( $3\text{H}_2=\text{CH}_2$ )	540	561,5	44,7	5,81 44,88	17,2 5,7	11,5 11,4	6,1 6,32	$\text{C}_{16}\text{H}_{14}\text{N}_2\text{O}_2\text{SCl}$
	670( $\text{C}-\text{C}$ ), 765(сним- транзин), 932, 1645 ( $\text{CH}=\text{CH}_2$ ), 1560( $\text{NH}$ ) 1100( $>\text{N}-\text{C}-\text{N}-\text{C}$ ) $\Sigma$	3,45-3,57м( $2\text{H}, \text{C}-\text{H}$ ) 4,33-4,45д( $8\text{H}, \text{NH}_2$ ) 4,8-4,88д( $2\text{H}, \text{NH}$ ) 5,05-5,28м( $4\text{H}_2=\text{CH}_2$ )	860	891	45,6	5,45 45,79	15,5 15,71	7,0 7,18	7,7 7,97	$\text{C}_{16}\text{H}_{14}\text{N}_2\text{O}_2\text{SCl}_2$
IV	3350-3450(OH)	5,7-5,9м( $4\text{H}_2=\text{CH}_2$ )								

**Экспериментальная часть.** ИК- и ПМР-спектры сняты на приборах UR-20 и "Varian T-60c" с рабочей частотой 60 МГц в ДМСО соответственно. Аллилтиомочевина, фенилтиомочевина перекристаллизованы этиловым спиртом, т. пл. 349–351 и 430 К соответственно. 1,3-диаллил-5-глицидилизоцианурат получен согласно [6], а 1,3-диглицидил-( $\gamma$ -хлоркротил)изоцианурат – по методике [7]. Мол. массы соединений III–VI определены криоскопическим методом [8]. В качестве растворителя использована уксусная кислота ( $K=3,9$ ).

**1,3-диаллил-5-( $\beta$ -гидрокси- $\gamma$ -N-аллилтиомочевинаил)изоцианурат.** В 50 мл ДМФА растворяют 7,95 г (0,03 моля) 1,3-диаллил-5-глицидилизоцианурата и 4,06 г (0,035 моля) N-аллилтиомочевины. При перемешивании температуру реакционной массы доводят до 95–100°C. При данной температуре реакцию проводят 2,5–3 часа. После чего под вакуумом отгоняют ДМФА и оставшуюся желтую массу неоднократно промывают теплым этиловым спиртом. Затем под вакуумом (3,5–4 мм рт. ст.) и при температуре 170°C отгоняют продукт реакции и получают высоковязкую массу светло-желтого цвета. Выход – 78%.

**1,3-диаллил-5-( $\beta$ -гидрокси- $\gamma$ -N-фенилтиомочевинаил)изоцианурат.** Реакцию проводят аналогично предыдущей с той лишь разницей, что 7,95 г (0,03 моля) 1,3-диаллил-5-глицидилизоцианурата взаимодействует с 5,32 г (0,035 моля) N-фенилтиомочевины. После отгонки ДМФА остаток в колбе промывают сначала петролеоновым эфиром, затем – теплым этиловым спиртом. Продукт реакции сушат под вакуумом (10–15 мм рт. ст.) при 55–60°C до постоянной массы. Выход – 82%.

**1-( $\gamma$ -хлоркротил)-3,5-( $\beta$ -гидрокси- $\gamma$ -N-аллилтиомочевинаил)изоцианурат.** В 50 мл ДМФА растворяют 6,58 г (0,02 моля) 1,3-диглицидил-5-( $\gamma$ -хлоркротил)изоцианурата и 4,06 г (0,035 моля) N-аллилтиомочевины. При перемешивании реакцию проводят 2,5–3 часа при температуре 95–100°C. Затем под вакуумом отгоняют ДМФА. Высоковязкую темно-желтого цвета массу неоднократно промывают петролеиновым эфиром, затем – теплым этиловым спиртом. Сушат под вакуумом (15–20 мм рт. ст.) при 55–60°C до постоянной массы. Выход – 75%.

**Получение продукта IV.** Реакцию, а также выделение продукта проводят аналогично предыдущему способу с той лишь разницей, что 50 мл (0,02 моля) 1,3-диглицидил-5-( $\gamma$ -хлоркротил)изоцианурата взаимодействуют с 2,32 г (0,02 моля) N-аллилтиомочевины. Выход – 80%.

Арм. пед. институт им. Х. Абовяна, ЕГУ

Поступила 10.12.1998

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Гринберг А.Е. и др. Антиоксиданты для светлых и цветных резин. М.: Наука, 1969.
2. Фельдштейн М.С., Орловский П.Н., Догадкин Б.А. – Кауч. и рез., 1957, т. 22, №1.
3. Фельдштейн М.С., Рахман М.З. – Там же, 1968, т. 15, №2.
4. Stepan V.J. – Polymer Sci. Pt., 1967, v. 5, №3, p.503.
5. White D.M. – J. Amer. Chem. Soc., 1960, v. 82, №21, p. 5678.
6. Ерицян М.Л., Карапетян Р.А., Гайкуни Т.В. – Арм. хим. журн., 1990, т. XVIII, №11, с. 733.
7. Назарян А.А. Ненасыщенные бром-содержащие производные диануровой и изоциануровой кислот: Автореф. дисс. на соискание уч. ст. канд. хим. наук, Ер., 1998.
8. Рафиков С.Р., Павлова С.А., Твердохлебова И.И. Методы определения молекулярных весов полидисперсности высокомолекулярных соединений. М.: Изд-во АН СССР, 1963, с. 212.

Հ. Ս. ԲԱԼԱՅԱՆ, Ռ. Ա. ԶԱՐԱՄԵԱՆ, Ս. Վ. ՏՈՂԱՆՉԵԱՆ,  
Գ. Պ. ՓԻՐՈՒՄՅԱՆ, Խ. Ռ. ԳՅՈՒԼՈՒՄՅԱՆ, Մ.Լ. ԵՐԻՑՅԱՆ

**ՍԻՄ-ՏՐԻԱԶԻՆԱՅԻՆ ՕՂԱԿ ՊԱՐՈՒՆԱԿՈՂ  
ԹԻՌՈՒԶԱՆՅՈՒԹԻ ԱԾԱՆՑԱԼՆԵՐ**

**Ամփոփում**

Ուսումնասիրվել է իզոցիանուրաքքվի մոնո- և դիգիցիվլային ածանցյալների փոխազդեցությունը քիոմիզանյութի ածանցյալների հետ: Փոխազդեցության արդյունքները ուսումնասիրվել են հԿ- և ՊՄՌ-սպեկտրոսկոպիկ մեթոդներով և քիմիական անալիզով: Ստացված միացությունների մոլեկուլային զանգվածները որոշվել են կրիոսկոպիկ եղանակով:

ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱԿԻ ԳԻՏԱԿԱՆ ՅԵՂԵԿԱԳԻՐ  
УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ ЕРЕВАНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

Բանական գիտություններ

1,2000

Естественные науки

X и м и я

УДК 547.314+ 547.841

С. М. АКОПЯН, Г. П. ПИРУМЯН, К. М. КОЧАРЯН

СИНТЕЗ НОВЫХ ПРОИЗВОДНЫХ 2-ОКСО-1,4-ДИОКСАНОВ

Бромированием и с последующей циклизацией этиловых эфиров  $\alpha$ -алкилаллилоксикусусных кислот получены 2-оксо-3-алкил-6-бромметил-1,4-диоксаны.

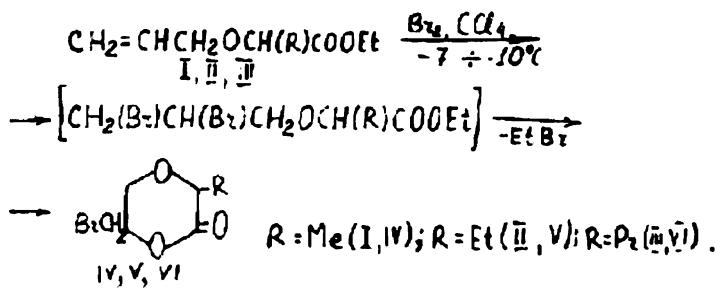
Бромирование на холода 2-оксо-3-алкил-6-метил-1,4-диоксана приводит к 2-оксо-3-алкил-5,6-дигром-6-метил-1,4-диоксанам с хорошими выходами. 6-Бромметилдиоксаноны при  $110^{\circ}\text{C}$  в среде толуола с 3-алкил-5-метил-( $N$ - $\beta$ -аминоэтил)- или ( $N$ - $\alpha$ -аминогексаметилен)-пирролидонами дают 6-пирролидонилметилзамещенные диоксаноны. Взаимодействием этих же бромдиоксанов с 2-меркаптобензотиазолом в ацетоне в присутствии гидроксида натрия получены 2-оксо-3-алкил-6-(2'-меркаптобензотиазол-1')метил-1,4-диоксаны.

Бромдиоксаны мало [1-4], а бромпроизводные 2-оксо-1,4-диоксанов [5] почти не изучены.

Известно, что на холода диоксан с бромом образует диоксанат  $C_4H_8O_2Br_2$  [1], который при нагревании разлагается с размыканием диоксанового цикла и с образованием  $EtBr$ ,  $HBr$  и др. [6].

Показано [2], что при облучении УФ светом в четыреххлористом углероде диоксан гладко бромируется, образуя кристаллический 2,3-дигромдиоксан.

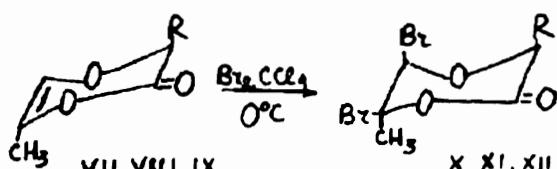
Нами осуществлен синтез 2-оксо-3-алкил-6-бромметил-1,4-диоксанов бромированием и с последующей циклизацией этиловых эфиров  $\alpha$ -алкилаллилоксикусусных кислот при  $-7 \div -10^{\circ}\text{C}$  [5] в среде сухого четыреххлористого углерода по схеме 1:



Строение 6-бромметилдиоксанонов подтверждено ИК- и ЯМР-спектроскопиями. В ИК-спектрах имеются характерные поглощения в области  $1760 \text{ cm}^{-1}$  ( $\text{C=O}$ ), а в ЯМР — м. д.  $4,92$  ( $2H$ , д.  $\text{CH}_2\text{Br}$ ). Чистота (IV-VI) контролировалась методом ГЖХ.

Бромирование 2-оксо-3-алкил-6-метил- и 2-оксо-3-алкил-6-бромметил-1,4-диоксанов в отличие от диоксана [2] при облучении УФ светом в  $CCl_4$  не приводит к бромзамещенным диоксанонам, а протекает с размыканием диоксанового цикла с образованием смеси реакционных продуктов (бромистый водород, оксикислота и др.).

А присоединение брома к 2-оксо-3-алкил-6-метил-1,4-диоксену [7] на холода ( $0^{\circ}\text{C}$ ) в четыреххлористом углероде протекает гладко, и с хорошими выходами (90–95%) получаются 2-оксо-3-алкил-5,6-дигром-6-метил-1,4-диоксаны. Последние – светло-желтые кристаллические вещества. 5,6-дигромдиоксанон под действием влаги воздуха постепенно разлагается, выделяя бромистый водород. Строение полученных соединений подтверждается наличием в ИК-спектрах полос поглощения, соответствующих диоксановому циклу –  $1080$ – $1100\text{ cm}^{-1}$ :



Изучение ЯМР-спектров 5,6-дигромзамещенного диоксанона показало, что все они относятся к транс-ряду, поскольку спиновое расщепление для сигналов протонов у CH-групп равно нулю, в то время как у соответствующих цис-производных оно должно быть около  $5$ – $10\text{ Гц}$ .

Таблица 1

*2-оксо-3-алкил-6-(N-аминоэтил-3'-алкил-5'-метилпирролидонил)метил-1,4-диоксаны*

Соединения	R	R'	Выход, %	Т. пл., $^{\circ}\text{C}$	Найдено, %			Вычислено, %			ИК-спектр, $\text{cm}^{-1}$	R <sub>f</sub>
								C	H	N		
					C	H	N					
XVI	H	$\text{C}_2\text{H}_5$	87	74–76	59,23	8,56	10,1	59,15	8,45	9,86	1682(C=O) 1770(C=O) 1112(COC)	0,4
XVII	H	$\text{C}_2\text{H}_5$	75	85–86	61,58	9,20	9,41	61,54	8,97	8,97	1685(C=O) 1770(C=O) 1115(COC)	0,42
XVIII	$\text{CH}_3$	$\text{C}_2\text{H}_5$	82	78–79	60,54	9,13	9,42	60,40	8,72	9,39	1678(C=O) 1760(C=O) 1108(COC)	0,44
XIX	$\text{C}_2\text{H}_5$	$\text{C}_2\text{H}_5$	78	86–87	61,71	9,23	9,31	61,54	8,97	8,97	1687(C=O) 1780(C=O) 1107(COC)	0,4
XX	$\text{C}_2\text{H}_5$	$\text{C}_2\text{H}_5$	83	92	63,51	9,36	8,19	63,53	9,41	8,23	1690(C=O) 1778(C=O) 1113(COC)	0,45

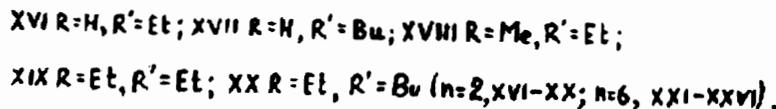
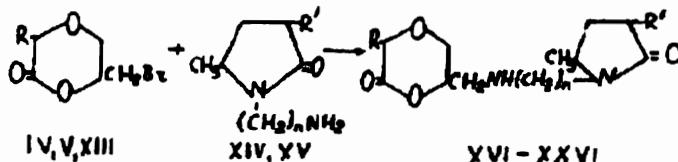
В продолжение работ [7–10] по синтезу и изучению некоторых экологических свойств и параметров функционально замещенных 1,4-диоксанонов нами изучено взаимодействие 2-оксо-3-алкил-6-бромметил-1,4-диоксанов с 3-алкил-5-метил-(*N*- $\beta$ -аминоэтил)-, (*N*- $\omega$ -аминогексаметилен-пирролидонов в среде толуола при  $100$ – $110^{\circ}\text{C}$  в течение 2–3 часов. С хорошими выходами получены 2-оксо-3-алкил-6-(*N*-аминоэтил-3'-алкил-5'-метилпирролидонил)-, 2-оксо-3-алкил-, -(*N*-аминогексаметилен-3'-алкил-5'-метилпирролидонил)метил-1,4-диоксаны (табл. 1 и 2 соответственно). Все полученные соединения – белые кристаллические вещества, хорошо перекристаллизовываемые из ацетона или ацетон+эфира. Строение полученных соединений исследовано ИК-спектроскопией (данные приведены в табл. 1 и 2).

Таблица 2

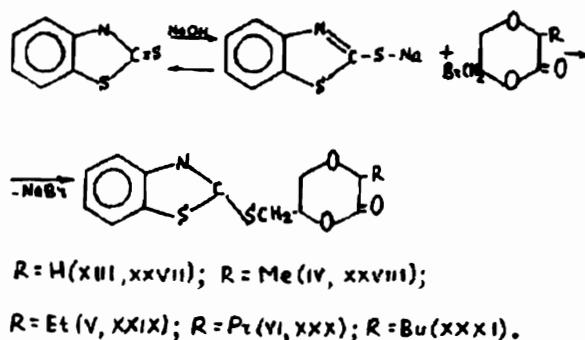
2-оксо-3-алкил-6-(N-аминоексаметилен-3'-алкил-5'-метилпирролидонил)метил-1,4-диоксаны

Соединения	R	R'	Выход, %	Т. пл., °C	Найдено, %			Вычислено, %			ИК-спектр, см <sup>-1</sup>	R <sub>f</sub>
					C	H	N	C	H	N		
XXI	H	CH <sub>3</sub>	76	87	62,62	9,44	9,23	62,57	9,20	8,59	1775(C=0) 1680(C=0) 1110(COC)	0,46
XXII	H	C <sub>2</sub> H <sub>5</sub>	84	90-91	63,61	9,47	8,38	63,53	9,41	8,23	1770(C=0) 1681(C=0) 1111(COC)	0,41
XXIII	CH <sub>3</sub>	C <sub>2</sub> H <sub>5</sub>	81	95-96	64,57	9,63	8,21	64,4	9,60	7,91	1776(C=0) 1687(C=0) 1108(COC)	0,43
XXIV	CH <sub>3</sub>	C <sub>2</sub> H <sub>5</sub>	78	103-104	66,11	10,22	7,63	65,96	9,95	7,33	1778(C=0) 1686(C=0) 1112(COC)	0,40
XXV	C <sub>2</sub> H <sub>5</sub>	C <sub>2</sub> H <sub>5</sub>	88	107	65,50	10,14	7,90	65,22	9,78	7,61	1773(C=0) 1682(C=0) 1110(COC)	0,42
XXVI	C <sub>2</sub> H <sub>5</sub>	C <sub>2</sub> H <sub>5</sub>	85	113-114	66,80	10,00	7,21	66,66	10,10	7,07	1770(C=0) 1685(C=0) 1115(COC)	0,47

Чистота указанных соединений контролировалась методом ТСХ (см. табл. 1 и 2):



Взаимодействием 2-меркаптобензотиазола с 2-оксо-3-алкил-6-бромметил-1,4-диоксаном в среде ацетона и в присутствии гидроксида натрия получены с высокими выходами 2-оксо-3-алкил-6-(2'-меркаптобензотиазолил) метил-1,4-диоксаны (табл. 3):



Синтезированные соединения – белые кристаллические вещества, хорошо перекристаллизовываемые из ацетона. Чистота контролировалась методом ТСХ. Строение полученных соединений исследованы ИК- и ЯМР- спектроскопиями. В ИК-спектрах содержатся интенсивные полосы поглощения в области 1770–1780 см<sup>-1</sup>.

(C=O), 1085–1100  $\text{см}^{-1}$  (C—O—C), в области 1617–1620  $\text{см}^{-1}$  (Ar—N=C—). В ПМР-спектрах XXVII, XXVIII, XXIX, кроме сигнала ароматического заместителя, содержатся дуплет, соседствующий с кислородным атомом ( $\text{C}_6\text{H}$ ) 5,06 м. д. (1H, с, H—C—O), и сигналы, характерные для протонов в группе S—CH<sub>2</sub>, 3,20–3,30 м. д. (2H, д. д. S—CH<sub>2</sub>).

Таблица 3

2-оксо-3-алкил-6-(2-меркаптобензотиазолил)-метил-1,4-диоксаны

Соединения	Выход, %	Т. пл., °C	Найдено, %				Вычислено, %				ИК-спектр, см <sup>-1</sup>	$R_f$ *
			C	H	N	S	C	H	N	S		
VII	78	96–97	57,68	4,45	5,59	13,10	57,8	4,41	5,62	12,85	1620(Ar—C=N—) 1770(C=O) 1080(COC)	0,43
VIII	81	121	57,90	4,97	5,41	12,11	59,31	4,94	5,32	12,17	1617(Ar—C=N—) 1770(C=O) 1082(COC)	0,45
IX	83	139–140	60,68	5,50	4,98	11,62	60,65	5,41	5,05	11,55	1620(Ar—C=N—) 1775(C=O) 1095(COC)	0,44
X	79	158–159	61,91	5,85	4,85	11,2	61,85	5,84	4,81	10,99	1618(Ar—C=N—) 1772(C=O) 1085(COC)	0,40
XI	85	166–167	63,00	6,34	4,62	10,53	62,95	6,23	4,59	10,49	1618(Ar—C=N—) 1780(C=O) 1097(COC)	0,43

\* Элюент – ацетон-бутанол-вода – 4:3:2.

**Экспериментальная часть.** ИК-спектры сняты на приборе UR-20, ПМР-спектры – на спектрометре Hitachi-Perkin-Elmer (рабочая частота 60 МГц) в растворе  $\text{CHCl}_3$ . Чистоту контролировали методом ГЖХ на хроматографе марки ЛХМ-72 М методом абсолютной калибровки. Колонки 2000×4 мм, насадки – хромасорб-PAw+5%SE-30(хроматон-N+7%SE-30). Температура колонки 443–523 K, детектор по теплопроводности – газ-носитель-гелий (50–60 мл/мин.). Чистота этих соединений изучена методом ТСХ на пластинках Silufol-UV-254 в системах ацетон-бутанол-вода – 4:3:2, проявитель – пары йода.

2-оксо-3-алкил-6-бромметил-1,4-диоксаны (IV–VI) получены по методике [5]. IV, R=Me. Выход 4 г (76%), т. кип. 142–143°C /2 мм,  $n_{\text{D}}^{20}$  1,5173,  $d_4^{20}$  1,6303,  $\text{MR}_{\text{D}}=38,75$ , выч. 38,77. ИК-спектр,  $\nu$ , см<sup>-1</sup>, 1780 (C=O), ПМР δ, м. д. 4,92 д. (2H,  $\text{CH}_2\text{Br}$ ). Найдено, %: 38,40 Br,  $\text{C}_6\text{H}_9\text{O}_3\text{Br}$ . Вычислено, %: 38,27. (V R=Et). Выход 4,38 г (78%), т. кип. 155–157°C/2 мм, т. пл. 54–55,5°C ( $\text{CCl}_4$ ), ИК-спектр,  $\nu$ , см<sup>-1</sup>, 1770 (C=O), ПМР δ, м. д. 4,93 д (2H,  $\text{CH}_2\text{Br}$ ). Найдено, %: 36,00 Br,  $\text{C}_7\text{H}_{11}\text{O}_3\text{Br}$ . Вычислено, %: 35,87. (R=Pr). Выход 4,35 г (73%), т. пл. 63–64°C ( $\text{CCl}_4$ ). ИК-спектр,  $\nu$  см<sup>-1</sup>, 1760 (C=O). Найдено, %: 33,8 Br,  $\text{C}_8\text{H}_{13}\text{O}_3\text{Br}$ . Вычислено, %: 33,75.

2-оксо-3-алкил-5,6-дигром-6-метил-1,4-диоксаны (X, XI, XII). В круглодонную колбу, снабженную механической мешалкой, обратным холодильником, капельной воронкой и хлоркальциевой трубкой, помещают 0,0252 моля 2-оксо-3-алкил-6-метил-1,4-диоксана, растворенного в 20 мл сухом четыреххлористом углероде. Раствор охлаждают до 0°C и при перемешивании добавляют 4,0 г (0,025 моля) очищенного брома в 50 мл сухого четыреххлористого углерода. После прибавления всего количества брома реакционную массу продолжают перемешивать еще один час при 0°C. Затем раствор приводят к комнатной температуре, а потом с обратным холодильником кипятят 2 часа. Растворитель удаляют. 2-оксо-3-алкил-5,6-дигром-6-метил-1,4-диоксан в виде кристаллов осаждается на дне колбы. Кристаллы на стеклянном фильтре (фильтр Нуча) промывают холодным  $\text{CCl}_4$  и сушат в вакууме при 17–20 мм. Получаются светло-желтые кристаллы. Растворитель перекристаллизации – четыреххлористый углерод+эфир.

**2-оксо-5,6-дигром-б-метил-1,4-диоксан (X).** Выход 6,21 г (90%), т. пл. 87°C. ИК-спектр, ν, см<sup>-1</sup>, 1760 (C=O), 1070 (C—O—C), ПМР δ, м. д. 4,2 д. (CH<sub>2</sub>Br). Найдено, %: 58,41 Br. C<sub>5</sub>H<sub>6</sub>O<sub>3</sub>Br<sub>2</sub>. Вычислено, %: 58,39.

**2-оксо-3,6-диметил-5,6-дигром-1,4-диоксан (XI).** Выход 6,89 г (95%), т. пл. 103–104°C, ИК-спектр, ν, см<sup>-1</sup>, 1770 (C=O), ПМР δ, м. д. 4,22 д. (CH<sub>2</sub>Br). Найдено, %: 55,71 Br. C<sub>6</sub>H<sub>8</sub>O<sub>3</sub>Br<sub>2</sub>. Вычислено, %: 55,55.

**2-оксо-3-этил-5,6-дигром-б-метил-1,4-диоксан (XII).** Выход 7,07 г (93%), т. пл. 121–122°C, ИК-спектр, ν, см<sup>-1</sup>, 1775 (C=O), 1100 (C—O—C). Найдено, %: 52,87 Br. Вычислено, %: 52,98.

**2-оксо-3-алкил-б-(N-аминоэтил-3'-алкил-5'-метилпирролидонил) метил-1,4-диоксаны (XVI–XX).** К смеси 0,025 моля бикарбоната натрия в 10 мл воды прибавляли 0,029 моля N-(β-аминоэтил)-3-алкил-5-метилпирролидона-2. При перемешивании и охлаждении (10–12°C) прибавляем 0,025 моля 2-оксо-3-алкил-6-бромметил-1,4-диоксана в 10 мл толуоле. Перемешивание продолжали 3 часа, после чего реакционную смесь насыщали поташем, а продукт извлекли толуолом. Толуол перегоняли. Полученные кристаллы перекристаллизовывали из ацетона (табл. 1).

**2-оксо-3-алкил-б-(N-аминогексаметилен-3'-алкил-5'-метилпирролидонил)метил-1,4-диоксаны (XXI–XXVI).** Получали вышеуказанным способом (табл. 2).

**2-оксо-3-алкил-б-(2'-меркаптобензотиазолил)метил-1,4-диоксаны** получены по методике [1].

Кафедра физической химии

Поступила 19.02.1999

#### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Домбровский А.В. – Успехи химии, 1961, т. 30, с. 1453.
2. Dehm H.C. – J. Org. Chem., 1958, v. 23, p. 147.
3. Summerbell R.K., Bauer L.N. – J. Am. Chem. Soc., 1935, v. 37, p. 2364.
4. Summerbell R.K., Berger D.R. – J. Am. Chem. Soc., 1959, v. 81, p. 633.
5. Акопян С.М., Татевосян А.М., Залинян М.Г. – Арм. хим. ж., 1986, т. 39, №12, с. 751.
6. Alpen J.J. – Rec. trav. chim., 1930, v. 49, p. 1040.
7. Акопян С.М., Залинян М.Г. – Арм. хим. ж., 1990, т. 43, № 10, с. 664.
8. Акопян С.М., Татевосян А.М., Залинян М.Г. – Там же, 1986, т. 43, №10, с. 651.
9. Prijs B. Kartothek der Thiajolverbindungen, Karger, Basel and New York, 1952, v. 4.
10. Griffin T.S., Woods T.S. and Klayman D.L. – Adv. Heterocyclic Chem., 1975, v. 18, p. 99.
11. Cheu C.H. – Heterocyclic Chem., 1976, v. 13, p. 1079.

Ս. Մ. ՀԱԿՈԲՅԱՆ, Գ. Պ. ՓԻՐՈՒՄՅԱՆ, Կ. Մ. ՔՈՉԱՐՅԱՆ

## 2-ՕՔՍՈ-1,4-ԴԻՕՔՍԱՆԵՐԻ ՆՈՐ ԱԾԱՆՑՅԱԼՆԵՐԻ ՍԻՆԹԵԶ

### Ա մ փ ո փ ո ւ մ

$\alpha$ -ալկիլալիկօքսիֆացախաթթուների էթիլ էսթերների բրոմացումով և հետագա ցիկլումվ ստացվել են 2-օքտ-3-ալկիլ-6-բրոմմեթիլ-1,4-դիօքսաններ:

Սառը պայմաններում 2-օքտ-3-ալկիլ-6-մեթիլ-1,4-դիօքսանի բրոմացումը բերում է 2-օքտ-3-ալկիլ-5,6-դիբրոմ-6-մեթիլ-1,4 դիօքսանների՝ լավ ելքերով:

2-օքտ-3-ալկիլ-6-բրոմմեթիլ-1,4-դիօքսանների և 3-ալկիլ-5-մեթիլ ( $N$ - $\beta$ -ամինա-էթիլ)-կամ ( $N$ - $\omega$ -ամինահեքսամեթիլեն)-պիրոլիդոնների փոխազդեցությունից  $110^\circ$  C-ում տողուողի միջավայրում ստացվել են 6-պիրոլիդոնիմեթիլ-2-օքտ-1,4-դիօքսանները: Իսկ այդ նույն բրոմդիօքսանները 2-կապտորենզոտիազորի հետ ացետոնի միջավայրում նատրիումի հիդրօքսիդի ներկայությամբ տալիս են 2-օքտ-3-ալկիլ-6-(2'-մերկապտորենզոտիազոլի)մեթիլ-1,4-դիօքսաններ:

**ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՐՄԱՆԱԳՐԻ ԳՐԱԿԱՆ ՑԵՎԵԿԱՐԱԿԱՆ ՅԵՂԵԿԱԳԻՐ  
УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ ЕРЕВАНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА**

Բանական գիտություններ

1,2000

Естественные науки

**X и м и я**

УДК 546.226-325

С.Х. ЕГОЯН, Г.Г. БАБАЯН

**ИЗУЧЕНИЕ КИНЕТИКИ ОКИСЛЕНИЯ СУЛЬФИДА ЦИНКА  
ОЗОНОМ В СЕРНОКИСЛОЙ СРЕДЕ**

В настоящей работе приведены экспериментальные данные и обсуждены извлечения цинка в сернокислый раствор озоном из сульфида, который является неотделимым компонентом концентрата руды сульфидного характера.

Методом последовательного исключения внешних параметров реакционной среды определены кинетические величины, характеризующие процесс.

Диффузионный механизм процесса окисления сульфида цинка позволяет прийти к заключению, что при процессе растворения рудного концентрата меди этот компонент не может действовать на суммарную скорость растворения концентрата.

Определенные трудности с внедрением методов гидрометаллургии в производство практически важных металлов связаны с недостаточностью кинетических данных. Мало изучен химизм труднорастворимых сульфидных минералов.

При изучении химизма процессов окисления рудных концентратов сульфидного характера в сернокислой среде в присутствии озона было установлено, что сульфиды меди и серебра переходят в раствор в виде сульфатов [1,2].

В идентичных условиях молибден, вольфрам и рений переходят в раствор в виде соединений в своих высших степенях окисления [3,4]. Интерпретация кинетических параметров процесса растворения отдельных компонентов рудных концентратов полиметаллического характера даст возможность определить оптимальные условия процесса растворения.

В настоящей работе приведены экспериментальные данные и обсуждены результаты извлечения цинка в сернокислый раствор озоном из сульфида, который является неотделимым компонентом концентрата руды сульфидного характера.

Изучение проводилось методом последовательного исключения внешних параметров реакционной среды, определяющих скорость растворения, в реакторе барботажного типа, который обеспечивал в пульте контакт сульфида как с газообразным, так и с растворенным озоном. Диспергирование газовой фазы в растворе проводилось с помощью стеклянного фильтра ШОТА №3.

Концентрация озона-воздушной смеси определялась йодометрическим методом, цинка – комплексометрическим. Для исследования был выбран тонкодисперсный препарат сульфида цинка марки х.ч.

С целью выявления зависимости скорости растворения сульфида цинка от исходной концентрации серной кислоты проведена серия опытов, в которых начальная концентрация кислоты варьировалась в пределах от 2,2 до 16,4%. Измерение проводилось при исходной концентрации озона  $2.17 \cdot 10^{-3}$  моль/л, температура реакционной среды  $25^{\circ}\text{C}$ , скорость подачи газовой смеси 28 л/ч, соотношение твердой и жидкой фаз 1:34. Установлено, что изучаемая зависимость имеет сложный характер. Увеличение исходной концентрации серной кислоты от 2,2 до 9,24% приводит к повышению значения скорости растворения цинка в раствор от  $0.34 \cdot 10^{-5}$  до  $0.721 \cdot 10^{-5}$  г. моль/мин.

Дальнейшее увеличение концентрации кислоты до 16,4% приводит к уменьшению скорости растворения от  $0,72 \cdot 10^{-5}$  до  $0,21 \cdot 10^{-5}$  г моль/мин возможно в результате уменьшения растворимости озона в сравнительно более концентрированных растворах (рис. 1, кр. 1). Наблюдаемый факт приводит к заключению, что из двух параллельно идущих взаимодействий гетерогенного характера Г-Т и Ж-Т – превалирующим является последнее.

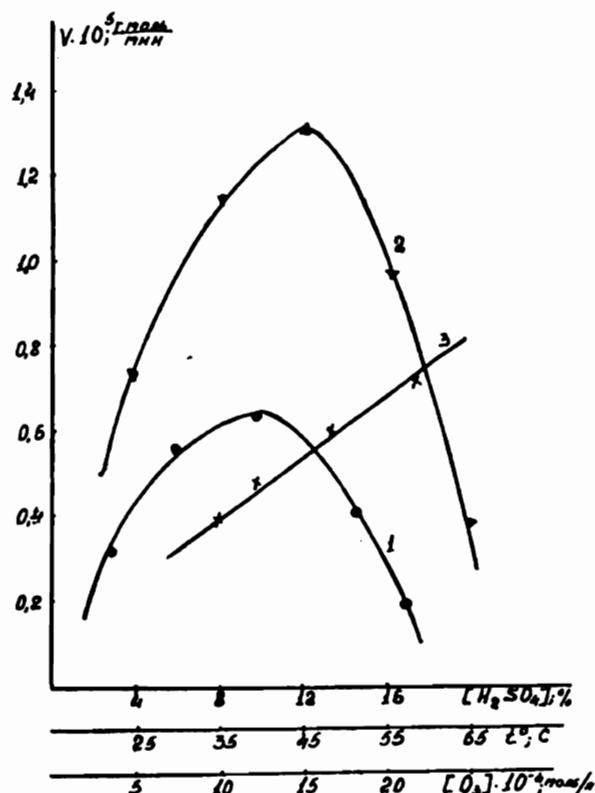


Рис. 1. Зависимость скорости растворения сульфида цинка в сернокислой среде в присутствии озона от концентрации серной кислоты (кр.1), озона (кр.2) и температуры (кр.3).

Изучено также влияние температуры реакционной среды ( $25$ – $65^\circ\text{C}$ ) на скорость растворения при оптимальной исходной концентрации: серной кислоты, равной 9,2%, озона –  $2.17 \cdot 10^{-3}$  моль/л, Т :Ж 1:34. При повышении температуры равновесие  $[O_3]_{\text{r}} \rightleftharpoons O_3$  смещается влево, поэтому с использованием значения коэффициентов Генри для этой системы в экспериментах поддерживалась такая концентрация озона, которая обеспечивает постоянно концентрацию озона в растворе в интервале  $24$ – $45^\circ\text{C}$  [5]. Показано, что скорость растворения увеличивается при достижении  $45^\circ\text{C}$  от  $0.72 \cdot 10^{-5}$  до  $1.34 \cdot 10^{-5}$  г моль/мин, однако в интервале температур от  $45^\circ$  до  $65^\circ\text{C}$  – уменьшается от  $1.34 \cdot 10^{-5}$  до  $0.41 \cdot 10^{-5}$  г моль/мин, что объясняется уменьшением растворимости озона при температуре выше  $45^\circ\text{C}$  (рис. 1, кр. 2, 1).

Линейный характер функций  $\lg v = f\left(\frac{1}{T}\right)$  в интервале температур от  $25$  до  $45^\circ\text{C}$  (рис. 2) позволяет оценить среднее значение констант уравнения Аррениуса

$$\lg v = 1,85 - \frac{3004}{T}$$

и величину эффективной энергии активации  $\Delta E = 5,97$  ккал/моль, что подтверждает диффузионный характер процесса окисления.

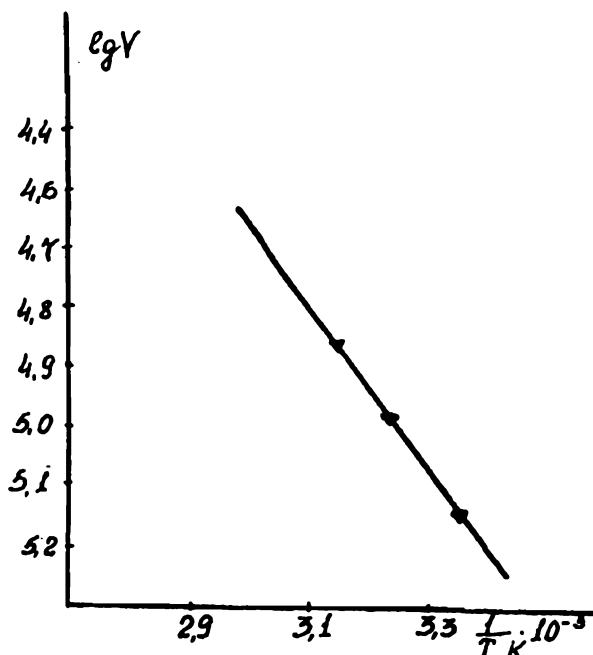
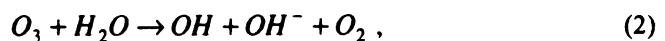
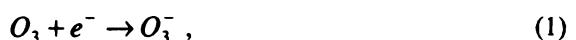


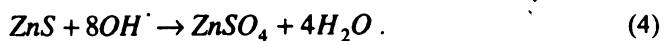
Рис.2. Зависимость логарифма скорости растворения сульфида цинка в сернокислой среде от обратной температуры.

Исследована также зависимость скорости окисления сульфида цинка в серной кислоте от концентрации озона в озono-воздушной смеси (при концентрации кислоты 11,8%, температуре 25°C и T : Ж = 1:34). Показано, что с увеличением содержания озона в озono-воздушной смеси от  $0.94 \cdot 10^{-3}$  до  $2.17 \cdot 10^{-3}$  моль/л скорость растворения возрастает от  $0.42 \cdot 10^{-5}$  до  $0.72 \cdot 10^{-5}$  г моль/мин (рис. 1, кр. 3).

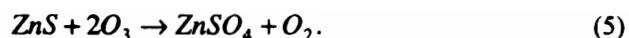
В процессах растворения взаимодействия типа газ – твердое вещество с участием озона соответствующее действие окислителя происходит за счет атомарного кислорода. В водных растворах кислот это действие обусловлено генерированием OH-радикалов, которые, как известно, являются сильными окислителями. Генерирование радикала OH происходит в присутствии катализаторов – доноров электронов OH-ионов. Гидроксильные радикалы могут образовываться и при действии атомарного кислорода на воду:



С учетом вышеуказанного окисление сульфида цинка можно представить следующим образом:



В системе газ – твердое вещество процесс частичного извлечения металла в раствор происходит по реакции



Диффузионный механизм процесса окисления сульфида цинка позволяет прийти к заключению, что при процессе растворения рудного концентрата меди [6] этот компонент не может действовать на суммарную скорость его растворения.

ЗАО "Камень и силикаты", ЕГУ

Поступила 01.03.1999

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Акопян С.З., Чтян Г.С. – Матер. IV республиканского совещания по неорганической химии. Ер., Изд-во ЕГУ, 1976, с. 91–84.
2. Чтян Г.С., Акопян С.З., Бабаян Г.Г. О возможности извлечения рения в водный раствор из дисульфида под воздействием озона. – Уч. записки ЕГУ, 1977, №2, с. 127–135.
3. Чтян Г.С., Акопян С.З., Бабаян Г.Г. – Межвуз. сб. научных трудов, Ер., 1975, в. II, с. 33–36.
4. Акопян С.З., Чтян Г.С., Бабаян Г.Г. – Матер. Всесоюз. совещания по химии и технологии редких и рассеянных элементов. Ер.: Изд-во ЕГУ, 1981, с. 452–454.
5. Меркулова В.П., Ловчиков В.С., Ивановский М.Д. Растворимость озона в серых р-ах. – Х.П.Ж., 1972, №7, с. 1608–1610.
6. Егоян С.Х., Чтян Г.С., Бабаян Г.Г. Гидрометаллургический метод переработки медных концентратов. – Уч. записки ЕГУ, 1983, №3, с. 85–90.

Ա.Խ. ԵՂՈՅԱՆ, Հ.Գ. ԲԱԲԱՅԱՆ

ՑԻՆԿԻ ՍՈՒԼՖԻԴԻ ՕԶՈՆՈՎ ՕՔՍԻԴԱՑՄԱՆ ԿԻՆԵՏԻԿԱՅԻ  
ՈՒՍՈՒՄԱՍԻՐՈՒԹՅՈՒՆԸ ԾԾՄԲԱԹՎԱՅԻՆ ՄԻՋԱՎԱՅՐՈՒՄ

#### Ամփոփում

Ոնակցիոն միջավայրի արտաքին գործոնների հաջորդական բացառման սկզբունքով ուսումնասիրված է ցինկի առլֆիլի օգոնով օքսիդացման կինետիկան ծմբաթրվային միջավայրում: Որոշված են վոխարկվման կինետիկան բնութագրող եիմնական գործոնների օրինաչափությունները:

Ցինկի առլֆիլի օքսիդացման դիֆուզիոն բնույթից հետևում է, որ այս բաղադրամասը չի կարող ազդել պղնձի խտահանքի լուծման պրոցեսի գումարային արագության վրա:

Биология

УДК 616.517+577.15

К.Г.КАРАГЕЗЯН, К.Р.БАБАЯН, В.А.ГРИГОРЯН, Г.А.ОВЕЯН, Г.В.ЗАХАРЯН, С.М.ВАРДАПЕΤЯН

ИЗУЧЕНИЕ ИЗМЕНЕНИЙ ФОСФОЛИПИДНОГО КОМПОНЕНТА  
ЭРИТРОЦИТАРНЫХ МЕМБРАН И ИНТЕНСИВНОСТИ ПРОЦЕССОВ  
СВОБОДНОРАДИКАЛЬНОГО ОКИСЛЕНИЯ В КРОВИ БОЛЬНЫХ ПСОРИАЗОМ

Исследованы изменения фосфолипидного компонента эритроцитарных мембран и интенсивности процессов свободнорадикального окисления крови больных псориазом в период обострения заболевания и после проведения курса лечения. Выявлены некоторые закономерности изменения процессов ПОЛ, содержания диеновых конъюгатов, МДА-модифицированных белков,  $\alpha$ -токоферола и холестерина в эритроцитарных мембранах и плазме крови.

Ранее были показаны некоторые изменения липидного компонента и показатели ПОЛ крови больных псориазом и высказано предположение, что они могут служить критериями глубины данной нозологической единицы [1, 2]. Целью настоящего исследования являлось более детальное изучение изменений качественного и количественного состава фосфолипидов (ФЛ) эритроцитарных мембран (ЭМ), соотношения их нейтральных и кислых представителей, состояния фосфатидилхолинового и фосфоинозитидного циклов, а также изменений в интенсивности процессов свободнорадикального окисления (СРО) и отклонений в системе антирадикальной защиты крови.

**Материал и методы исследования.** Кровь получали из локтевой вены больных псориазом и стабилизировали раствором оксалата натрия в соотношении 9:1.

ЭМ выделялись по методу [3]. Экстракция ФЛ из ацетоновых порошков ЭМ проводилась по методу [4] в модификации [5]. Фракционирование индивидуальных ФЛ осуществлялось с помощью одномерной хроматографии в тонком слое силикагеля марки "KCK" в системе растворителей хлороформ : метанол : аммиак = 65 : 35 : 5. Идентификация пятен ФЛ проводилась с помощью химически чистых свидетелей производства "Sigma" (США). Минерализация липидного фосфора осуществлялась в среде серной и азотной кислот с последующим пересчетом его содержания в  $\mu\text{g}$  на 1  $\text{ml}$  ацетонового порошка [6].

Уровень фоновых липидных перекисей (ФЛП) в плазме крови определялся по методу [7] и выражался в  $\text{nмоль}$  малонового дигидегида (МДА) на 1  $\text{ml}$  плазмы. Активность систем ПОЛ в МЭ определялась по накоплению МДА за 30 мин. инкубации и выражалась в  $\text{nмоль}$  МДА на 1  $\text{mg}$  белка [8]. При исследовании аскорбатзависимого ПОЛ (АЗП) инкубационная среда содержала 40 $\mu\text{M}$  три-НСІ рН 7,4, 0,8 $\mu\text{M}$  аскорбата, 12·10<sup>-6</sup> $M$  соли Мора, при исследовании NADPH-зависимого ПОЛ (НЗП) – 2·10<sup>-4</sup> $M$  пирофосфата натрия, 12·10<sup>-6</sup> $M$  соли Мора, 1 $\mu\text{M}$  NADPH. Содержание  $\alpha$ -токоферола определялось флуорометрически по методу [9] на спектрофлуориметре фирмы "Hitachi" (Япония) и выражалось в  $\text{nмоль}$   $\text{mg}$  белка. Содержание диеновых конъюгатов (ДК) в плазме и ЭМ определялось методом [8] и выражалось в  $\text{nмоль}/\text{ml}$  плазмы и  $\text{nмоль}/\text{mg}$  белка мембран соответственно. Белок определялся

Таблица 1

Количественный и качественный состав фосфолипидов (а) и липидного фрактора / жг анестетического порошка ЭМ/ эритроцитарных мембранных белковых пограничных апериодов (А) и после лечения (В) ( $M \pm m$ ,  $n=15$ )

Название	Контроль		А		В			
	количество фосфолипидов	% от СФЛ	количество фосфолипидов	% от СФЛ	откл. от К., %	количество фосфолипидов	% от СФЛ	
ЛФХ	0,611 ± 0,022	10,17	1,190 ± 0,056 <sup>a</sup>	23,77	+94,76	0,687 ± 0,027 <sup>a</sup>	12,51	+12,44
МФИ	0,519 ± 0,021	8,64	0,394 ± 0,019 <sup>a</sup>	7,87	-24,08	0,482 ± 0,024	8,77	-7,13
СФМ	1,207 ± 0,055	20,08	0,885 ± 0,046 <sup>a</sup>	17,67	-26,68	1,073 ± 0,051	19,53	-11,10
ФХ	1,707 ± 0,074	28,40	1,787 ± 0,034 <sup>a</sup>	15,72	-53,90	1,350 ± 0,056 <sup>a</sup>	24,57	-20,91
ФС	0,877 ± 0,033	14,59	0,595 ± 0,025 <sup>a</sup>	11,88	-32,16	0,802 ± 0,036	14,60	-8,55
ФЭА	0,518 ± 0,030	8,62	0,415 ± 0,028 <sup>a</sup>	8,29	-19,88	0,500 ± 0,021	9,10	-3,47
КЛ	0,571 ± 0,024	9,50	0,741 ± 0,031 <sup>a</sup>	14,80	+29,77	0,600 ± 0,030	10,92	+5,08
СНФЛ	4,043 ± 0,181	67,27	3,277 ± 0,164 <sup>b</sup>	65,45	-18,95	3,610 ± 0,155	65,71	-10,71
СКФЛ	1,967 ± 0,078	32,73	1,730 ± 0,075 <sup>a</sup>	34,55	-12,05	1,884 ± 0,090	34,29	-4,22
СФЛ	6,010 ± 0,259		5,007 ± 0,239 <sup>a</sup>		-16,69	5,494 ± 0,245		-8,59
КФ	2,06		1,89		-8,25	1,92		-6,80

Примечания: ЛФХ – лизофосфатидхолины; МФИ – монофосфонозитиды; СФМ – сфингомиелины; ФХ – фосфатидилхолины;  
 ФС – фосфатидилсерамины; ФЭА – фосфатидэтаноламины; КЛ – кардиолипины; СНФЛ – сумма центральных фосфолипидов; СКФЛ – сумма кислых фосфолипидов; СФЛ – сумма фосфолипидов; КФ – коэффициент СНФЛ/СКФЛ.

В табл. 1-3: а)  $p < 0,005$ , б)  $p < 0,01$ , в)  $p < 0,02$ , г)  $p < 0,05$ .

по Лоури [10]. Среднемолекулярные пептиды определяли методом [11] в нмоль/мл плазмы. Количество общего холестерина определялось методом [12] в мкмоль/мл плазмы.

Статистическая обработка полученных данных проводилась по методу Стьюдента.

**Результаты и их обсуждение.** Результаты проведенных исследований (табл.1) показывают уменьшение как суммарного количества ФЛ (-16,69%), так и их отдельных представителей, в частности, фосфатидилхолинов (ФХ) (-53,9%), фосфатидилэтаноламинов (ФЭА) (-19,88%), сфингомиelinов (СФМ) (-26,68%), фосфатидилсеринов (ФС) (-32,16%), монофосфоинозитидов (МФИ) (-24,08%). При этом происходит уменьшение суммарного содержания нейтральных ФЛ (СНФЛ) (-18,95%), наделенных, как известно, пластическими функциями, кислых ФЛ (СКФЛ) (-12,05%), характеризующихся высокой степенью обмениваемости [5, 13], и коэффициента СНФЛ/СКФЛ, свидетельствующего о заметных изменениях в физико-химическом статусе и функциональной активности фосфолипидного компонента эритроцитарных мембран. В связи с этим особый интерес представляет резкое увеличение содержания лизофосфатидилхолинов (ЛФХ) (+94,76%), что, по всей вероятности, обусловлено повышением активности фосфолипазы А<sub>2</sub> и может оказывать токсическое и литическое влияние на ЭМ, а также вовлечь ненасыщенные жирные кислоты (ЖК) в пул СРО липидов. Эти данные косвенно свидетельствуют также о нарушении как фосфатидилхолинового цикла [14], так и процессов деацилирования и реацелирования ФЛ [15].

Таблица 2

Интенсивность ПОЛ эритроцитарных мембран больных псориазом в период обострения (A) и после лечения (B) ( $M \pm m$ , n=15)

Название	Контроль	A	B
аскорбатзависимое переокисление	$2,70 \pm 0,19$	$3,81 \pm 0,25^b$	$3,27 \pm 0,22$
NADPH-зависимое переокисление	$4,10 \pm 0,28$	$5,12 \pm 0,31^d$	$4,57 \pm 0,29$
МДА-модифицированные белки	$0,06 \pm 0,01$	$0,10 \pm 0,01^c$	$0,07 \pm 0,01^d$
диеновые конъюгаты	$3,22 \pm 0,24$	$4,54 \pm 0,30^b$	$3,48 \pm 0,27$
$\alpha$ -токоферол	$19,72 \pm 0,87$	$14,28 \pm 0,69^a$	$16,80 \pm 0,70^c$

Интересным является и тот факт, что после проведения общепринятого лечения наблюдается тенденция приближения показателей к контрольным величинам, однако некоторые показатели продолжают оставаться вне пределов нормы, в частности, содержание ЛФХ остается увеличенным (+12,44%), а ФХ – уменьшенным (-20,91%), также снижен и коэффициент СНФЛ/СКФЛ. Эти результаты находят свое подтверждение в исследованиях изменений интенсивности процессов СРО в ЭМ (табл. 2). В частности происходит заметное повышение интенсивности ПОЛ как неферментативного АЗП (+41,1%), так и ферментативного НЗП (+24,9%), что сопровождается отчетливым повышением содержания МДА-модифицированных белков (+66,7%), ДК (+41,0%) и снижением уровня  $\alpha$ -токоферола (-27,6%), свидетельствующих о выраженной интенсификации процессов СРО в ЭМ.

Эти изменения коррелируют с изменениями аналогичных показателей в плазме крови (табл. 3). Содержание фоновых липидных перекисей повышается на 51,1%, МДА-модифицированных белков – на 41,8%, ДК – на 30,2%, среднемолекулярных пептидов (СМП), являющихся субстратами эндогенной интоксикации при различных патологических состояниях и обладающих антиоксидантными свойствами [16], – на 38,5%, общего холестерина, тормозящего окисление быстроокисляющихся липидов, – на 23,5%, что, по всей вероятности, может являться результатом компенсаторных пертурбаций. Однако совокупность изменений вышеуказанных па-

раметров в сочетании с более выраженным снижением уровня  $\alpha$ -токоферола (-38,2%) подтверждает выраженные отклонения в интенсивности процессов СРО в ЭМ и плазме крови, а также возникновение и развитие оксидативного стресса, что может открыть новые пути в выявлении молекулярных механизмов этиологии и патогенеза этой нозологической единицы.

Таблица 3

*Интенсивность ПОЛ, содержание  $\alpha$ -токоферола, среднемолекулярных пептидов и общего холестерина в плазме крови больных псориазом в период обострения (A) и после лечения (B) ( $M \pm m$ , n=15)*

Название	Контроль	A	B
фоновые липидные перекиси	$4,21 \pm 0,31$	$6,36 \pm 0,47^b$	$4,98 \pm 0,39$
МДА-модифицированные белки	$0,55 \pm 0,04$	$0,78 \pm 0,06^b$	$0,70 \pm 0,05^d$
диеновые коньюгаты	$7,54 \pm 0,51$	$9,82 \pm 0,19^c$	$9,31 \pm 0,65^d$
$\alpha$ -токоферол	$2,12 \pm 0,15$	$1,31 \pm 0,10^a$	$1,70 \pm 0,12^d$
среднемолекулярные пептиды	$0,13 \pm 0,01$	$0,18 \pm 0,01^b$	$0,15 \pm 0,01$
общий холестерин	$4,17 \pm 0,29$	$5,11 \pm 0,33^d$	$4,65 \pm 0,31$

Помимо этого, указанные изменения могут иметь прогностическое значение в организации лечения данного заболевания. Так, и в ЭМ, и в плазме крови некоторые показатели после проведенного лечения остаются отклоненными от контрольных величин, что требует более детального обсуждения организации лечения с возможным дополнением применяемых терапевтических средств современными антиоксидантными средствами.

ИМБ НАН РА, Ер ГМУ, ЕГУ

Поступила 03.06.1998

#### ЛИТЕРАТУРА

- Гончаренко М.С. Состояние и роль свободнорадикальных процессов у больных псориазом. – Вестник дерматологии и венерологии, 1983, №6, с.7-11.
- Рахматов А.Б. Показатели перекисного окисления липидов у больных псориазом. – Медицинский журнал Узбекистана, 1989, №11, с. 47-49.
- Limber G.R., Davle R.F., Baker A.M.S. Acrylamide gel electrophoresis studies of human erythrocyte membrane. – Blood, 1970, v.36, №2, p.111-118.
- Folch J. Brain cephalin, a mixture of phospholipids. Separation from it of phosphatidylserine, phosphatidylethanolamine and a fraction containing an inositol phosphatides. – J. Biol. Chem., 1942, v.146, p.35-40.
- Карагезян К.Г. В кн.: Фосфолипиды и их роль в жизнедеятельности организма. – Ер.: Айастан, 1972.
- Прохорова М.И. Методы биохимических исследований. Липидный и энергетический обмен. – Учебное пособие. Л.: Изд-во ЛГУ, 1982, с.101.
- Yoshioka T., Mori M., Takehara Y. et al. Blood and tissue levels of lipoperoxides in rats during development. – Biol. Neonate, 1982, v. 41, №3-4, p.155-160.
- Владимиров Ю.А., Арчаков А.И. В кн.: Перекисное окисление липидов в биологических мембранных. М.: Наука, 1972, 252 с.
- Duggan D.E. Spectrofluorimetric determination of tocopherols. – Archiv. Biochem. Biophys., 1959, №84, p.116-118.
- Lowry O.H., Rosebrough N.J., Farr A.L. et al. Protein measurement with Folin phenol reagent. – J. Biol. Chem., 1951, v.193, №1, p.265-275.
- Владыко А.С., Легицкий Э.Р., Поддубная Л.П., Габриелян Н.И. Средние молекулы и проблемы эндогенной интоксикации при критических состояниях различной этиологии. – Анестезиология и реаниматология, 1987, №2, с. 37-40.
- Сентебова Н.А. Предложения по унификации методов определения свободного и эстерифицированного холестерина в сыворотке крови. – Лаб. дело, 1977, №6, с.375-380.
- Автонов В.Ф. – В кн.: Липиды и ионная проницаемость мембран. М.: Наука, 1982, с.81-89.
- Peleš S.L., Vance D.E. Signal transduction via phosphatidylcholine cycles – Trends in Biochemical Sciences, 1989, v. 14, № 1, p. 28-30.

15. Карагезян К.Г., Тадевосян Ю.В., Батикян Т.Б. Система деацилирования-реацилирования фосфоглицеридов в лизосомальных мембранах печени белых крыс. – ДАН СССР, 1986, т. 286, № 2, с. 465-467.
16. Галактионов С.Г., Цейтин В.М., Леонова В.И. и др. Пептиды группы "средних молекул – Биоорганическая химия, 1984, № 1, с. 5-17.

Կ.Գ.ՂԱՐԱԳՅՈՂՅԱՆ, Կ.Պ.ԲԱԲԱՅԱՆ, Վ.Ա.ԳՐԻԳՈՐՅԱՆ, Գ.Ա.ՀՈՎԵՅԱՆ,  
Գ.Վ.ԶԱԽԱՐՅԱՆ, Ս.Մ.ՎԱՐԴԱՊԵՏՅԱՆ

**ՊՍՈՐԻԱԶԻՎ ՏԱԾԱՊՈՂ ՀԻՎԱՆԴՆԵՐԻ ԷՌԻԹՐՈՑԻՏՆԵՐԻ ԹԱՂԱՆԹՆԵՐԻ  
ՖՈՍՖՈԼԻՊԻԴԱՅԻՆ ԲԱՂԱԴՐԱՍՍՍԻ ԵՎ ԱՐՅԱՆ ԱԶԱՏ ՈՒԴԻԿԱԼԱՅԻՆ  
ՕՔՍԻԴԱՑՍՍՆ ՊՐՈՑԵՍՆԵՐԻ ԻՆՏԵՆՍԻՎՈՒԹՅԱՆ ՓՈՓՈԽՈՒԹՅԱՆ  
ՈՒԽՈՒՄՆԱՍՍԻՐՈՒՄԸ**

### Ամփոփում

Հետազոտված են պարիսազով տառապող իլիվանդների էրիթրոցիտների քաղանքների ֆոսֆոլիպիդային բաղադրամասի և արյան ազատ ուաղիկալային օքսիդացման պրոցեսների ինտենսիվության փոփոխությունները իլիվանդության սրացման շրջանում և բուժումից հետո: Էրիթրոցիտների քաղանքներում և արյան պլազմայում բացահայտված են լիպիդների գերօքսիլացման պրոցեսների, դիենային կոնյուգատների, ՄԴԱ-մոդիֆիկացված սպիտակուցների,  $\alpha$ -տոկոֆերոլի և խոլեստերինի պարունակության փոփոխությունների որոշ օրինաչափություններ:

:

М.А. ДАВТЯН, И.В. ГОГИНЯН, Г.ДЖ. ХАЧАТРЯН,  
Дж.А. ВАРДАНЯН

### ТРАНСАМИНАЗА РАЗВЕТВЛЕННЫХ АМИНОКИСЛОТ ПЕЧЕНИ КУР

Методом гельфильтрации экстрактов обнаружены три пика активности трансаминирования лейцина с  $\alpha$ -кетоглутаратом в печени кур. Показано наличие качественных и количественных сдвигов в выявленном спектре ферментов трансаминирования разветвленных аминокислот в зависимости от возраста кур.

Настоящая работа является продолжением исследований изоферментного спектра трансаминазы разветвленных аминокислот в сравнительно-эволюционном аспекте. В предыдущих наших исследованиях было показано наличие заметной активности трансаминазы разветвленных аминокислот в различных органах кур, наибольшей она была в сердечной мышце, желудке и поджелудочной железе, а также в печени [1].

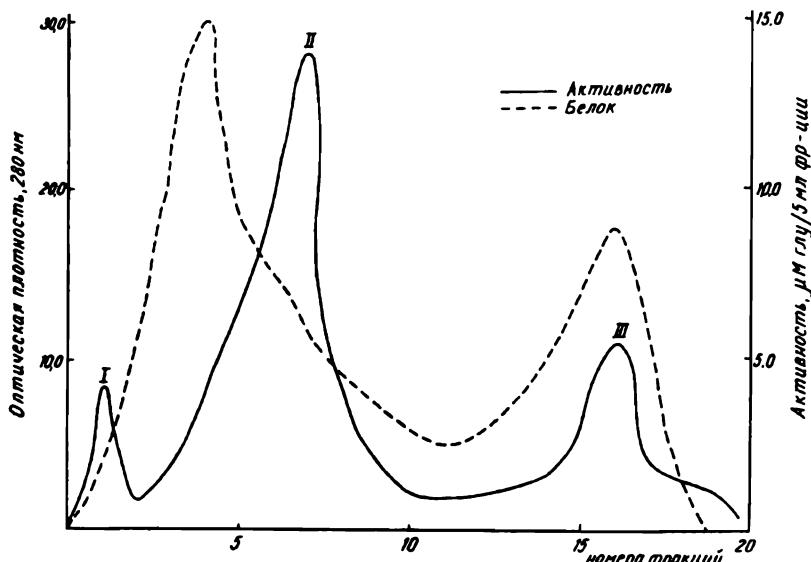


Рис. 1. Гельфильтрация бесклеточного экстракта печени взрослой курицы.

Цель настоящей работы – выявление возможных изоферментов трансаминазы разветвленных аминокислот печени кур с дальнейшим исследованием зависимости активности изучаемого фермента от их возраста.

**Материал и методика.** Объектом исследования служила печень кур, содержащихся в обычных условиях вивариума. Подготовка ферментного препарата осуществлялась по ранее описанному методу [1]. Разделение изоферментов осуществлялось гельфильтрацией бесклеточного экстракта печени кур на сепадексе G-200

или ионообменной хроматографией – на ДЭАЭ-целлюлозе. В качестве донора NH<sub>2</sub>-группы использовался лейцин, а акцептора –  $\alpha$ -кетоглутаровая кислота.

**Результаты и обсуждение.** На первом этапе нами исследовалось поведение активности трансаминазы разветвленных аминокислот печени взрослой курицы при

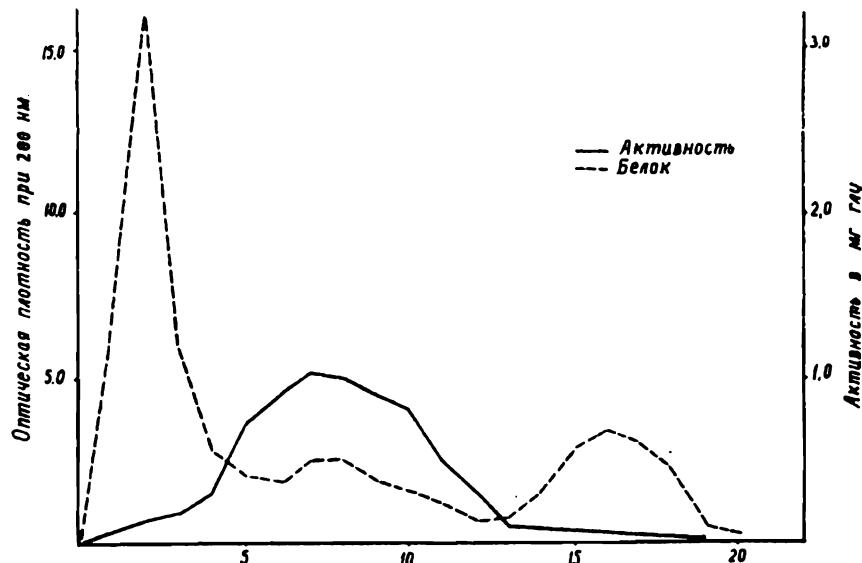


Рис. 2. Гельфильтрация бесклеточного экстракта печени 8-дневного цыпленка.

гельфильтрации на сефадексе G-200. С этой целью бесклеточный экстракт печени кур наносился на колонку с сефадексом G-200, предварительно уравновешенным 0,02M NaNa-fosфатным буфером; фракции собирались со скоростью 0,5 мл/мин в объеме 5 мл каждая. Уровень белка во фракциях определялся измерением оптической плотности при 280 мл на спектрофотометре (СФ-4). Все белоксодержащие фракции испытывались на наличие в них трансаминазной активности.

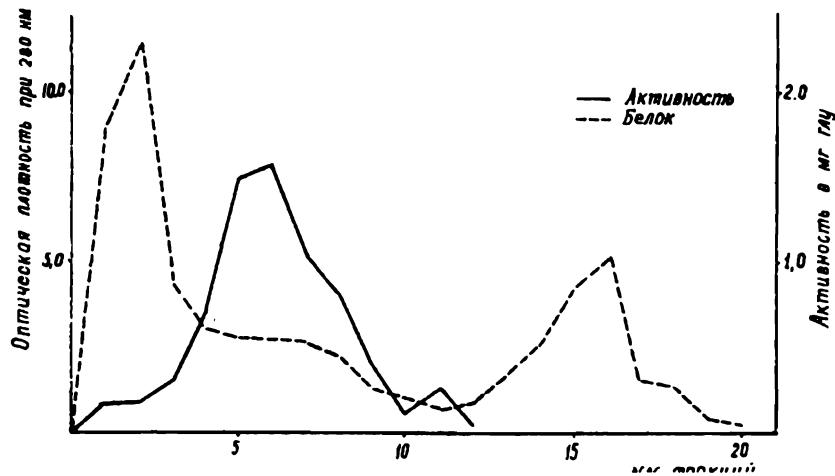


Рис. 3. Гельфильтрация бесклеточного экстракта печени 20-дневного цыпленка.

Полученные результаты (рис. 1) свидетельствуют о наличии в печени кур трех пиков активности трансаминирования лейцина с  $\alpha$ -кетоглутаратом при фракционировании экстрактов гельфильтрацией. Первые два пика (I, II) элюируются с высокой

молекулярными белками во фракциях 1–2 и 4–6 соответственно, а третий (III) – с низкомолекулярными во фракциях 15–17.

При ионообменной хроматографии бесклеточного экстракта печени кур на колонке с ДЭАЭ-целлюлозой происходит значительная потеря активности фермента. Поиски оптимальных условий сохранения активности фермента при ионообменной хроматографии являются задачей наших дальнейших исследований.

Таким образом, в результате гельфильтрации бесклеточного экстракта печени кур на сефадексе G-200 обнаруживаются три пика активности трансаминирования лейцина с  $\alpha$ -кетоглутаратом. Эти данные позволяют предположить наличие в печени кур трех изоферментов трансаминазы разветвленных аминокислот, подобно ФI, ФII и ФIII, выделенных нами ранее из дрожжей рода *Candida* [2]. Напомним, что два из них (ФI и ФIII) специфичны в отношении всех трех разветвленных аминокислот, а третий (ФII) – лишь к лейцину.

Спектр изоферментов трансаминазы разветвленных аминокислот претерпевает заметные качественные и количественные изменения в зависимости от физиологического состояния организмов. Об этом свидетельствуют как литературные данные [3, 4], так и наши исследования на дрожжах рода *Candida* [5].

В свете вышеизложенного нами была проведена серия экспериментов по изучению возможных сдвигов в спектре активности трансаминирования разветвленных аминокислот в зависимости от возраста кур. С этой целью использовалась печень 8–20-и 36-дневных цыплят.

Представленные данные (рис. 2, 3, 4) свидетельствуют о том, что при гельфильтрации бесклеточного экстракта печени 8-дневного цыпленка выявляется лишь один (II) пик активности исследуемого фермента; уровень его, однако, заметно уступает таковому взрослой курицы.

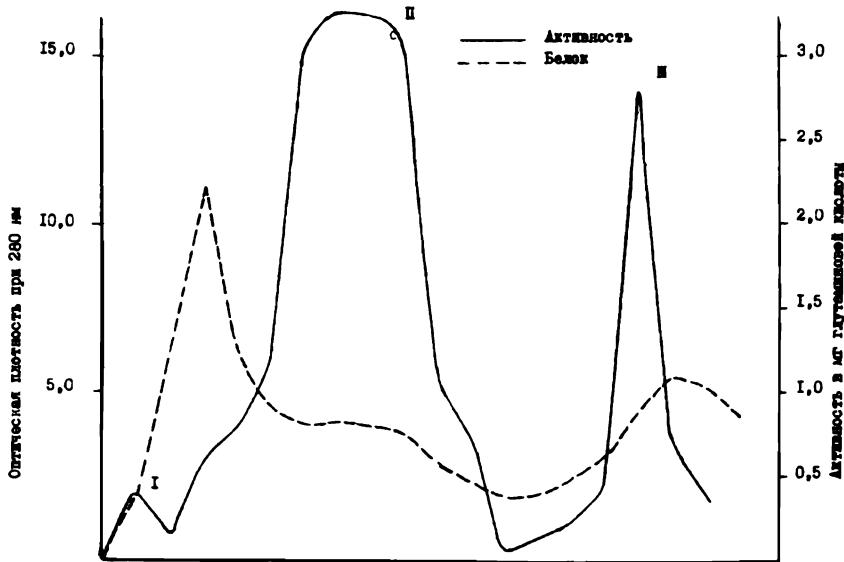


Рис. 4. Гельфильтрация бесклеточного экстракта печени 36-дневного цыпленка.

В печени 20-дневного цыпленка наблюдается заметное (в 1,5 раза) повышение уровня II пика активности; одновременно появляется III пик активности, уровень которого, однако, незначительный.

В печени же 36-дневного цыпленка выявляются уже все три пика активности исследуемого фермента; одновременно происходит заметное повышение уровня III пика активности. Вышеизложенное позволяет констатировать наличие заметных

качественных и количественных сдвигов в спектре активности трансаминирования лейцина с  $\alpha$ -кетоглутаратом в печени кур в зависимости от их возраста.

Научно-исследовательская лаборатория  
равнительной и эволюционной биохимии

Поступила 25.01.1999

## ЛИТЕРАТУРА

1. Давтян М.А., Хачатрян Г.Дж., Гогян И.В. – О некоторых свойствах трансаминазы разветвленных аминокислот печени кур. – Уч. записки ЕГУ, 1989, №2.
2. Гогян И.В., Багдасарян Е.Г., Давтян М.А. – Изоэнзимный спектр и некоторые кинетические свойства трансаминазы разветвленных аминокислот *C. guilliermondii* ВКМ У-42. – Биол. ж. Армении, 1976, №9.
3. Ichihara A. – Isozyme patterns of branched chain amino acid transaminase during cellular differentiation and carcinogenesis. – Ann. N.Y. Acad. Sci, 1975, v. 259, p. 347.
4. Cappuccino C.C., Kadawaki H., Knox W.E. – Assay of leucine Aminotransferase in rat tissues and tumors. – Enzyme, 1978, v. 23, №5, p. 328.
5. Гогян И.В., Давтян М.А. – Изоэнзимный спектр трансаминазы разветвленных аминокислот голодающих по азоту дрожжей. – Уч. записки ЕГУ, 1987, №3, с. 128.

Մ.Ա. ԴԱՎՏՅԱՆ, Ի.Վ. ԳՈԳԻԱՆՅԱՆ, Գ.Զ. ԽԱՉԱՏՐՅԱՆ, Զ.Հ. ՎԱՐԴԱՆՅԱՆ

ՀԱՎԻ ԼՅԱՐԴԻ ԲՅՈՒՂԱՎՈՐՎԱԾ ԱՄԻՆԱԹԹՈՒՆԵՐԻ  
ՏՐԱՆՍԱՄԻՆԱՑԻԱՆԱՋԸ

## Ամփոփում

Ժելֆիլտրացիայի մեթոդվ հավի լյարդի էքստրակտներում հայտնաբերվել են  $\alpha$ -կետոգլուտատի հետ լիցինի տրանսամինացման երեք զագարմեր:

Հայտնաբերված ֆերմենտային սպեկտրում, կախված հավի հասակից, առկա են ճյուղաբորված ամինաթթուների տրանսամինացման որակական և քանակական տեղաշարժեր:

Биология

УДК 582.542.1

П.О. ВАРДЕВАНЯН, Г.А. ПАНОСЯН, М.А. ПАРСАДАНЯН,  
Б.Г. БОЯДЖЯН, А.Т. КАРАПЕТЯН

ИЗУЧЕНИЕ СТРУКТУРНЫХ ИЗМЕНЕНИЙ ХРОМАТИНА  
ПРИ АКТИВАЦИИ ГЕНОМА

Показана возможность применения дифференциальных кривых плавления в изучении структуры хроматина при различных функциональных состояниях на примере генома пшеницы (*Triticum aestivum L.*). Выделена и исследована активная фракция хроматина изолированных зародышей пшеницы. Показано, что при прорастании зародышей пшеницы имеет место значительное снижение температуры плавления нуклеосомной части активной фракции, а также возрастание количества легкоплавких участков по сравнению с аналогичной фракцией из сухих зародышей.

Кривые плавления хроматина отличаются большой сложностью. Это связано с наличием у хроматина суперструктур и, как следствие этого, появлением в нем межнуклеосомных взаимодействий, а также дополнительных взаимодействий ДНК с гистонами и негистоновыми белками. Все это делает весьма информативным использование термической денатурации для выявления динамических изменений в ДНК и хроматине, происходящих при различных функциональных ситуациях [1–4].

В настоящее время структура растительного хроматина с точки зрения генной регуляции все еще остается недостаточно изученной. Нет достоверных данных о возможностях фракционирования растительного хроматина, основанного на чувствительности к микрококковой нуклеазе, или о наличии гиперчувствительных сайтов к ДНКазе I [5, 6].

Ранее [2] было показано, что прорастание изолированных зародышей пшеницы сопровождается рядом функциональных изменений и структурных перестроек в хроматине. Однако прямого ответа относительно изменений в самих нуклеосомах нет. В связи с этим актуально исследование изменений в олигонуклеосомах, получаемых ограниченным расщеплением ДНКазой II хроматина изолированных зародышей пшеницы при его активации.

**Материалы и методы.** Исследования проводили на зародышах пшеницы *Triticum aestivum L.* сорта Безостая 1. Изолированные по методу [7] зародыши помещали на питательную среду, содержащую 0.9% агара, 1% глюкозы и 0.01% стрептомицина в предварительно стерилизованные чашки Петри в темноте при 26°C в течение 24 и 48ч. После высева зародышей в чашки Петри добавляли раствор, содержащий 5 mM Трис –HCl, pH=7.4; 20 mM KCl, 20 мкг/мл сахарозы, а в опытных вариантах также 10<sup>-4</sup>М ГК<sub>3</sub> (гибберелловую кислоту A<sub>3</sub>, " Serva", Германия).

Хроматин из сухих зародышей выделяли по методу, описанному в работе [8]. Для сохранения максимально нативной структуры фракций транскрипционно активных олигонуклеосомных фрагментов хроматина и для обеспечения их постоянного выхода применяли условия мягкого гидролиза ДНКазой II ("Serva").

Термическую денатурацию ДНК и олигонуклеосом проводили на спектрофотометре Рук Unicam SP-8-100 (Англия), как описано в [7]. Образцы перед

плавлением диализировали против 0.1×SSC в течение ночи при 4°C. Дифференциальные кривые плавления (ДКП) получали путем численного дифференцирования нормированных кривых [9].

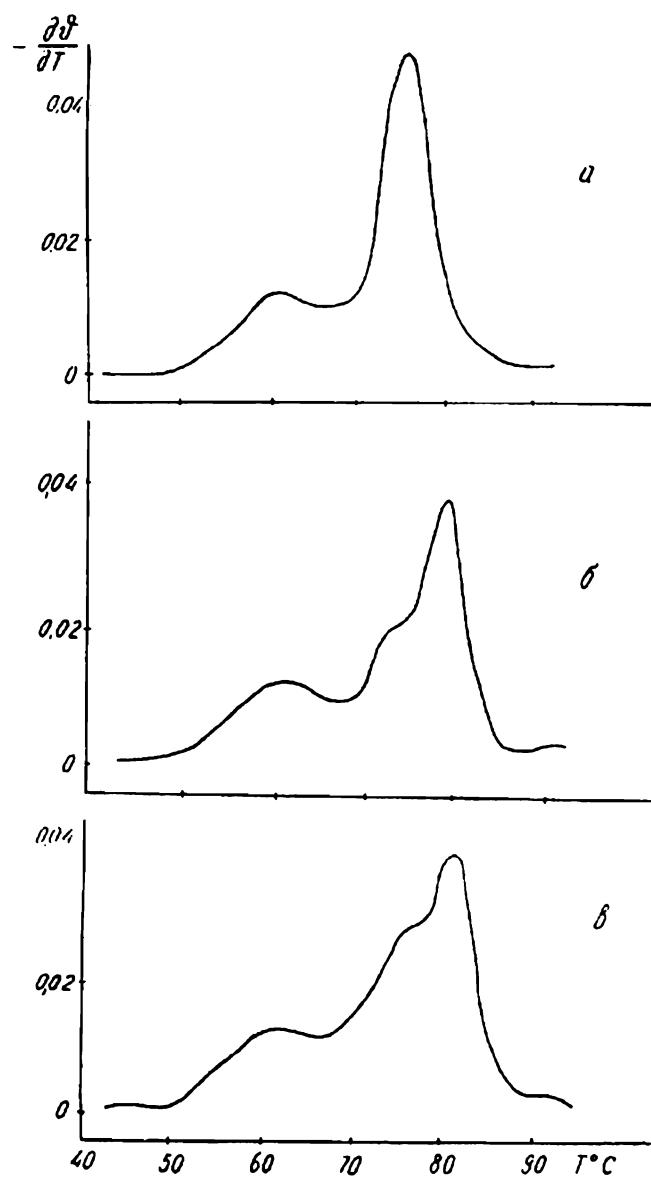


Рис. 1. Дифференциальные кривые плавления: (а) мононуклеосом, (б) динуклеосом, (в) тринуклеосом, выделенных из хроматина пшеницы.

**Результаты и их обсуждение.** Можно полагать, что есть много возможностей использования количественных данных по термической денатурации в проведении детального анализа ДНК-белкового взаимодействия. Однако при этом есть ряд факторов, ограничивающих возможности их применения. Во-первых, это экспериментальные проблемы, связанные с трудностями при появлении

мутности, приводящей к искажениям результатов; во-вторых, это неточности, связанные с локализацией отдельных пиков на ДКП. Вдобавок хроматин является сложным надмолекулярным образованием. И если принять во внимание трудности в проведении анализа хроматина с учетом взаимодействия ДНК – белок, с одной стороны, и белок-белкового – с другой, в зависимости от температуры, то становится ясно, что решение этого вопроса крайне затруднительно. Однако необходимо добавить, что главные особенности плавления хроматина в большей мере обусловлены гистонами, чем негистоновыми белками. Более того, гистоны в процессе плавления находятся в составе коровой частицы (кроме гистона H1) и распределены вдоль молекулы ДНК независимо от последовательности азотистых оснований. К тому же, как оказалось, ДКП коровых частиц, выделенных из хроматина, имеют двухфазный профиль плавления с двумя хорошо разрешаемыми пиками [8].

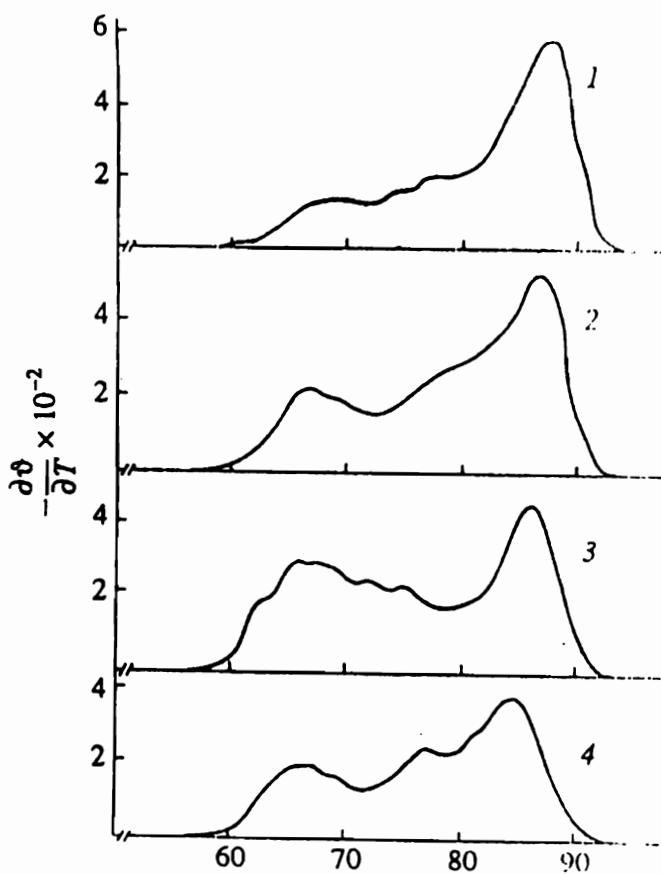


Рис. 2. Дифференциальные кривые плавления фракции А хроматина из сухих (1), прорастающих в течение 24 ч. (2), 48 ч. (3) и обработанных гиббереллином (4) зародышей пшеницы.

На основании вышеизложенного можно полагать наличие двух переходов для коровой частицы: вначале плавятся ДНК-овые концы коровой частицы, после чего следует плавление комплекса ДНК – коровый гистон. Если продолжить аналогию, то для ди- и тринуклеосом можно выделить уже, по крайней мере, три перехода, первый из которых будет соответствовать выплавлению ДНК на концевых участках, второй – выплавлению ДНК в линкерных участках, третий –

плавлению комплекса ДНК – коровий гистон. В наблюдаемую картину может вносить дополнительную сложность присутствие гистона H1, который способен связываться с двумя витками ДНК в нуклеосоме и взаимодействовать с линкерной ДНК и ДНК коровой частицы (см.рис.1).

Получаемые при этом данные могут относиться только к локальным взаимодействиям в пределах моно-, ди- и тринуклеосом и не могут иметь отношения к дальним взаимодействиям, приводящим к образованию структур высшего порядка за счет взаимодействия между прилегающими витками в 30 нм фибрилле, как это полагалось ранее [10].

Прорастание изолированных зародышей пшеницы сопровождается разрыхлением структуры хроматина [2], что должно приводить к увеличению количества активной фракции. Как видно из рис. 2, прорастание зародышей в течение 24 ч. отражалось на ДКП фракции А. Так, имело место значительное снижение температуры плавления нуклеосомной части фракции А, плавящейся в интервале 80–90°C, а также наблюдалось возрастание количества легкоплавких участков по сравнению с ДКП сухих зародышей (60–70°C). Дальнейшее прорастание приводило к усилению наблюдавшихся изменений. ДКП фракции А обработанных фитогормоном (гипбереллином) зародышей занимало промежуточное положение между соответствующими профилями плавления из “одно”-и “двудневных” зародышей.

С целью количественного анализа изменений, происходящих в активной фракции А (значительное количество транскрибуируемой ДНК обогащено АТ-парами [11]) при прорастании в отсутствие и в присутствии гипбереллина, мы использовали метод зонного анализа ДКП [1]. ДКП были условно разделены на зоны, в каждой из которых рассчитывали долю расплавленной ДНК (см.табл.). Зоны были подобраны по наблюдаемым основным переходам. В интервале до 60°C, отражающем денатурацию обогащенных АТ-парами последовательностей, доля расплавленной ДНК фракции А несколько больше для ДНК однодневных и двудневных зародышей по сравнению с сухими. Обработка зародышей гипбереллином приводила к увеличению этого эффекта.

*Доля расплавленной ДНК фракции А в соответствующих температурных зонах*

Вариант	<60°C	60-70°C	70-80°C	>80°C
сухие зародыши	5.7±0.1	37.0±0.2	54.7±0.3	2.6±0.1
прорастающие зародыши				
24ч.	7.8±0.2	41.3±0.1	48.2±0.1	2.7±0.1
48ч.	8.3±0.2	42.4±0.2	47.1±0.2	2.2±0.1
24ч. в присутствии 10 <sup>-4</sup> М ГК	9.2±0.2	40.2±0.2	44.5±0.1	6.1±0.1

Доля расплавленной в зоне 60–70 °C ДНК фракции у однодневных и двудневных зародышей также больше, чем у сухих. У зародышей, обработанных гипбереллином, она занимает промежуточное положение между сухими и однодневными контрольными зародышами. Температура перехода в этой зоне отражает плавление участков, содержащих умеренное количество АТ-пар.

Участок плавления 70–80°C отражает денатурацию последовательностей ДНК, обогащенных ГЦ-парами. Доля расплавленной в этой зоне ДНК у прорастающих в отсутствие и в присутствии гипбереллина зародышей по сравнению с таковой из сухих зародышей существенно ниже. Обработка фитогормоном приводила к увеличению доли участков, плавящихся при температуре выше 80°C.

Таким образом, как само прорастание, так и обработка зародышей гиббереллином существенно отражались на параметрах плавления ДНК, выделенной из фракции А. В случае действия фитогормона наблюдали возрастание доли "легкоплавких" (обогащенных АТ-парами) и "тугоплавких" (возможно, обогащенных ГЦ-парами) участков.

Указанные сдвиги могут быть следствием как изменения содержания ГЦ-пар, так и увеличения количества метилцитозина [1,12]. Последнее также может контролировать транскрипцию при прорастании и обработке зародышей гиббереллином, т.к. показана корреляция между экспрессией отдельных генов и уровнем их метилированности [12,13]. На основании полученных данных можно заключить, что обработка гиббереллином сопровождается дерепрессией участков генома, отличных от таковых при прорастании в отсутствие экзогенной ГК. Обработка гиббереллином приводит к изменениям физико-химических параметров нуклеосом по сравнению с таковыми при прорастании изолированных зародышей пшеницы.

Обобщая вышеизложенное, можно констатировать, что использование техники высокоразрешенных ДКП является хорошим инструментом в выявлении структурно-функциональных сдвигов при активации хроматина. При этом отметим, что использование ДКП в исследовании хроматина позволяет дифференцировать нуклеосомы с разной стабильностью, что делает весьма информативным термическую денатурацию в выявлении динамических изменений при различных функциональных ситуациях. Подобный подход представляется перспективным в скрининге биологически активных соединений, действующих на растительный хроматин.

Кафедра биофизики

Поступила 14.02.2000

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Vardevanyan P.O., Panosyan G.A., Tiratsuyan S.G., Babayan Yu.S., Vardapetyan R.R. – Studia Biophysica, 1983, v.97, №3, p.209.
2. Паносян Г.А., Тирацյян С.Г., Вардеванян П.О., Вардапетян Р.Р. – ДАН СССР, 1982, т.265, №3, с.765.
3. Балаян М.А., Вардеванян П.О., Пепоян А.З., Минасбекян Л.А., Парсаданиян М.А., Карагезян К.Г. – Биол.мембрany, 1997, т.14, №5, с.506.
4. Навагюлян С.Г., Таслахчян М.Г., Парсаданиян М.А., Минасбекян Л.А., Вардеванян П.О. – Проблемы современной ботаники и микологии. Сб. статей, посвященный 75-летию кафедры ботаники ЕГУ, Ер., 1999, с.130.
5. Lee M.S., Garrard W.T. – EMBO Journal, 1991, v.10, №3, p.607.
6. Manfred K., Amasino R.M. – Plant Physiol., 1989, v.91, №2, p.451.
7. Вардеванян П.О., Тирацյян С.Г., Вардеванян А.О., Бояджян Б.Г., Паносян Г.А. – Физиол. раст., 1995, т.42, №2, с.290.
8. Simon J.H., Becker W.M. – Biochim. et Biophys. Acta, 1976, v.454, №1, p.154.
9. Вардеванян П.О., Карапетян А.Т., Терзикян Г.А., Вардапетян Р.Р., Данелян Э.А. – Биополимеры и клетка, 1990, т.6, №4, с.48.
10. Балыкин С.Г. – Молекулярная биология (Итоги науки и техники ВИНИТИ АН СССР), 1988, т.26, с.3.
11. Travers A.A. – BioEssays, 1994, v.16, №9, p. 657.
12. Johnson C.A., Goddard G.P., Adams R.L. – Jour. of Biochemistry, 1995, v.305, №111, p.791.
13. Finnegan E.J., Gender R.K., Peacock W., Dennis E.S. – Annu. Rev. Plant Physiol. and Mol. Biol., 1998, v.49, p.223.

Պ.Հ. ՎԱՐԴԵՎԱՆՅԱՆ, Գ.Հ. ՓԱԼՈՍՅԱՆ, Մ.Ա. ՓԱՐՍԱԿԱՆՅԱՆ,  
Բ.Գ. ԲՈՅՉԵՎԱՆ, Ա.Թ. ԿԱՐՄԵՆՅԱՆ

ԶՐՈՒՄԱՏԻՆԻ ԿԱՌՈՒՅՎԱԾՔԱՅԱՅԻՆ ՓՈՓՈԽՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ  
ՈՒՍՈՒՄՆԱՍԻՐՈՒԹՅՈՒՆԸ ԳԵՆՈՍԻ ԱԿՏԻՎԱՑՄԱՆ ԺԱՄԱՆԱԿ

### Ամփոփում

Ցորենի (Triticum aestivum L.) գենոմի օրինակով ցույց է տրված հալման դիֆերենցիալ կորերի կիրառման հնարավորությունը տարբեր ֆունկցիոնալ վիճակներում գտնվող քրոմատինի ուսումնասիրություններում։ Անջատված և ուսումնասիրված է ցորենի մեկուսացված սաղմերի քրոմատինի ակտիվ ֆրակցիան։ Ցույց է տրված, որ ցորենի սաղմերի ծլման ժամանակ տեղի է ունենում ակտիվ ֆրակցիայի նույլեռումային մասի հալման ջերմաստիճանի զգայի իջեցում, ինչպես նաև դյուրահալ հատվածների քանակության ավելացում չոր սաղմերի համապատասխան ֆրակցիայի համեմատ։

ՅԱԿ ՀՀՀՊ, 265, № 3, 765 (1982).

**ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱԿԻ ԳԻՅԱԿՈՒ ՑԵՂԵԿԱԳԻՐ**  
**УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ ЕРЕВАНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА**

Բանական գիտություններ

1,2000

Естественные науки

**Биология**

УДК 504.054.064:550.7

С.Г. АРЕВШАТИАН, А.А. ОГАНЕСЯН, А.А. МУРАДЯН, И.А. НАВАСАРДЯН, М.Г. АВЕТИСЯН

**БИОГЕОХИМИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ЯСЕНИ ОБЫКНОВЕННОГО  
В УСЛОВИЯХ ЗАГРЯЗНЕНИЯ ГОРОДСКОЙ СРЕДЫ ТЯЖЕЛЫМИ  
МЕТАЛЛАМИ**

Приводятся результаты изучения биогеохимических особенностей ясения обыкновенного (*Fraxinus excelsior* L.) в отношении Pb, Cu, Zn, Cr и рассматривается возможность использования его в биондикации техногенного загрязнения городской среды этими металлами. Выявлено, что *F. excelsior* L. является активным концентратором этих элементов, которые по степени накопления составляют следующий убывающий ряд: Cu>Zn>Pb>Cr. Стойкая корреляционная зависимость проявляется в отношении ассоциации Cr-Pb ( $r = 0,58$ ).

Современный уровень развития урбанизации и техногенеза активирует антропогенные тренды в биогеоценозах и ведет к интенсивному рассеиванию химических элементов на Земле. Мониторинг загрязнения окружающей среды различными поллютантами успешно осуществляется посредством широко апробированных и высокоэффективных методов биондикации [1–3].

Однако не все типы загрязнения идентифицируются по адекватным специфическим морфометрическим и физиологическим откликам организмов-индикаторов. При хронических нагрузках поллютантов, особенно тяжелых металлов (ТМ), биондикация осуществима посредством биогеохимических методов, которые экспрессивно выявляют ореолы биогеохимических неоаномалий [4]. Эти методы базируются на представлении В.И. Вернадского о концентрационной функции живого вещества [5] и тесной органической взаимосвязи компонентов биосферы и окружающей ее среды, где ключевым связующим элементом выступают растительные организмы – активные концентраторы ТМ. В связи с этим основной задачей биогеохимической индикации техногенного загрязнения является подбор оптимальных биондикаторов.

Нами изучались накопительные особенности ясения обыкновенного (*Fraxinus excelsior* L.) и потенциальная возможность использования его в биондикации загрязнения городской среды ТМ.

**Материалы и методы исследований.** Исследования проводились в течение летне-осеннего периода 1997г. на территории центрального района г.Еревана по 21-ой репрезентативной эталонной площадке: 1) ул. Ленинградян, 2) парк "Цицернакаберд", 3) восточная сторона дороги парка "Цицернакаберд", 4) р-н Нор-Киликия, 5) Дзорагюх, ул. Пароняна, 6) перекресток ул. Пушкина и Езника Кохбаци, 7) перекресток ул. Ханджяна и Саят-Новы, у Дома шахматистов, 8) пр. Адмирала Исакова, за Ереванским оз., 9) Норагюх, 10) ул. Исакова, у винного з-да, 11) ул. Ханджяна, у к/т "Россия", 12) ул. Мравяна, у памятника В. Мамиконяну, 13) у Ереванского оз., 14) ул. Кохби, ущелье р. Раздан, 15) парк им. Комитаса, у р. Раздан, 16) ул. Нар-Доса, 17) пр. Багратуняц, 18) ул. Гарегина-Нжде, у рынка, 19) ул. Севани, у станции метро "Сасунци Давид", 20) пр. Тиграна Меци, 21) парк "Вардавар". Отбор растите-

тельных и почвенных образцов ( $A_1$  слой, 0–20 см) проводился по методу "конверта" [6–8]: смешанные образцы составлялись из 5 проб по углам пробной площадки и в ее центре. В почвах определялась как валовая, так и подвижная форма ТМ [9]. Растительный материал после сушки озолялся в муфельной печи при  $t=450^{\circ}\text{C}$ . В почве и золе растений методом спектрального количественного анализа определены содержания Pb, Cu, Zn, Cr.

При изучении геохимии и общих тенденций поглощения микроэлементов в листьях *F. excelsior* L. использованы коэффициенты биологического поглощения Полынова–Перельмана ( $A_x$ , или КБП) и биогеохимической активности вида ( $\text{БХА}_x$ ).  $A_x$  рассчитывался как отношение концентрации ТМ в растительной пробе ( $C_x$ ) к его содержанию в почве ( $N_x$ ):  $A_x = C_x/N_x$  [10];  $\text{БХА}_x$  – как отношение  $\sum A_x$  к числу исследуемых элементов ( $n$ ):  $\text{БХА}_x = \sum A_x/n$  [11].

В целях выявления достоверных взаимосвязей между изучаемыми элементами как в отдельных субстратах, так и в системе "почва–растение" определен тип математического распределения восьми вариантов (4 элементов в 2 средах) и составлена матрица парных корреляционных показателей ( $p=95\%$ ) по стандартной методике [12].

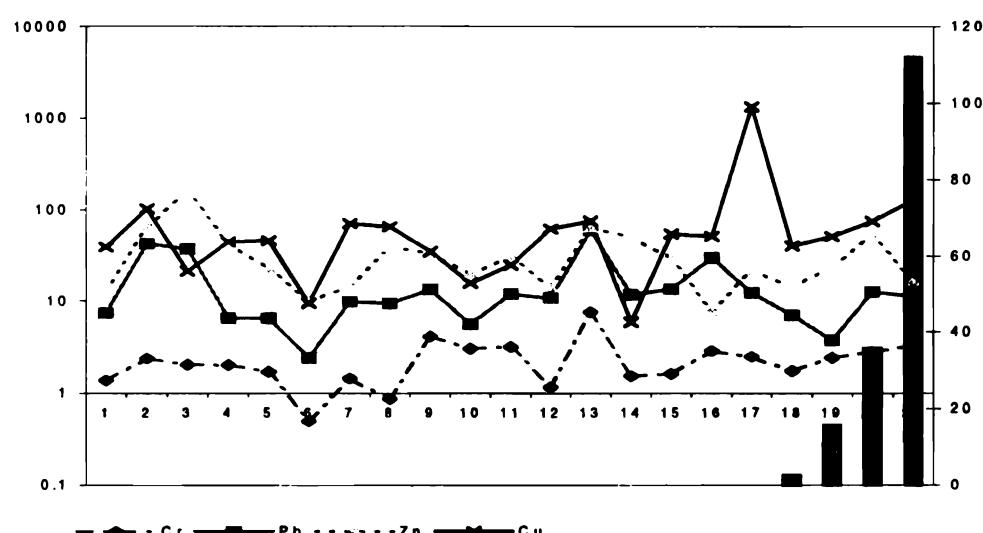


Рис. 1. Значения  $A_x$  по пунктам исследования (x) и усредненное значение  $A_x$  по отдельным элементам (колонки). Показатели приведены в логарифмическом масштабе.

**Результаты и их обсуждение.** Одним из условий подбора фитоиндикаторов является их повсеместное распространение на исследуемой территории [3, 13]. Согласно нашим исследованиям по инвентаризации видового состава дендрофлоры зеленых массивов центрального района г. Еревана на долю *F. excelsior* L. в среднем приходится 17%.

Следует отметить, что в моно- и олигодоминантных по видовому составу дендропарках наблюдается богатый набор сопутствующей фитотрофной микробиоты и вредителей. *F. excelsior* L. сопутствуют 9 видов облигатных фитотрофных грибов: *Cercospora fraxini* (DC.) Sacc., *Cyiospora leucosperma* (Pers.) Fr., *C. pruinosa* Sacc., *Fusicladium fraxini* Aderhold., *Hendersonia vagans* Fuck., *Pholiota tuberculosa* (Fr.) Kumm., *Phyllosticta fraxini* Ell. et Mart., *Pleurotus ostreatus* (Jaq. ex Fr.) Kumm. (на корнях), *Valsa ambiens* (Pers.) Fr. (на ветвях). Этот состав наиболее полно проявляется на территориях с повышенной техногенной нагрузкой. В первой декаде мая на филоплане *F. excelsior* L. отмечается массовое развитие листогрызущих насекомых, в

основном гусениц из рода пядениц. Это явление носит в последние годы характер эпифитотии.

В почвах центрального района г. Еревана прослеживается следующая техногенная геохимическая ассоциация ТМ: Pb - Zn - Cu - Cr. Эти ТМ имеют контрастные аномалии, ореолы которых имеют дизъюнктивную конфигурацию, что обусловлено хаотичностью расположения источников загрязнения в районе исследований, комплексом природно-климатических условий и сильной изрезанностью ландшафта.

В целях изучения геохимии *F. excelsior L.* рассчитан  $A_x$  (отражающий интенсивность поглощения элементов растением из питающего субстрата) как по отдельным пунктам исследования, так и суммарно (по элементам) (рис. 1).

В ряду накопления ТМ располагаются следующим образом:

Cu ( $A_x=111,7$ ) > Zn (35,67) > Pb (15,5) > Cr (2,37).

Как видно, *F. excelsior L.* проявляет повышенную селективность в отношении Си, что обусловлено резкими всплесками концентраций по ряду пунктов пробоотбора, в особенности на пр. Багратуняц ( $A_x = 1329$ ). В целом, значения  $A_x$  по отдельным элементам варьируют в следующих пределах:

Cu – 9,4-1329; Zn – 7,7-161,8; Pb – 2,4-60,1; Cr – 0,5-7,5.

Для изучения общих тенденций аддитивного поглощения микроэлементов по отдельным пунктам пробоотбора в *F. excelsior L.* рассчитан БХА<sub>x</sub> (рис. 2).

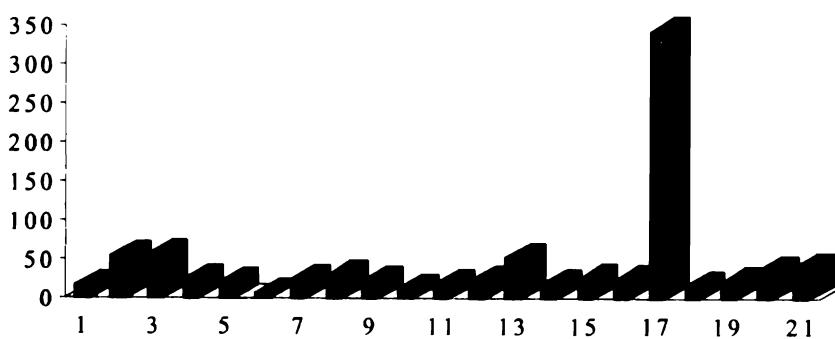


Рис. 2. Значение БХА<sub>x</sub> по отдельным пунктам пробоотбора.

Согласно полученным характеристикам наибольшая нагрузка по сумме исследуемых элементов отмечается для упомянутого выше пр. Багратуняц (~341,58); высоки нагрузки также в пунктах: парк "Цицернакаберд" (53,15), пр. Адмирала Исакова, у Ереванского оз. (51,78), пр. Тиграна Меци (36,12), парк "Вардавар" (39,12). Самый низкий уровень БХА<sub>x</sub> зафиксирован на перекрестке ул. Пушкина и Езника Кохбаци (5,53).

Определено, что математическое распределение содержаний исследуемых элементов в почве и растительном материале подчиняется логнормальному закону распределения. Статистическая обработка результатов проведена с определением границ и лимитов изменчивости и средней арифметической медианы (табл. 1). Наиболее резкий перепад логарифмических значений отмечается для Си (для обеих сред).

Расчет парной прямолинейной корреляции ( $p=95\%$ ) между логарифмическими значениями содержаний элементов в обеих средах показал, что достоверная положительная корреляционная зависимость наблюдается лишь для трех

Таблица 1

Параметры выборки содержаний тяжелых металлов в почве и растениях (N=21)

Параметры выборки	Элементы							
	Cu		Cr		Zn		Pb	
	среда							
	раст.	поч.	раст.	поч.	раст.	поч.	раст.	поч.
средняя	1,109	2,129	-0,076	2,314	1,312	2,581	0,752	2,396
медиана	1,119	2,114	-0,079	2,312	1,323	2,591	0,745	2,427
квадратичная ошибка	0,187	0,36	0,248	0,099	0,153	0,238	0,189	0,27
сумма	23,28	44,71	-1,588	48,6	27,54	54,201	15,793	50,318
минимальное значение	0,685	0,903	-0,538	2,09	1,079	2,013	0,462	1,756
максимальное значение	1,409	2,860	0,488	2,467	1,632	2,892	1,255	2,807
25% выборки	1,046	2,029	-0,237	2,286	1,187	2,455	0,648	2,371
75% выборки	1,222	2,201	0,079	2,394	1,380	2,7	0,824	2,491

пар вариантов и только в однородных средах (табл. 2): в растениях – Cr-Pb ( $r = 0,58$ ); в почве – Cr-Pb ( $r = 0,47$ ) и Zn-Pb ( $r = 0,73$ ).

Таблица 2

Корреляционная матрица по системе "почва–растение" ( $p < 0,05$ , N=21)

Варианты		Элементы							
		Cu		Cr		Zn		Pb	
элементы	среда	среда							
		раст.	почва	раст.	почва	раст.	почва	раст.	почва
Cu	раст.	1,0	-0,37	0,25	-0,17	0,1	-0,26	0,4	-0,34
	почва	-0,37	1,0	-0,09	0,23	0,38	-0,03	-0,28	-0,11
Cr	раст.	0,25	-0,09	1,0	0,17	0,07	-0,25	0,58*	-0,21
	почва	-0,17	0,23	0,17	1,0	-0,07	0,31	0,26	0,47*
Zn	раст.	0,1	0,38	0,07	-0,07	1,0	-0,30	-0,14	-0,28
	почва	-0,26	-0,03	-0,25	0,31	-0,30	1,0	-0,07	0,73*
Pb	раст.	0,4	-0,28	0,58*	0,26	-0,14	-0,07	1,0	-0,06
	почва	-0,34	-0,11	-0,21	0,47*	-0,28	0,73*	-0,06	1,0

\* Положительные значения коэффициентов корреляции.

Для этих пар рассчитаны теоретические линии регрессии (рис. 3). Точками показаны фактические данные. В обеих средах (почва, листья) выявлено накопление стойкой ассоциации Cr-Pb. Несмотря на определенный разброс показателей по полу, коэффициент корреляции имеет высокое положительное значение со средним отклонением  $\pm 0,09$  (для всех пар). Это позволяет с определенной приближенностью, по усредненным показателям одного из элементов коррелирующей пары, рассчитать количество второго элемента в конкретной точке, кроме участков с повышенным локальным уровнем загрязнения.

Тесная корреляционная зависимость позволит на основе карты аномалий распределения парного элемента по его изолиниям показать примерную пространственную картину загрязнения среды исследуемой территории.

**Выходы:** 1. Для ясеня обыкновенного характерно активное накопление всех изученных элементов, которые по степени накопления составляют следующий убывающий ряд: Cu > Zn > Pb > Cr.

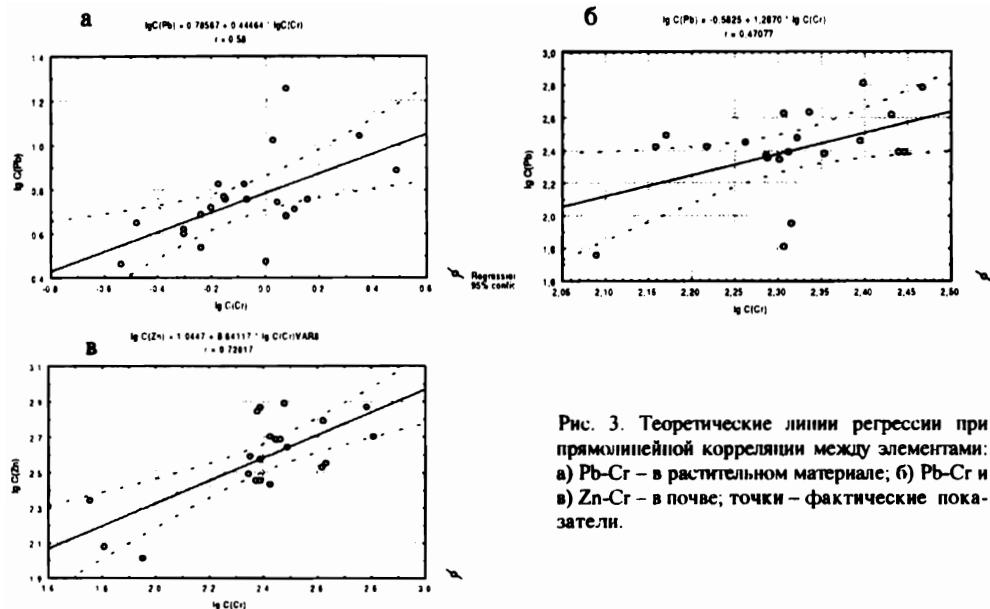


Рис. 3. Теоретические линии регрессии при прямолинейной корреляции между элементами:  
а) Pb-Cr – в растительном материале; б) Pb-Cr и  
в) Zn-Cr – в почве; точки – фактические пока-  
затели.

2. Выявлена стойкая ассоциация Cr-Pb с высоким относительным коэффициентом корреляции ( $r = 0,58$ ), что делает возможным использовать этот вид в биониндикации техногенного загрязнения городской среды Cr и Pb.

Лаборатория биомониторинга ЦЭНИ НАН РА, ЕГУ

Поступила 06.07.1998

#### ЛИТЕРАТУРА

- Биониндикация загрязнения наземных экосистем. (Под ред. Р. Шуберта). М.: Изд-во Мир, 1988, 350 с.
- Криволуцкий Д.А., Федоров Е.А. Принципы экологического нормирования. – Влияние промышленных предприятий на окружающую среду. Пущино, 1984, с. 104-106.
- Manning W.J., Feder W.A. Biomonitoring Air Pollutants with Plants. London, 1980.
- Ковда В.А. Биогеохимические циклы в природе и их нарушение человеком. – Биогеохимические циклы в биосфере. М., 1976, с. 19-85.
- Вервадский В.И. Проблемы биогеохимии. – Тр. биогеохимической лаборатории ГЕОХИ АН СССР, 1980, т. 16, с. 12.
- Важенюк И.Г., Лычкова Т.И., Арсеньева Е.И. О методике полевых исследований при изучении загрязнения почв выбросами промышленных предприятий через атмосферу. – Тез. докл. 7 делег. съезда ВОП. – Минск, 1977, в. 2, с. 83-85.
- Джугарян О.А. Разработка системы экологической оценки и биомониторинга техногенного загрязнения экосистем промышленных районов Армении. – Автореф. дисс. на соиск. уч. ст. доктора наук. М., ИЭМЭЖ, 1990, 46 с.
- Методические рекомендации по проведению полевых и лабораторных исследований почв и растений при контроле загрязнения окружающей среды металлами. (Под ред. Н.Г. Зырина, С.Г. Малахова). М.: Изд-во Гидрометеоиздат, 1981, 108 с.
- Аринушкина Е.В. Руководство по химическому анализу почв. М.: Изд-во МГУ, 1970, 487 с.
- Перельман А.И. Геохимия ландшафта. М., 1975.
- Айвазян А.Д. Геохимические особенности флоры ландшафтов Юго-Западного Алтая. – Автореф. дисс. на соиск. уч. ст. канд. наук. М., 1974, 24 с.
- Лакин Г.Ф. Биометрия. М.: Изд-во Высшая школа, 1973.
- Одум Ю. Основы экологии. М.: Изд-во Мир, 1975, с. 179-180.

Ա.Հ. ԱՐԵՎԱՏՅԱՆ, Հ.Ա. ՀՈՎՀԱՆՆԻՍՅԱՆ, Ա.Հ. ՄՈՒՐԱԴՅԱՆ,  
Ի.Ա. ՆԱՎԱՍԱՐԴՅԱՆ, Մ.Գ. ԱՎԵՏԻՍՅԱՆ

ՍՈՎՈՐԱԿԱՆ ՀԱՑԵՆՈՒ ԿԵՆՍԱԵՐԿՐԱՋԻՄԻԱԿԱՆ  
ԱՊԱԽԱՎԱՏԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ ՔԱՂԱՔԱՅԻՆ ՄԻԶԱՎԱՅՐԻ  
ԾԱՆՐ ՄԵՏԱՂՆԵՐՈՎ ԱՂՏՈՏՄԱՆ ՊԱՅՄԱՆՆԵՐՈՒՄ

### Ա մ փ ո փ ու մ

Հողվածում բերվում են տպօրական հացենու (*Fraxinus excelsior* L.) կենսաերկրաժմիական առանձնահատկությունները, երբ նրանում կուտակվում են Pb, Cu, Zn, Cr ծանր մետաղները: Ջննարկվում է նաև կենսահնդիկացիայի մեջ այս մերոդի կիրառման հնարավորությունը այդ մետաղներով քաղաքային միջավայրի տեխնածին աղտոտման պայմաններում: *F. excelsior* L. -ը հանդիսանում է այդ տարրերի ակտիվ կուտակիչ: Մետաղները ըստ կուտակման աստիճանի կազմում են հետևյալ նվազող շարքը՝ Cu > Zn > Pb > Cr: Կայուն կոռեյսացիոն կախվածություն դրսելովում է Cr-Pb ( $r = 0,58$ ) խմբակցության նկատմամբ:

ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՍՏԱՏՄԱՆ ԳԻՏԱԿԱՆ ՑԵՂԵԿԱԳԻՐ  
УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ ЕРЕВАНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

Բանական գիտություններ

1,2000

Естественные науки

Биология

УДК 550.7.577.17.049.631.465

Л.В. МАРТИРОСЯН, К.В. ГРИГОРЯН

ПОГЛОЩЕНИЕ ТЯЖЕЛЫХ МЕТАЛЛОВ РАСТЕНИЯМИ ИЗ  
ПИТАТЕЛЬНОГО РАСТВОРА

Установлено, что содержание тяжелых металлов (ТМ) в проростках сельскохозяйственных культур возрастает с увеличением их концентрации в питательном растворе. Проростки различных культур проявляют неодинаковую устойчивость к ТМ. Медь значительно токсичнее цинка, свинца, молибдена и марганца. Между содержанием ТМ в питательном растворе и в проростках сельскохозяйственных культур обнаружена положительная достоверная, а между содержанием ТМ и показателями роста проростков – отрицательная достоверная корреляция.

В последние десятилетия большое внимание уделяется проблеме загрязнения окружающей среды ТМ и соответственно их воздействию на растительность. Интенсивное развитие отраслей промышленности, химизация сельского хозяйства способствуют росту загрязнения окружающей среды ТМ, что наносит значительный ущерб сельскому, лесному хозяйству и природе в целом [1–4]. Поступающие в почву ТМ оказывают воздействие не только на рост растений, но через контактирующие с почвой среды по биологическим цепям также на человека и животных [5]. Поэтому изучение вопросов загрязнения почв, оросительных вод и возделываемых культур ТМ, разработка эффективных мероприятий по его предотвращению, подбора тест-растений является актуальной проблемой, для решения которой необходимы объективные методы исследования.

**Материал и методика.** Проростки перца, салата, томата и огурца выращивали на фильтровальной бумаге, пропитанной растворами  $\text{CuSO}_4$ ,  $\text{ZnSO}_4$ ,  $\text{Pb}(\text{NO}_3)_2$ ,  $(\text{NH}_4)_6\text{Mo}_7\text{O}_{24}$  отдельно. В качестве контроля были использованы растворы  $\text{Ca}(\text{NO}_3)_2 + \text{KCl}$ . Полный питательный раствор не применяли, так как фосфаты могут сильно изменять токсичность металла для растений. Повторность каждого варианта трехкратная. Металлоустойчивость определяли методом корневого теста, предложенного Уилкинсоном [6]. Содержание ТМ в питательных растворах и в проростках определяли атомно-абсорбционным методом на спектрометре AAS-1 [7–8]. Результаты анализов подвергли математической обработке методом вариационной статистики [9].

**Результаты и обсуждения.** Опыты показали, что содержание ТМ в растениях возрастает по мере увеличения их концентрации в питательном растворе (табл. 1). Так, между содержаниями ТМ в питательном растворе и проростках отдельных культур обнаружена достоверная коррелятивная связь ( $r=0,72-0,99$ ). Однако строгая корреляция наблюдается не всегда и зависит от вида растений, а также от формы и соединений металла. Данные табл. 2 и 3 отражают различия в содержании ТМ в подземных и надземных частях отдельных сельскохозяйственных культур: содержание ТМ намного больше в подземной части проростков. Возделываемые культуры, по всей вероятности, проявляют избирательность по отношению к ТМ. Так, в проростках отдельных культур содержание меди и свинца сравнительно меньше, чем молибдена, цинка и марганца. По отношению к ТМ огурец характеризуется их высоким содержанием.

Таблица 1

*Коррелятивная связь между содержанием ТМ в питательной среде и в проростках различных культур*

Показатели роста проростков, м.м	Cu	Mo	Zn	Pb	Mn
	r±m.; t	r±m.; t	r±m.; t	r±m.; t	r±m.; t
огурец					
н.ч.	0,97±0,02; 48,5	0,97±0,02; 48,5	0,99±0,01; 99	0,94±0,04; 23,5	0,97±0,02; 48,5
п.ч.	0,95±0,03; 31,6	0,91±0,06; 15,2	0,97±0,02; 48,5	0,96±0,02; 48	0,99±0,007; 141,4
перец					
н.ч.	0,96±0,02; 32	0,92±0,05; 18,4	0,96±0,03; 32	0,95±0,03; 31,7	0,98±0,01; 98
п.ч.	0,95±0,03; 141,4	0,98±0,01; 98	0,99±0,007; 141,4	0,90±0,06; 15	0,99±0,007; 141,4
салат					
н.ч.	0,95±0,03; 31,6	0,93±0,046; 20,2	0,92±0,05; 18,4	0,72±0,16; 4,5	0,98±0,013; 75,3
п.ч.	0,96±0,02; 48	0,93±0,04; 23,25	0,95±0,03; 31,6	0,96±0,02; 48	0,98±0,01; 98
томат					
н.ч.	0,97±0,02; 48,5	0,95±0,03; 31,7	0,96±0,03; 32	0,98±0,01; 98	0,96±0,03; 32
п.ч.	0,99±0,007; 141,4	0,89±0,7; 12,7	0,99±0,007; 141,4	0,92±0,05; 18,4	0,99±0,007; 141,4

Предполагается, что в одних растениях концентрация ТМ может возрастать очень сильно без каких-либо определенных пределов. При этом накопление элемента вначале стимулирует жизнедеятельность растения и его продуктивность, затем угнетает и в конце концов вызывает его гибель. В других растениях при достижении определенного уровня концентрации элемента начинают действовать механизмы, препятствующие дальнейшему его поглощению. Эти определенные уровни называются физиологическими барьерами поглощения, выделяют также барьерный и безбарьерный типы поглощения. Если такое предположение принять за основу механизма накопления ТМ, то можно утверждать, что содержание меди и свинца в проростках регулируется барьерным поглощением.

По нашему мнению, такое поведение меди и свинца обусловлено их более сильной токсичностью или высокой чувствительностью проростков по отношению к этим элементам. Сравнительно низкие концентрации меди и свинца угнетают жизнедеятельность растений, которые дальше не реагируют на повышение этих элементов в среде.

Установлено, что ТМ подавляют развитие растений. Однако проростки отдельных культур проявили неодинаковую устойчивость к определенной концентрации металла. Так, проростки перца и салата достаточно устойчивы по отношению к цинку и молибдену: 0,5–8 мг/л этих элементов слабо ингибируют или даже стимулируют их рост ( $I_t=0,72-1,16$ ). Более чувствительным к действию ТМ оказался огурец, длина корней которого под влиянием меди укорачивается по сравнению с контролем на 36,2–84,4% ( $I_t=0,16-0,64$ ), цинка – на 42,2–79,9% ( $I_t=0,20-0,58$ ), свинца – на 43,6–56,9% ( $I_t=0,43-0,56$ ) и молибдена – на 48,5% ( $I_t=0,51-0,63$ ).

Таблица 2

*Содержание ТМ(мкг/100г сух. вещества) в проростках сельскохозяйственных культур.  
Надземная часть*

Культура	ТМ	Концентрация растворов ТМ, мкг/л									
		0,5	1,0	2,0	4,0	6,0	8,0	10,0	15,0	20,0	25,0
томат	Pb	1,9	2,8	2,4	3,3	3,8	4,1	4,1	6,5	8,4	11,5
	Cu	2,7	2,7	2,7	3,4	3,4	3,4	5,8	6,1	9,7	13,4
	Mo	2,3	3,1	3,1	3,1	5,7	4,8	6,7	7,7	18,3	19,4
	Zn	2,8	2,8	2,8	2,8	3,7	4,1	6,9	7,1	14,5	16,7
	Mn	5,3	5,3	5,3	7,4	7,9	9,1	12,5	15,4	19,3	28,0
перец	Pb	2,5	2,5	2,5	4,8	4,3	5,9	5,9	8,4	9,9	18,6
	Cu	1,7	1,7	1,7	2,5	2,5	4,9	4,9	8,4	12,5	21,4
	Mo	2,1	1,8	2,8	2,8	2,8	3,5	3,5	6,4	18,3	19,5
	Zn	3,5	3,5	3,5	4,9	5,8	7,7	7,7	11,8	22,5	31,2
	Mn	5,3	5,3	6,8	6,8	6,5	8,2	9,9	16,5	18,3	25,4
салат	Pb	5,8	5,8	7,9	7,9	7,9	8,4	8,7	9,1	18,3	21,5
	Cu	3,6	3,6	3,6	4,3	4,3	5,1	5,1	7,9	14,5	15,6
	Mo	2,4	2,4	2,0	3,7	3,7	4,5	4,5	6,3	9,8	17,5
	Zn	6,4	5,7	5,7	6,9	7,8	7,8	8,4	11,5	14,1	25,7
	Mn	7,0	8,1	7,5	7,5	9,3	11,5	14,6	17,1	19,4	26,2
огурец	Pb	3,0	3,0	3,0	4,0	4,0	4,0	5,0	6,0	7,0	10,0
	Cu	4,3	4,3	5,1	5,8	6,9	7,4	6,9	11,4	15,7	18,3
	Mo	3,7	3,7	3,7	4,5	4,5	4,7	5,5	9,8	13,6	15,7
	Zn	5,3	5,3	5,3	7,5	8,4	8,4	9,5	14,0	19,7	21,4
	Mn	7,0	7,0	8,0	9,0	9,0	9,0	11,0	16,0	21,0	28,0

Таблица 3

*Содержание ТМ(мкг/100г сух. вещества) в проростках сельскохозяйственных культур.  
Подземная часть*

Культура	ТМ	Концентрация растворов ТМ, мкг/л									
		0,5	1,0	2,0	4,0	6,0	8,0	10,0	15,0	20,0	25,0
томат	Pb	4,5	4,5	5,2	5,8	5,8	5,8	6,9	13,2	28,6	42,1
	Cu	5,2	6,7	12,3	18,5	22,3	24,5	31,6	49,6	72,4	96,2
	Mo	6,3	6,6	7,9	11,4	11,4	11,4	18,9	17,6	28,1	64,3
	Zn	7,8	11,4	18,3	15,6	22,9	35,6	48,7	68,8	95,6	122,3
	Mn	9,4	12,3	12,3	18,9	25,6	42,3	55,0	72,3	112,0	135,6
перец	Pb	4,8	4,8	5,1	5,9	7,2	7,2	8,0	20,3	43,4	85,6
	Cu	3,7	4,8	6,3	9,5	14,8	17,9	21,4	36,9	54,5	76,9
	Mo	5,3	5,3	5,3	8,4	11,2	13,6	28,3	45,5	68,3	93,7
	Zn	11,5	12,4	18,9	25,0	32,3	48,5	64,3	82,3	99,1	118,3
	Mn	9,8	9,8	11,2	12,4	18,5	22,5	31,4	48,3	56,2	77,0
салат	Pb	7,8	7,4	8,3	8,8	11,4	13,6	17,8	21,4	36,7	53,5
	Cu	5,1	5,1	5,9	9,6	13,5	15,8	19,7	27,8	42,3	69,1
	Mo	9,6	11,4	10,8	11,2	11,2	11,2	14,6	23,8	31,4	48,6
	Zn	15,0	16,1	18,2	21,4	21,4	29,7	32,7	44,5	56,3	94,5
	Mn	12,4	12,4	12,4	15,6	17,2	23,5	32,7	37,8	45,2	64,8
огурец	Pb	12,6	12,2	11,8	17,1	17,8	20,8	33,8	48,1	59,9	102,0
	Cu	5,7	5,3	10,8	21,3	20,1	26,0	29,5	54,0	67,8	129,3
	Mo	14,9	15,2	15,2	19,3	19,3	24,5	26,7	39,5	48,7	112,6
	Zn	21,4	21,6	32,3	37,4	37,4	41,5	57,9	79,8	122,3	175,6
	Mn	15,3	24,3	27,1	29,2	35,6	48,9	62,4	85,6	110,3	142,4

По сравнению с другими ТМ медь оказывает более токсическое действие на развитие проростков. При концентрации 1 мг/л полностью угнетается развитие перца ( $I_t=0,29$ ), 4 мг/л – томата ( $I_t=0,27$ ) и огурца ( $I_t=0,37$ ), 6 мг/л – салата ( $I_t=0,42$ ).

Проростки указанных культур проявили неодинаковую устойчивость также к водным вытяжкам из почв, незагрязненных и загрязненных ТМ. Под действием водных вытяжек из загрязненных почв длина корней проростков укорачивается на 22,5–60,9% ( $I_t=0,39–0,77$ ). Проростки устойчивы к водным вытяжкам из незагрязненных почв ( $I_t=0,83–0,99$ ), однако и здесь наблюдается уменьшение показателей роста на 0,8–18,3%, так как эти почвы формируются в зоне рудных месторождений и содержание ТМ в них в 1,5 раза выше кларка.

**Выходы.** Содержание ТМ в проростках отдельных культур возрастает с увеличением их концентрации в питательном растворе. Медь, цинк, молибден, свинец, марганец и вытяжки из загрязненных почв подавляют развитие томата, салата, перца и огурца. Проростки неодинаково устойчивы к определенной концентрации металла. Медь и свинец оказывают более токсическое действие на развитие проростков.

Полученные данные можно использовать при разработке ПДК ТМ для почв и оросительной воды.

Кафедра экологии и охраны природы

Поступила 08.03.1999

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Бондарев Л.Г Ландшафты, металлы и человек. М.: Мысль, 1976, 72 с.
2. Григорян К.В., Галстян А.Ш. Влияние загрязненных промышленными отходами оросительных вод на ферментативную активность почв. – Почвоведение, 1979, №3, с.130–138.
3. Кудро К.К. Влияние промышленного загрязнения почв на урожайность сельскохозяйственных растений. – Сб.: Человек-техника-природа. Киев, 1976, с. 157–159.
4. Hossett J.J. Carasity of selected Illinois soils to remove lead from aqueous solution. – Communic in soil Sc. plant analysis, 1974, v. 5, №6, p. 499–505.
5. Методические рекомендации по гигиеническому обоснованию ПДК химических веществ в почве. М., 1982.
6. Wilkins D.S. The measurement of tolerance to edaphic factors by means of root growth. – New phitol., 1978, v. 80, p. 623–633.
7. Зырян Н.Г. и др. Методические указания по спектрографическому определению микроэлементов в почве и в зеле растений. М.: Изд-во МГУ, 1971, 105 с.
8. Унифицированные методы анализа вод. М.: Химия, 1973, 376 с.
9. Сnedekor Дж.У. Статистические методы в применении к исследованиям в сельском хозяйстве и в биологии. М.: Изд-во с.-х. литер. жур. и плакатов, 1961, 503 с.

Լ.Վ. ՄԱՐՏԻՐՈՍՅԱՆ, Կ.Վ. ԳՐԻԳՈՐՅԱՆ

ՍԵՆԴՐԱՐ ՀՈՒՑՈՒՅԹԻՑ ԾԱՆՐ ՄԵՏԱՂՆԵՐԻ ԿԼԱՆՈՒՄ  
ԲՈՒՅՍՈՒՐԻ ԿՈՂՄԻՑ

#### Ամփոփում

Բացահայտված է, որ զյուղատնտեսական բույսերի ծիլերում ծանր մետաղների (ԾՄ) պարունակությունը աճում է սննդարար լուծույթում դրանց խտացման հետ մեկտեղ: Տարբեր բույսերի ծիլերը ԾՄ-ի նկատմամբ ցուցաբերում են ոչ միատեսակ կայունություն: Պղինձը էապես ավելի բունավոր է ցինկից, կապարից, մոլիբդենից և մանգանից: Սննդարար լուծույթում ԾՄ-ի և զյուղատնտեսական բույսերի ծիլերում ԾՄ-ի պարունակությունների միջև հայտնաբերված է ստույգ դրական, իսկ ԾՄ-ի պարունակության և ծիլերի աճի ցուցանիշների միջև՝ ստույգ բացասական համահարաբերություն:

**ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆԻ ԳԻՏԱԿԱՆ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ  
УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ ЕРЕВАНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА**

Բնական գիտություններ

1,2000

Естественные науки

**Կ Ե Ճ Ս Ա Բ Ա Ռ Ա Ց Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Թ**

УДК 612.82-06:612.273.2

**Ն.ՅՈՒ. ԱԴԱՄՅԱՆ**

**ՆԾԱՀԱՄԱԼԻՐԻ ՀԻՄՄԱԿՈՂՄԱՆԱՅԻՆ ԿՈՐԻՉՆԵՐԻ ԱԶԴԵՑՈՒԹՅՈՒՆԸ  
ԲՈՒԼԲԱՐ ԾՆՉԱՌԱԿԱՆ ՆԵՅՐՈՂՆՆԵՐԻ ՎՐԱ ՀԻՊՈՔՍԻԱՅԻ  
ՊԱՅՄԱՆՆԵՐՈՒՄ**

Ծնչառության կարգավորման գործընթացում նշահամալիրային մեխանիզմների դերը պարզաբնող գրական տվյալները սակավարիվ են: Ցույց է տրված նշահամալիրի տարրեր կորիզային գոյացությունների մոդուլացնող ազդեցությունը երկարավուն ուղեղի շնչառական նեյրոնների վրա [1-3]: Սակայն հիպօքսիայի պայմաններում շնչառական կենտրոնի ֆունկցիոնալ վիճակի վրա նշահամալիրի հիմնակողմնային խմբի կորիզների ազդեցությունը մինչ այժմ ուսումնասիրված չէ, որը և պատճառ հանդիսացավ սույն աշխատանքի կատարմանը:

Աշխատանքի մեթոդիկան: Ուսումնասիրությունները կատարվել են սուր փորձի պայմաններում 180-230 գ քաշ ունեցող սպիտակ առնետների վրա, որոնք բնրեցվել են քլորալոզի և նեմբուտալի խառնուրդով (30 մգ/կգ և 10 մգ/կգ համապատասխանաբար): Նշահամալիրի հիմային և կտղննային կորիզները գրգռվել են կոնստանտանե երկրեւ էլեկտրոդներով (տրամագիծը 0,2 մմ, միկրոէլեկտրոդային հեռավորությունը 0,2-0,3 մմ), որոնց կողմնորոշումը կատարվել է ըստ Ֆիֆկովայի և Մարշալի ստերեոտաքսիկ ատլասի [4]:

Հիմային (AB) և կողմնային (AL) կորիզների կոորդինատները համապատասխանաբար կազմել են. AP (+2), L (±3), V (+8) և AP (+2), L (±4), V (+8):

Նշված գոյացությունները գրգռվել են ուղղանկյուն ազդակներով (տևողությունը 0,1-0,3 մվ, ամպլիտուդը 5-10 Վ, հաճախությունը 80-100 Հց) 8-10 վրկ-ի ընթացքում: Ընչառական նեյրոնների ակտիվության արտածման նախատակով ուղեղիկի մասնակի հեռացումից հետո (ներծծման մեթոդը) միկրոէլեկտրոդն իջեցվել է երկարավուն ուղեղի *obeh-ի* շրջան: Էքսպիրատոր և ինսպիրատոր նեյրոնների տարրերակման, ինչպես նաև շնչառության ընդհանուր ռեակցիայի գնահատման համար կամքային սխեմայով միակցված ածխային տվյալի օգնությամբ օսցիլոգրաֆի առաջին ուղիով միաժամանակ գրանցվել է կենդանու արտաքին շնչառությունը: Նեյրոնների իմպուլսային ակտիվության արտաքչային գրանցումը իրականացվել է 4 M NaCl-ի լուծույթով լցված ապակյա միկրոէլեկտրոդներով (ծայրի տրամագիծը 1,5-2,0 մկմ, դիմադրությունը 3-5 մՕմ):

Կատողային կրկնիչի միջոցով միկրոէլեկտրոդից գործողության պոտենցիալները փոխանցվել են ԿԲՊ-1-02 փոփոխական հոսանքի ուժեղացուցիչի մուտք և գրանցվել ՓՕՐ-2 ֆուտոգրամնեցիով օսցիլոգրաֆի երկրորդ ուղիով:

Փորձերը կատարվել են հիպօքսիայի ազդեցության դինամիկայում: Այդ նպատակով ստերեոտաքսիկ սարքավորմանը ֆիքսված կենդանին «քարձրացնելու» համար տեղադրվել է ճնշախցիկում: Ուսումնասիրվող ցուցանիշների գրանցումը կատարվել է գրգռումից առաջ և հետո, մինչ «քարձրացումը», այսինքն նորմօքսիայի պայմաններում (PO<sub>2</sub>=142 մմ սմ.ս.յ.), 4000-5000 մ «քարձրության» վրա, (PO<sub>2</sub>=109-85

մմ սնդ.այ.), 7500-8000 մ «բարձրության» վրա, (РО<sub>2</sub>=64-58 մմ սնդ.այ.) և «իջեցումից» հետո՝ նորմալ մքնողորտային ճնշման պայմաններում: ճնշախցիկում կենդանիների «բարձրացումը» և «իջեցումը» կատարվել է 15-20 մ/վարագությամբ:

Յուրաքանչյուր փորձից հետո գրգռող էլեկտրոդի ծայրի տեղադրությունը սոուգելու նպատակով կատարվել է էլեկտրաջարային հետագա հյուսվածաբանական ստուգման համար:

Ստացված տվյալների վիճակագրական մշակումը կատարվել է Ա. Օյվինի մերուպով [5]:

Արդյունքների քննարկումը: Գրանցվել է երկարավուն ուղեղի շնչառական կենտրոնի 152 փուլային նեյրոնների ակտիվություն, որից 82-ը եղել են էրսայիրատոր, 70-ը՝ ինսպիրատոր: Հիմային և կողմնային կորիզների գրգռման ժամանակ էրսայիրատոր և ինսպիրատոր նեյրոնների ռեակցիաները նույն ուղղվածությունն ունեին, որի պատճառով այդ կորիզների ազդեցության արդյունքները քննարկվում են միասին:

Ըստ նշահամալիրի հիմակողմնային խմբի կորիզների գրգռման նկատմամբ պատճիսան ռեակցիաների, նեյրոնները քաֆանվել են երեք խմբի՝ ակտիվացվող, արգելակվող, առեակտիվ, այսինքն նեյրոններ, որոնք ոչ մի ռեակցիա չեն ցուցաբերում գրգռման նկատմամբ (աղ. 1):

#### Աղյուսակ /

*Հիպօրսիայի պայմաններում՝ նշահամալիրի հիմակողմնային կորիզների գրգռման նկատմամբ երկարավում ուղեղի շնչառական նեյրոնների ռանակական փոփոխությունները*

Փորձի պայմանները	Նեյրոնների քանակը	Էրսայիրատոր նեյրոններ		
		արգելակում	ակտիվացում	առեակտիվ
նորմա	82 (100%)	39 (47,52%)	21 (25,60%)	22 (26,82%)
4000-5000 մ	71 (86,58%)	36 (50,70%)	20 (28,16%)	15 (21,12%)
7500-8000 մ	50 (60,97%)	30 (60%)	10 (20%)	10 (20%)
«իջեցում»	68 (82,92%)	31 (45,58%)	20 (29,41%)	17 (25%)
ինսպիրատոր նեյրոններ				
նորմա	70 (100%)	32 (45,71%)	17 (24,28%)	21 (30%)
4000-5000 մ	58 (82,85%)	28 (48,27%)	16 (27,58%)	14 (24,13%)
7500-8000 մ	43 (61,42%)	25 (58,13%)	10 (23,25%)	8 (18,60%)
«իջեցում»	59 (86,76%)	26 (44,06%)	17 (28,81%)	16 (27,11%)

Մքնողորտային ճնշման բնականուն պայմաններում նշահամալիրի հիմակողմնային կորիզների գրգռման ժամանակ արգելակվող էրսայիրատոր և ինսպիրատոր նեյրոնների համազարկում նկատվել է իմպուլսների քանակի կրճատում, հետեւաբար և իմպուլսների միջին հաճախության փոքրացում, իսկ ակտիվացվող նեյրոնների համազարկում՝ իմպուլսների քանակի ավելացում, հետևաբար և իմպուլսների միջին հաճախության մեծացում (աղ. 2): Աղյուսակ 2-ում ներկայացված է նորմայում և հիպօրսիայի ազդեցության դինամիկայում նշահամալիրի հիմակողմնային խմբի կորիզների գրգռման ժամանակ էրսայիրատոր և ինսպիրատոր նեյրոնների իմպուլսային ակտիվության փոփոխման բնույթը:

Եղակետային տվյալների գրանցումից հետո նույն նեյրոնների վրա հետազոտությունները անց են կացվել հիպօրսիայի ազդեցության դինամիկայում:

4000-500 մ «բարձրության» վրա հիպօրսիայի ազդեցության արդյունքում բոլոր գործող նեյրոնների իմպուլսային ակտիվության միջին հաճախությունը՝ մեծացել է: Նման հեշտացված ֆոնի վրա վերը նշված կորիզների գրգռումն առաջացրել է արտահայտված արգելակող ազդեցություն (աղ. 2):

Հիմնօրդիքային պայմանմերում նշանահատմանիցից հետո պողոմային կողմանից գրառման մվատմաք երկարավոր ուղղի ՀՀ առաջարկած  
նկարագրությանը հիմնությանը ակտուալացնելու ժամանակակից աստիճանամբ

Ցուցանիշներ	Գրգռում	Արգելվածում				Կռավիրատոր ներուներ				Անտիւացում .
		0-500մ	4000-5000 մ	7500-8000 մ	>9500մ	0-500մ	500-1000 մ	4000-5000 մ	7500-8000 մ	
համագործ տևադրյալը	1	0,52	0,50	0,55	0,52	0,51	0,48	0,52	0,52	0,50
համագործ քանակը	2	0,52	0,50	0,55	0,52	0,51	0,47	0,50	0,50	0,50
հմարդաների քանակը	1	22	28	13	23	17	21	12	12	16
հմարդաների քանակը	2	14	16	11	15	22	28	13	13	21
հմարդաների միջին հաճախություն (խափ/)	1	43,13±1,72	56±4,85	23,63±1,53	44,23±4,08	33,33±2,97	43,75±0,2	23,07±1,40	32,00±2,84	
հմարդաների միջին հաճախություն (խափ/)	2	27,45±1,73	32,00±2,64	20±1,22	28,34±2,34	44,00±2,45	59,57±5,16	26,00±2,08	42,04±3,65	
P		0,001	0,001	0,1	0,001	0,02	0,02	0,2	0,05	
Վիճականամ աստիճանը		36,35%	42,85%	15,36%	34,79%	32,01%	31,25%	12,70%	36,16%	
Ինտերվիվատոր ներուներ										
համագործ տևադրյալը	1	0,42	0,40	0,43	0,42	0,44	0,42	0,42	0,42	0,42
համագործ քանակը	2	0,40	0,40	0,43	0,42	0,44	0,42	0,42	0,42	0,42
հմարդաների քանակը	1	19	24	11	18	18	21	13	13	22
հմարդաների միջին հաճախություն (խափ/)	2	11	13	9	11	24	29	15	15	29
հմարդաների միջին հաճախություն (խափ/)	1	45,23±4,07	60,00±5,52	25,58±2,21	42,85±3,96	40,90±3,52	50±4,63	30,95±3,04	52,38±4,61	
հմարդաների միջին հաճախություն (խափ/)	2	27,50±2,31	32,50±5,03	20,93±2,03	26,19±2,23	54,54±5,14	69,04±6,34	35,71±3,85	69,04±5,63	
P		0,001	0,001	0,2	0,001	0,05	0,02	0,5	0,05	
Վիճականամ աստիճանը		39,19%	45,83%	18,17%	38,87%	33,34%	38,08%	15,37%	31,80%	

1-մինչև գրգռում, 2-գրգռումից հետո:

Հիպօքսիայի ազդեցության երկրորդ փուլում (7500-8000 մ) շնչառական նեյրոնների իմպուլսային ակտիվության փոփոխություններն արտահայտվել են համագարկում իմպուլսների քանակի խիստ կրծատմամբ, իսկ որոշ դեպքերում դրանց ակտիվության լրիվ ծննդմամբ: Նման ծննդված ֆոնի վրա նշահամալիրի հիմակողմնային կորիզների գրգռումը այդ գոյացությանը բնորոշ ունակցիա չի առաջացրել (աղ. 2):

Կենդանիներին իշեցնելուց հետո՝ մթնոլորտային ճնշման բնականոն պայմաններում 10-15 րոպեի ընթացքում դիտվել է շնչառական նեյրոնների ակտիվության, ինչպես նաև գրգռման նկատմամբ նրանց պատասխան ունակցիաների ելակետային մակարդակի վերականգնում:

Վերը նկարագրված փորձարարական նյութը շնչառական նեյրոնների իմպուլսային ակտիվության վրա հիպօքսիայի և նշահամալիրի հիմակողմնային խմբի կորիզների էլեկտրական գրգռման կոմպլեքս ազդեցության արդյունք է: Նման դեպքում հիպօքսիայի փուլերը ծառայել են որպես ֆոն, որոնց վրա հետո վերադրվել է նշահամալիրի ազդեցությունը: Նորմօքսիայում վերը նշնդված կորիզների գրգռման ժամանակ ստացված տվյալները հիպօքսիայի պայմաններում կատարվող փորձերի համար ծառայել են որպես ստուգիք: Կենդանիների «քարձրացման» ժամանակ առաջին փուլում (4500-5000 մ քարձրության վրա) շնչառական նեյրոնների ակտիվության քարձրացումը պայմանավորված է նյարդային բջիջների վրա ինչպես ունիելու, այնպես էլ РО<sub>2</sub>-ի իշեցման անմիջական ազդեցությամբ և բջջային քաղանքների ապարենուացմամբ [6,7]:

Երկրորդ փուլում (7500-8000 մ քարձրության վրա) տեղի է ունեցել շնչառական նեյրոնների ակտիվության ճնշում, որը կապված է բջջային քաղանքների կառուցվածքաֆունկցիոնալ կազմակերպվածության, կալիում-նատրիումական պոմպի փունկցիայի խանգարման, ինչպես նաև բջջային ացիդոզի զարգացման հետ:

Շնչառական նեյրոնների վրա նշահամալիրի հիմակողմնային կորիզների քարդ և քազմանշանակ՝ հատկապես առավել արգելակող, իսկ որոշ դեպքերում ակտիվացնող ազդեցությունը կարելի է բացատրել նրանով, որ նշահամալիրի այդ հատվածում դիֆուզ տարաբաշխված են ինչպես գերակշիռ արգելակող, այնպես էլ ակտիվացնող նեյրոններ:

Մեր նախկին ուսումնասիրություններում [9,10] շնչառական նեյրոնների վրա լիմբիական համակարգի մյուս գոյացությունների՝ ենթատեսարմբի, նշահամալիրի կեղևամիջային կորիզների ազդեցության ուսումնասիրման ժամանակ դիտվել է հակառակ՝ ակտիվացվող նեյրոնների քանակը գերակշունչ է արգելակվողներին: Այստեղից հետևում է, որ շնչառության կարգավորման մեջ որոշիչ է ոչ թե կարգավորման ինչ-որ մակարդակ, այլ տարբեր մակարդակների գումարային փոխազդեցությունը: Միայն նման կարգավորումը կարող է ապահովել շնչառության առավել հստակ և հուսալի հարմարվողականություն շրջապատող միջավայրի փոփոխվող պայմաններին:

Մարդու և կենդանիների ֆիզիոլոգիայի ամբիոն

Ստացվել է 12.05.1999

#### ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1. Акопян Н.С., Баклаваджян О.Г., Саркисян Н.В. Реакция дыхательных нейронов продолговатого мозга на раздражение ядер миндалевидного комплекса при гипоксии. – Физиолог. ж. СССР, 1991, т. 77, № 12, с. 41-48.
2. Баклаваджян О.Г., Нерсесян Л.Б., Еганова В.С., Хачатрян А.В., Баклаваджян М.О., Никогосян Т.Г., Саруханян Р.В. Влияние базолатеральной группы ядер амигдалы на бульбарные механизмы регуляции дыхания и вазомоторной активности. – Архив клинической и экспериментальной медицины. ДонГМУ, 1998, т. 7, № 1, с. 19-22.
3. Нерсесян Л.Б. Супрабульбарные и нейрохимические механизмы регуляции активности бульбарных дыхательных нейронов: Автореф. дис. на соискание уч. ст. д.б.н. Ереван, Ин-т физиологии НАН, 1995, 41 с.

4. Буреш Я., Петрань М., Захар И. Электрофизиологические методы исследования. М.: Изд-во ИЛ, 1962, 456 с.
5. Ойвин И.А. Статистические обработки экспериментальных исследований. – Ж. патол., физиол. и экспер. терапии. 1960, т. 4, №4, с. 76-85.
6. Богомолец В.И. Влияние изменения газового состава среды на электрофизиологические свойства нейронов беспозвоночных животных. Кислородный гомеостаз и кислородная недостаточность. Киев: Наукова думка, 1978, с. 55.
7. Salmoiraghi G.C., Baumgarten R.V. Intracellular potentials from respiratory neurones in brainstem of cat and mechanism of rhythmic respiration. – J. Neurophysiol., 1961, v. 24, p. 203.
8. Myres R.E., Yamaguchi M. Tissue lactate accumulation (15-20 mc moles/g) as cause of cerebral edema. – Neuroscience, Abstracts, 1976, v. 11, p. 1043.
9. Карапетян М.А., Баклаваджян О.Г., Акопян Н.С. Изменение импульсной активности бульбарных дыхательных нейронов в условиях острой гипоксии. – Физиолог. ж. СССР, 1983, т.63, №5, с.623.
10. Карапетян М.А., Баклаваджян О.Г., Акопян Н.С. Исследование гипоталамических механизмов регуляции активности дыхательных нейронов продолговатого мозга в условиях гипоксии. – Физиолог. ж. СССР, 1987, т. 13, №7, с. 926.

Н.Ю.АДАМЯН

## ВЛИЯНИЕ БАЗОЛАТЕРАЛЬНЫХ ЯДЕР АМИГДАЛЫ НА БУЛЬБАРНЫЕ ДЫХАТЕЛЬНЫЕ НЕЙРОНЫ ПРИ ГИПОКСИИ

### Резюме

В норме и в условиях гипоксии изучено влияние базолатеральных ядер амигдалы на импульсную активность дыхательных нейронов продолговатого мозга. В условиях нормоксии раздражение базолатеральных ядер амигдалы оказывало преимущественно тормозящее влияние. В начальной фазе гипоксии (4000–5000 м) частота залпового разряда инспираторных и экспираторных нейронов повышалась. На таком фоне раздражение вышеуказанных ядер оказывало преимущественно тормозное влияние на активность дыхательных нейронов. В фазе тяжелой гипоксии (7500–8000 м) на фоне выраженного гипоксического угнетения активности дыхательных нейронов раздражение базолатеральных ядер амигдалы не вызывало выраженных изменений. После спуска животных в условиях нормального атмосферного давления наблюдалось постепенное восстановление исходных показателей как спонтанной активности дыхательных нейронов, так и их реакции на раздражение.

**ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍՈՒՐԻ ԳԻՏԱԿԱՆ ՅԵՂԵԿԱԳԻՐ  
УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ ЕРЕВАНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА**

Բանական գիտություններ

1,2000

Естественные науки

*Геология*

УДК 550.4.311(523.42)

С.И. БАЛАСАНЯН

**СУЖДЕНИЕ О ГЕОХИМИЧЕСКОЙ ДИФФЕРЕНЦИАЦИИ  
ВЕЩЕСТВА МАНТИИ ЗЕМЛИ**

Рассматривается вопрос геохимической дифференциации вещества мантии с помощью введенного автором специального коэффициента К и кларковых отношений ряда разноименных информативных элементов. По величинам коэффициента К составлены схемы дифференциации элементов, которые показывают масштабы химической дифференциации мантии при формировании ее дифференциатов.

В нашей Солнечной системе Земля является наиболее интенсивно дифференциированной планетой. Благодаря дифференциации ее мантии здесь образовались основные, средние и кислые магматические породы. По имеющимся данным на других внутренних планетах и Луне дифференциация ограничивалась возникновением основных пород. Следовательно, кислые породы представляют собой высокодифференцированный продукт, возникший в результате многократной переработки вещества мантии в связи с периодически проявляющимися в геологической истории Земли магматическими процессами. Кислые породы можно считать конечным продуктом дифференциации не только мантии Земли, но и исходного вещества нашей Солнечной системы.

*Таблица 1*

*Величины коэффициентов K<sub>1</sub>, K<sub>2</sub>, K<sub>3</sub> информативных элементов*

Z	Элементы	K <sub>1</sub>	K <sub>2</sub>	K <sub>3</sub>	Z	Элементы	K <sub>1</sub>	K <sub>2</sub>	K <sub>3</sub>
3	Li	80	64	30	57	La	600	290	270
4	Be	27	19	2	58	Ce	1000	700	45
8	O	1,15	1,1	1,002	59	Pr	120	90	46
9	F	8,0	6,6	3,7	60	Nd	460	370	20
11	Na	4,86	4,3	3,3	62	Sm	90	80	53
12	Mg	0,02	0,07	0,15	63	Eu	15	13	8
13	Al	3,81	3,3	3,5	64	Gd	90	80	53
14	Si	1,7	1,5	1,2	65	Tb	25	43	8
19	K	66,8	50	14	66	Dy	67	50	38
20	Ca	2,26	4,2	9,6	67	Ho	20	17	11
24	Cr	0,01	0,04	0,1	68	Er	40	33	21
26	Fe	0,18	0,47	0,86	69	Tm	30	27	20
27	Co	0,02	0,09	0,22	70	Yb	40	33	21
28	Ni	0,004	0,02	0,08	71	Lu	10	8	6
31	Ca	13,33	12,6	1,73	73	Ta	194,4	139	26
37	Rb	100	75	22,5	74	W	22	13	7
38	Sr	30	34	44	79	Au	0,13	0,70	0,6
39	Y	390	290	210	81	Tl	150	100	20
40	Zr	4,44	3,77	2,4	82	Pb	200	160	80
50	Sn	6	5	3	90	Th	3600	2600	600
55	Cs	50	37	11	92	U	1166,6	833	166,6
56	Ba	830	650	300	TR		163	124	43,3

Сопоставление массовых кларков всех элементов периодической системы Менделеева в ультраосновных породах, взятых в качестве представителей вещества мантии [1, 2], основных и средних, а также кислых породах, рассматриваемых как конечный продукт дифференциации вещества мантии, показало, что наиболее информативными являются элементы, приведенные в табл. 1, т. к. в ряду мантия – основные породы – средние породы – кислые породы их массовые кларки характеризуются определенной направленностью – либо закономерно возрастают, либо уменьшаются. Кларки остальных элементов в указанном ряду слева направо меняются незакономерно.

Степень дифференциации элементов определяется коэффициентом  $K$ , представляющим отношение массового кларка данного информативного элемента в каком-нибудь переработанном дифференциате мантии к массовому кларку того же элемента в мантии. Наиболее важным является коэффициент  $K_1$ , который показывает наивысшую степень дифференциации вещества мантии.  $K_1$  определяется отношением массовых кларков одноименных элементов конечного дифференциата и исходного вещества, т. е.

$$K_1 = \frac{\text{масс. кларк элемента в кислых породах}}{\text{масс. кларк элемента в мантии}}.$$

Таким путем вычислены значения  $K_1$  для конечного дифференциата,  $K_2$  – для земной коры,  $K_3$  – для основных пород как наиболее часто встречающегося дифференциата на нашей и других внутренних планетах.

Как выяснилось, немаловажное значение приобретают также отношения массовых кларков K/Na, Na+K/Mg+Fe, Ba/Rb, Pb/Sr, La/Yb, Ba/La, La/Sm, Th/Y, Th/U, Th+U/TR, величины которых закономерно меняются при переходе от мантии к ее дифференциатам (табл. 2).

Таблица 2

*Величины отношений кларков ряда важных элементов при формировании различных дифференциатов мантии Земли*

Отношения элементов	Мантия	Основные породы	Кислые породы	Земная кора
K/Na	0,087	0,36	1,20	1,0
Na+K/Mg+Fe	0,017	0,2	2,55	0,76
Ba/Rb	0,5	6,67	4,16	4,3
Pb/Sr	0,01	0,018	0,06	0,047
La/Yb	1,0	12,85	15,0	8,8
Ba/La	10,0	11,1	13,83	22,4
La/Sm	1,0	5,09	6,0	3,6
Th/Y	0,05	0,14	0,5	0,44
Th/U	1,66	6,0	5,1	5,2
Th+U/TR	0,026	0,89	1,43	1,36

В табл. 1 приведены  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $K_3$ , по которым составлены табл. 3–5, отражающие схему дифференциации информативных элементов соответственно при процессах образования конечного дифференциата, земной коры и основных пород. В каждом ряду подобных таблиц элементы расположены в порядке уменьшения величины коэффициента  $K$ . Номер ряда и место элемента в рядах дают представление о количественном изменении данного элемента при процессах дифференциации исходного вещества и образования того или иного дифференциата. По указанным схемам легко обозреть сходные и отличительные черты процессов дифференциации элемента, имевших место при формировании различных дифференциатов мантии.

Табл. 3 дает представление о ходе дифференциации информативных элементов при образовании кислых пород от мантии Земли. Как видно, в этом процессе происходили большие изменения в кларках всех информативных элементов, при-

чем дифференциация мантийного вещества выражалась в возрастании кларков большинства элементов (величина  $K_1$  обычно больше 10), только имело место резкое понижение кларков таких мантийных элементов, как Fe, Co, Mg, Cr Ni (величины  $K_1 < 1$ ).

Таблица 3

*Схема дифференциации информативных элементов при образовании кислых пород из мантии Земли*

Величины $K_1$	Элементы в порядке уменьшения $K_1$
3600–1000	Th, U
1000–100	Ce, Ba, La, Nd, Y, Pb, Ta, TR, Tl, Pr, Rb
100–50	Sm, Gd, Li, Dy, K, Cs
50–10	Yb, Ez, Sr, Tm, Be, Tb, W, Ho, Eu, Ca, Lu
10–1	F, Sn, Na, Zr, Al, Ca, Si, O
<1 (0,18–0,004)	Fe, Au, Co, Mg, Cr, Ni

Кларки многих элементов менялись несколько десятков, даже несколько сотен и тысяч раз ( $K_1=0,004$ –3600), причем наибольшим изменениям подвергались редкие элементы, нежели петрогенные (табл. 1, 3). Напр., в результате многократной переработки мантийного вещества кларк Th возрастал в 3600 раз, U – 1166 раз, Ce – 1000 раз, Ba – 830 раз, Na – 460 раз, Pb – 200 раз и т. д. В то же время у петрогенных элементов  $K_1$  колеблется в узких пределах – 1, 7 (Si) до 4,86 (Na). Несколько особняком среди петрогенных элементов стоят K ( $K_1=66$ ) и Mg ( $K_1=0,02$ ).

Отличительной чертой схемы дифференциации элементов при образовании кислых пород является довольно резкий рост величин отношений кларков элементов, приведенных в табл. 2. Особенно резко возросли величины отношений Na+K/Mg+Fe (150 раз), Th+U/TR (55 раз), La/Yb (15 раз), K/Na (14 раз), Th/U (10 раз).

Таблица 4

*Схема дифференциации информативных элементов при формировании земной коры из мантии Земли*

Величины $K_2$	Элементы в порядке уменьшения $K_2$
>1000	Th
1000–100	U, Ce, Ba, Nd, La, Y, Pb, Ta, TR
100–50	Pr, Sm, Gd, Li, K, Dy
50–10	Tb, Cs, Sz, Er, Yb, Tm, Be, Ho, Eu, W, Sa
10–1	Lu, F, Sn, Na, Ca, Zr, Al, Si, O
<1 (0,7–0,03)	Au, Fe, Co, Mg, Cr, Ni

При формировании земной коры, судя по данным табл. 4, в процессе дифференциации происходили примерно те же вышеотмеченные изменения, только в меньшем масштабе (см. величины  $K_1$  и  $K_2$ ). Даже порядки величин отношений кларков одноименных элементов как для земной коры ( $K_2$ ), так и кислых пород ( $K_1$ ) за редким исключением совпадают (в обеих таблицах в горизонтальных рядах одноименные элементы обычно занимают одинаковые места). Близки также величины отношений Th/U, Ba/Rb, Th+U/TR, Th/Y, K/Na (табл. 2). Это все объясняется тем, что и те, и другие являются продуктами многократной переработки вещества мантии.

Однако намечаются и различия: 1) величины отношения кларков Fe, Co, Mg, Cr, Ni, Au, Ca, Tb, Sr более высокие для земной коры ( $K_2$ ) по сравнению с кислыми породами ( $K_1$ ); 2) величины отношения кларков остальных элементов, как правило, для кислых пород выше ( $K_1$ ), чем для земной коры ( $K_2$ ); 3) для кислых пород более высокие величины – La/Yb, La/Sm, (Na+K)/(Mg+Fe). Эти различия объясняются более интенсивными процессами дифференциации элементов при образовании конечного дифференциата.

Таблица 5

*Схема дифференциации информативных элементов при образовании основных пород из мантии Земли*

Величины $K_1$	Элементы в порядке уменьшения $K_1$
>1000	–
1000–100	Th, Ba, La, Y, U
100–50	Pb, Sm, Gd, Sr, TR, Dy, Li, Ta, Rb
50–10	Pr, Ce, Er, Yb, Nd, Tm, Tl, K, Cs
10–1	Ca, Eu, Tb, Lu, W, F, Al, Na, Sn, Zr, Sr, Si, Ga, O
<1 (0,86–0,08)	Fe, Ba, Co, Mg, Cr, Ni

Дифференциация элементов при формировании основных пород от мантии Земли выражалась в уменьшении кларков элементов, расположенных выше этого ряда. Здесь также наибольшие изменения претерпевали редкие элементы и меньшие – петрогенные (последние располагаются в нижних рядах и имеют низкие величины  $K_3$ ). При дифференциации мантийного вещества особенно резко возрастало содержание Th ( $K_3=600$ ), Ba ( $K_3=300$ ), Y ( $K_3=210$ ), U ( $K_3=166$ ) и т. д. Для петрогенных элементов  $K_3$  меняется от 1,2 (Si) до 9,6 (Ca). Обращает на себя внимание среди петрогенных элементов калий, подвергшийся наибольшим изменениям ( $K_3=14$ ).

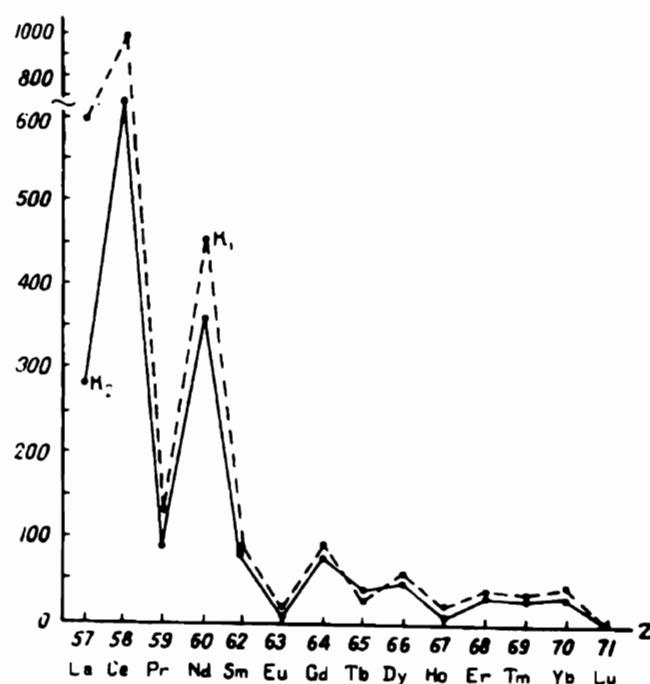
При образовании основных пород от мантии Земли наблюдается рост всех отношений кларков элементов, приведенных в табл. 2, в частности Th+U/TR – в 33 раза, Ba/Rb – в 13 раз, La/Yb – в 12 раз, Na+K/Mg+Fe – в 18 раз, но величины отношений кларков элементов в большинстве случаев остаются низкими по сравнению с кислыми породами (см. табл. 2).

Если сопоставить между собой табл. 3–5, то легко заметить, что при формировании дифференциатов мантии – основных пород, земной коры и кислых пород – имели место примерно одинаковые изменения в процессе дифференциации элементов. Только масштабы изменений в ряду основные породы – земная кора – кислые породы возрастают в связи с увеличением интенсивности дифференциации элементов. Поэтому величины коэффициента  $K$  одноименных элементов в отмеченном ряду либо резко увеличиваются (большинство элементов), либо по той же причине уменьшаются. Среди петрогенных элементов у калия величины коэффициента  $K$  меняются скачкообразно. Скачкообразная смена величин коэффициента  $K$  особенно характерна для Ce, U, Th.

Общей особенностью является и то, что при формировании всех дифференциатов мантии в процессе дифференциации элементов каждый раз происходит рост величин всех отношений кларков элементов, указанных в табл. 2. Кроме того, величины отношений Pb/Sr, Na+K/Fe+Mg, K/Na, Th+U/TR, Th/Y в ряду мантия – основные породы – земная кора – кислые породы закономерно изменяются в одном направлении (односторонне возрастают), в то время как в изменении величин остальных кларковых отношений определенной направленности не наблюдается.

У редких земель намечается закономерная периодичность – величины  $K_1$  и  $K_2$ , как правило, более высокие у элементов с четными порядковыми номерами по сравнению с соседними элементами с нечетным  $Z$ , что иллюстрируется на рисунке. У остальных элементов такой периодичности не усматривается. Более того, как

видно из табл. 1, ряд нечетных элементов (Li, F, Al, K, Pb, Y, Ta) имеет несравненно более высокие величины коэффициентов  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $K_3$ , чем рядом стоящие четные элементы (Be, O, Si, Ca, Sr, Zr, W).



Зависимость величины коэффициентов  $K_1$  и  $K_2$  от порядковых номеров редкоземельных элементов.

Наибольшие величины  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $K_3$  наблюдаются среди четных элементов у Th, U, Cl, Ba, Pb и среди нечетных у La, Ta, I, Tl, т. е. у тяжелых элементов ( $Z$  выше 56). Максимальные величины коэффициента  $K$  присущи наиболее неустойчивым элементам – Th и U. С ростом  $Z$  закономерности нет (см. табл. 1).

Судя по данным табл. 6, из 23 элементов, имеющих наибольшие величины коэффициентов  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $K_3$ , 12 характеризуются четными значениями  $Z$ ,  $N$ ,  $A$ , а остальные 11 – нечетными  $Z$  и  $A$ , но четным  $N$ , т. е. ядра последних элементов принадлежат нечетно-четному типу.

Вышеизложенное позволяет прийти к выводу, что с помощью коэффициента  $K$  и кларковых отношений ряда вышеотмеченных элементов можно судить о степени геохимической дифференциации мантийного вещества. Составленные по величинам  $K$  схемы дифференциации информативных элементов для различных дифференциаторов мантии показывают, что при их формировании в общих чертах имели место примерно одинаковые изменения в процессе фракционирования элементов, однако масштабы дифференциации возрастают в ряду мантия – основные породы – земная кора – кислые породы. Наибольшим изменениям, как правило, подвергаются редкие элементы (для них величины коэффициента  $K$  достигают иногда нескольких тысяч), нежели петрогенные. Поэтому для суждения об уровне дифференциации исходного вещества особенно важными являются редкие элементы и калий из петрогенных элементов, имеющие наиболее высокие значения коэффициента  $K$ . Мантийное вещество претерпело наибольшие изменения при формировании его конеч-

Таблица 6

Элементы с наибольшими величинами  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $K_3$ 

Элементы	Z	N	A	$K_1$	$K_2$	$K_3$
Li	3	4	7	3	64	80
K	19	20	39	+14	50	66,8
Rb	37	48	85	22,5	75	160
Sr	38	50	88	44	34	30
Y	39	50	89	10	290	340
Cs	55	78	133	11	37	50
Ba	56	82	138	300	650	830
La	57	82	139	270	290	600
Ce	58	82	140	45	700	1000
Pr	59	82	141	46	90	120
Nd	60	82	142	20	370	460
Sm	62	90	152	53	80	90
Gd	64	94	158	53	80	90
Tb	65	94	159	8	43	25
Dy	66	98	164	38	50	67
Er	68	98	166	21	33	40
Tm	69	100	169	20	27	30
Yb	70	104	174	21	33	40
Ta	73	108	181	26	139	194,4
Tl	87	124	205	20	100	150
Pb	82	126	208	80	160	200
Th	90	142	232	600	2600	3600
U	92	146	238	166	833	1166,6

ногого дифференциата, о чем свидетельствует широкий диапазон колебания  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $K_3$ . Информативные элементы, имеющие наибольшие величины  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $K_3$ , характеризуются четными значениями Z, N, A или нечетными – Z и A, но четным – N.

Кафедра минералогии и петрографии

Поступила 02.07.1999

## ЛИТЕРАТУРА

- Браунлоу А.Х. Геохимия. М.: Недра, 1984, 464 с.
- Виноградов А.П. Дифференциация вещества Луны. Космохимия Луны и планет. М.: Наука, 1975, с. 5–28.

## Ս.Ի. ԲԱՎԱՍԱՆՅԱՆ

ԴԱՏՈՂՈԹՅՈՒՆ ԵՐԿՐԻ ԹԻԿՆՈՑԻ ՆՅՈՒԹԻ ԵՐԿՐԱՋԻՄԻԱԿԱՆ  
ՏԱՐԲԵՐԱԿՄԱՆ ՄԱՍԻՆ

## Ամփոփում

Դիտարկվում է թիկնոցի երկրաքիմիական տարրերակման հարցը հեղինակի կողմից առաջարկված  $K$  հատուկ գործակցի և որոշ էլեմենտների կարկային հարաբերությունների օգնությամբ:  $K$  գործակցի արժեքների հիման վրա կազմվել են էլեմենտների տարրերակման սխեմաներ, որոնք ցույց են տալիս թիկնոցի թիմիական տարրերակման աստիճանը նրա դիֆերենցիատների ձևավորման ընթացքում: Պարզվել է, որ ամենամեծ փոփոխությունների ենթարկվում են հազվագյուտ էլեմենտները և պետրոգեն էլեմենտներից կայլումը, որոնք ունեն  $K$  գործակցի ամենամեծ արժեքները: Այսպիսի էլեմենտների ատոմները բնութագրվում են  $Z$ ,  $N$ ,  $A$ -ի զույգ կամ  $Z$ ,  $A$ -ի կենտ, իսկ  $N$ -ի զույգ արժեքներով:

**ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆԻ ԳԻՒԱԿԱՆ ՑԵՂԵԿԱԳԻՐ**  
**УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ ЕРЕВАНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА**

Բանկայի գիտություններ

1,2000

Естественные науки

*Геология*

УДК 553.411.435

Г.Г. ГЕЛЕЦЯН, Р.А. АРУТЮНЯН

**О МЕДНО-ЗОЛОТОМ ОРУДЕНЕНИИ СЕВЕРО-ЗАПАДНОЙ ЧАСТИ  
ШАМШАДИНСКОГО АНТИКЛИНОРИЯ  
(РАЙОН ИДЖЕВАНСКОГО МЕСТОРОЖДЕНИЯ КАМЕННОГО УГЛЯ)**

Приведены новые данные о металлоносности позднебайосских вулканогенных толщ Шамшадинского антиклинория в районе Иджеванского месторождения каменного угля. По имеющимся материалам охарактеризовано оруденение, пространственно приуроченное к окологерловым фациям позднебайосского центрального вулкана, проявившегося в предбатскую орофазу. Сделана попытка сопоставления выявленного оруденения с известными рудными полями Сомхето-Карабахской зоны.

При общепризнанности высокой металлоносности Алавердского рудного района и аналогичности геологического строения и истории геологического развития Алавердского и Шамшадинского (Тавушского) антиклинориев труднообъяснимо отсутствие в пределах последнего весомых месторождений металлических полезных ископаемых. Это, на наш взгляд, отчасти объясняется степенью изученности Шамшадинского антиклинория с позиций рудоносности.

Отметим, что медноколчеданное оруденение Алавердского рудного района многими исследователями связывалось с гидротермально-интрузивным процессом, недооценивалась роль вулканогенно-осадочного рудообразования. В то же время в разные годы многие исследователи (А.Н. Заварецкий, В.И. Смирнов, Дж. Мейнард, Д.Т. Рикард, Г. Цвейфель, Т. Ватанабе, Р. Оаши и др.) подчеркивали связь (часто прямую) колчеданного оруденения с вулканической деятельностью.

Так, обосновывается, что сульфидные месторождения Шелефто (Швеция) до-кембрийского возраста являются стратиграфическими залежами, возникшими в процессе вулканической деятельности и связанного с ней осадконакопления в вулканической зоне островной дуги [1].

Месторождения Иберийского пояса (Испания, Португалия, возраст фаменвизе) имеют четкие признаки генетического единства, приурочены к стратиграфическому уровню промежуточной серии туфогенно-осадочных пород и являются ярким примером тесной связи гидротермально-осадочного рудообразования с вулканической деятельностью [2].

По вопросу генезиса колчеданных месторождений Японии имеется точка зрения относительно их образования в результате сочетания гидротермального и осадочно-эксгалаационного процессов в условиях морского дна [3–8]. Эта точка зрения, принятая большинством японских геологов, подтверждается следующими прямыми геологическими наблюдениями: а) рудные залежи стратифицированы, имеют пластообразную или линзовидную форму и залегают, в общем, согласно со слоистостью вмещающих пород; б) колчеданные месторождения концентрируются в районах и стратиграфических горизонтах, наиболее богатых продуктами вулканизма (базальтового в палеозойских и риолитового в кайнозойских толщах); в) отмечается ритмичная слоистость сульфиданосных туфов и аргиллитов в висячем боку рудных тел.

В этой связи, на примере относительно детально изученной площади Иджеванского месторождения каменного угля, нами предпринята попытка рассмотреть вопросы генезиса колчеданного оруденения региона, что позволит расширить перспективы металлоносности Шамшадинского антиклиниория.

Иджеванское месторождение каменного угля приурочено к западной, периклинально погружающейся части Шамшадинского антиклиниория. В районе месторождения развиты сильно дислоцированные юрские (преимущественно среднеюрские) образования, которые образуют антиклинальные и синклинальные складки общекавказского простирания, срезанные субширотными и субмеридиональными разрывными нарушениями сбросового и сдвигового типов (рис. 1).

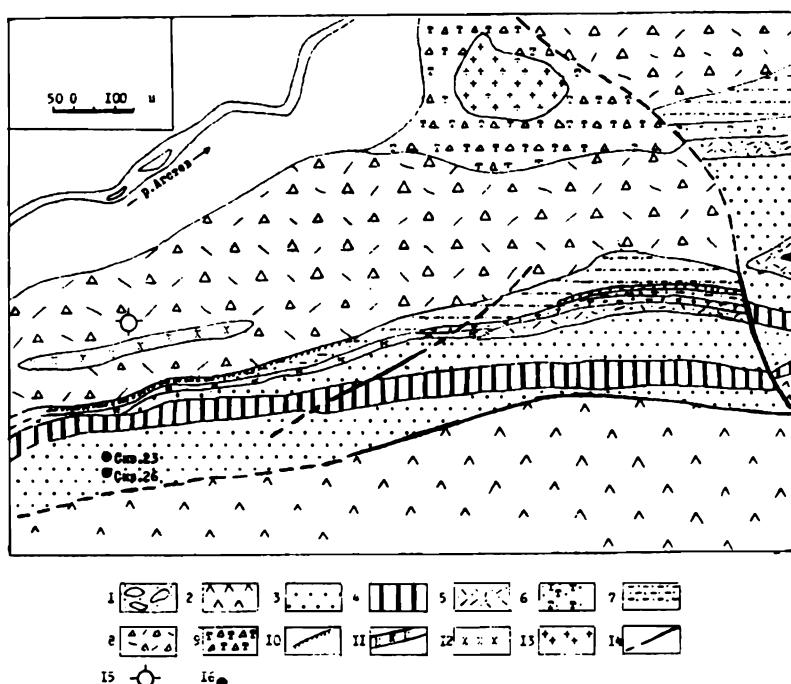


Рис. 1. Геологическая карта Иджеванского месторождения каменного угля. 1 – четвертичные аллювиальные отложения. 2 – верхний бат, порфириты, их туфы и туфобрекции с прослойями терригенных пород. 3 – нижний бат, терригенная угленосная толща. 4 – продуктивный угленосный горизонт: угли, углистые аргиллиты, песчаники и т. д. 5 – верхний байос, кислые пепловые и гравийные туфы с отдельными пачками песчаников и туффоидов. 6 – верхний байос, туфобрекции и туфы порфиритов. 7 – верхний байос, осадочный комплекс (аргиллиты, алевролиты, песчаники) с отдельными пачками кислых туфов, туффоидов. 8 – верхний байос, комплекс кислых пирокластолитов: туфобрекции, туфы, туфоконгломераты, реже кварцевые плагиопорфиры, туфоиды с отдельными прослойями аргиллитов, алевролитов и т. д. 9 – нижний байос, туфобрекции нижних порфиритов (Кошабердская свита): туфобрекции, туфы порфиритов с маломощными покровами миндалекаменных порфиритов. 10 – гидротермально-осадочные образования: силициты (гейзериты?), оруденелые аргиллиты, алевролиты и т. д. 11 – кора выветривания. 12 – плагиопорфиры, 13 – субинтрузивные тела кварцевых порфиров. 14 – тектонические нарушения. 15 – позднебайосский вулканический аппарат центрального типа. 16 – буровые скважины.

Восходящий литолого-стратиграфический разрез района месторождения представлен в следующем виде [9].

На докембрийском метаморфическом комплексе с региональным несогласием залегает лейас-нижнеаленская терригенная толща. Последняя с местным несогласием перекрывается верхнеален-нижнебайосской вулканогенной толщиной, сложенной свитами “нижних порфиритов” (дебедская) и перекрывающих ее “туфобрекции-

ми нижних порфиритов". Возраст вышеотмеченных толщ фаунистически датирован на сопредельных площадях Грузии (Локский массив) и Азербайджана (Шамхорский антиклиниорий и др.).

"Туфобрекции нижних порфиритов" (кошабердская свита) согласно перекрываются фаунистически охарактеризованной флишоидной вулканогенно-осадочной толщей верхнего байоса, на разных горизонтах которой с местным седиментационным перерывом, иногда также с угловым несогласием залегает фаунистически охарактеризованная нижнебатская терригенно-угленосная свита. Последняя согласно перекрывается верхнебатской вулканогенной толщей ("верхние порфириты"), возраст которой в Сомхето-Карабахской зоне установлен по ее статиграфическому положению (заключена между фаунистически охарактеризованными толщами бата и келловея).

Келловей представлен терригенными образованиями, которые с местным седиментационным перерывом залегают над батскими образованиями. В районе Иджеванского месторождения разрез венчается оксфордскими известняками. Верхнеюрские образования обнажаются на левобережье р. Агстев.

С позиции рудной минерализации особый интерес представляет верхнебайосская вулканогенно-осадочная свита (более известная как свита "кварцевых порфиров"), которая в Сомхето-Карабахской зоне пользуется широким площадным развитием и в разных ее частях является рудоносной, в связи с чем известна под названием "рудоносная свита" [10].

Описываемая толща сложена пирокластолитами, осадочными, смешанными (туффоидами), в меньшей мере – эфузивными и субинтрузивными образованиями. Примечательно, что в отличие от вмещающих вулканогенных толщ (нижней и верхней вулканогенных), здесь резко преобладают вулканиты кислого состава. При этом переход к нижней вулканогенной толще происходит через постепенное изменение состава в сторону увеличения основности вулканитов и, по мнению ряда авторов, слагает единый дифференцированный по составу вулканогенный комплекс байоса [4, 10]. Рассматриваемая свита характеризуется флишеподобно ритмичным строением, и в ее восходящем разрезе выделяются флишоидная-туфогенная, нижняя терригенная, туфогенная (или туфогенно-осадочная) и верхняя осадочная подсвиты.

Преобладающие в разрезе кислые пирокластолиты имеют фиолетовую, розовую и светло-серую окраску и представлены лапиллиевыми, реже агломератовыми туфобрекциями, туфоконгломератами, пепловыми, в меньшей мере пелитоморфными туфами. Пирокластический материал риолито-дацитового, дацитового, реже переходного состава. Литокластический компонент характеризуется аллотриоморфнозернистой, криптокристаллической и микрогранобластовой структурами, сложенными агрегатами кварца и полевых шпатов. Они иногда отличаются флюидальностью. Кристаллокластический компонент сложен угловатыми, остроугольными и оскольчатыми зернами кварца, полевых шпатов (преимущественно альбита), реже слюды и пироксена. Витрокластический компонент состоит из девитрифицированного кислого стекла, часто отличающегося псевдофлюидальной текстурой. Связывающая основа пирокластических пород иногда обнаруживает реликтовую пепловую структуру. Аксессорные минералы представлены слюдой, а рудные – магнетитом.

Вторичные изменения выражены девитрификацией стекла и ее превращением в криптокристаллический и аллотриоморфнозернистый агрегат кварца и полевых шпатов. Кристаллокластический компонент (плахиоклаз и др.) подвергся перекристаллизации и замещен серицитом, хлоритом, карбонитом, пелитом, реже эпидотом.

Пирокластолиты основания свиты иногда представлены "ксенотуфами" и "ксенотуфобрекциями", чуждые же обломки в них – порфиритами, характеризующими микролитовой и пилотакситовой структурами основной массы. Они заимствованы из фундамента вулканической постройки на начальных этапах эруптивных

выбросов, о чём свидетельствует их форма, а также сходство с породами нижней вулканогенной свиты.

На общем фоне развития кислых пирокластолитов в окологерловых фациях центральных вулканов, в верхнебайосской вулканогенно-осадочной толще встречаются горизонты средне-основных туфов, туфобрекчий и туфоконгломератов. Примечательно, что разрезы верхнего байоса с горизонтами средне-основных пирокластолитов за пределами описываемой площади отличаются максимальными мощностями (Армутлы и т. д.).

В пределах Иджеванского месторождения мощность верхнебайосской вулканогенно-осадочной толщи достигает 250 м. В ее восходящем разрезе, в целом, происходит смена туфобрекчий и туфоконгломератов пепловыми и пелитоморфными туфами и туффоидами, а в полных разрезах толща венчается осадочными образованиями. Одновременно по латерали, с юга на север, происходит укрупнение пирокластического материала при параллельном сокращении количества и мощности осадочных образований.

Верхнебайосские осадочные и смешанные отложения сложены песчаниками, алевролитами, аргиллитами, туфопесчаниками, туфоаргиллитами, иногда мелкогачечными гравелитами, внутриинформационными конгломератами и сингенетическими брекчиями. При этом песчаники, отчасти и алевролиты содержат обуглившиесярастительные остатки.

Структура песчаников меняется от мелко- до крупнопсамитовой. Они преимущественно вулканомиктового состава. Песчаники и крупнозернистые алевролиты характеризуются неслоистой горизонтально-, реже прерывисто-слоистой текстурами. Иногда в них наблюдаются знаки ряби и волнения. Контакт песчаников с подстилающими аргиллитами местами эродированный.

Мелкозернистые глинистые алевролиты и аргиллиты темно-серого и черного цвета, характеризуются прерывистой, растрепанной и ленточной слоистостью со следами разламывания и взмучивания. Они местами содержат линзочки и прослои сингенетических брекчий. Местами в составе терригенных отложений толщи в значительном количестве встречаются гравелиты и конгломераты, слагающие мощные пачки и слои внутриинформационных конгломератов, которые залегают на эродированной поверхности аргиллитов и алевролитов. Конгломераты пространственно тяготеют к палеоподнятиям и в некоторых случаях перекрываются переотложенными продуктами кор выветривания, представленными горизонтами высокозрелых песчаников. В целом, мощность внутриинформационных конгломератов резко наращивается с юга на север.

При формировании свиты происходит постепенное обмеление бассейна, вызванное проявлением предбатской орофазы, что выражается в смене морских песчаников и крупнозернистых алевролитов глинистыми алевролитами и аргиллитами лагунной и зарастающей-водоемной фаций.

Осадконакопление сопровождалось пульсационным проявлением эксплозивного вулканизма, в связи с чем в разрезе свиты происходит чередование туфогенных и осадочных горизонтов. Эти процессы в пределах Сомхето-Карабахской зоны проявились повсеместно [4, 9, 10].

В составе верхнебайосской вулканогенно-осадочной свиты эффузивные и субинтрузивные образования кварцевых порфиров и плагиопорфиров развиты не повсеместно и слагают не более 12–20% ее объема (1–1,5-метровые потоки миндалекаменных эффузивов и до 45 м субинтрузивные тела). Мощность характеризуемой свиты в районе Иджеванского месторождения и в других частях Сомхето-Карабахской зоны изменчива, что обусловлено как первичными факторами накопления, так и глубиной эрозионного процесса.

Геологические данные о пространственном размещении внутриинформационных конгломератов, агломератовых и агломератово-лапиллиевых туфобрекчий содержат важную палеогеографическую и палеовулканическую информацию, в частности при реконструкции места расположения центральных вулканических аппаратов.

тов. Анализ фаций и мощностей верхнебайосских вулканогенно-осадочных образований позволил в районе Иджеванского месторождения каменного угля установить наличие вулканической постройки центрального типа, которая в предбатском рельефе выражена в виде куполовидного (островного) поднятия (рис. 1).

При проведении угледисковых работ в подстилающих нижнебатскую угленосную толщу образованиях скважинами вскрыты интервалы с меднозолотым оруднением (рис. 2). Оруднение приурочено к гидротермально измененной верхнебайосской вулканогенно-осадочной толще, в составе которой с позиции рудной минерализации особенно выделяется флишоидная туфогенная подсвита, претерпевшая сильное окремнение, пиритизацию, хлоритизацию и т. д. Скважиной №23 на глубине 190–215 м вскрыта рудоносная зона, мощность которой по нормали 20,5 м (падение слоев 30–35°). Рудная минерализация развивалась по кислым агломератово-лапиллиевым, лапиллиевым туфобрекциям и гравийным туфам, относящимся к окологжерловым фациям центральных вулканов. В них эпизодически выделяются прослои (до 0,2 м) аргиллитов и алевролитов. Переход туфобрекций к алевролитам иногда происходит через 10–15-сантиметровые пласти молочно-белых кварцитов (гейзеритов?), пронизанных прожилками пирита и минералов меди (сод. Cu – 0,4%, Au – 0,7 г/т).

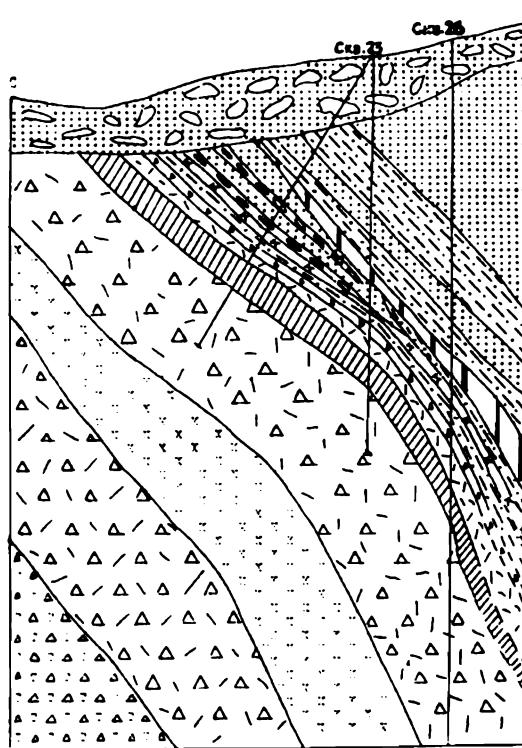


Рис. 2. Геологический разрез по линии скважин 23–26. Условные обозначения смотрите при рис. 1.

Из рудной зоны отобрано 17 секционных и штуфных проб, в которых содержание меди колеблется от 0,02 до 3,0% (табл. 1). Среднеарифметическое содержание меди по рудной зоне составляет 0,75%. По результатам химических анализов проб в указанной зоне выделяются два горизонта с относительно высоким содержанием меди, – верхний (мощностью 13,0–13,5 м) и нижний (мощностью 4,0–4,5 м).

На верхнем горизонте содержание меди по 7 пробам колеблется от 0,02 до 3,0%, а среднеарифметическое – составляет 0,84%, на нижнем горизонте – колеб-

ляется в пределах 0,25–2,03% и по 7 пробам среднеарифметическое содержание (близкое к средневзвешенному) составляет 0,9%.

Эти горизонты разобщены 3–4-метровым слоем с более низким содержанием меди (0,15–0,22%). При этом, по данным сплошного секционного опробования, в рудной зоне выделяются 1,4- и 1,5-метровые интервалы с содержанием меди 1–3% и 0,5–1,0%. Оруденение вкрапленного, прожилково-вкрапленного и прожилково-желвакового типов.

С медным оруденением тесно ассоциирует золото, по данным пробирного и атомно-адсорбционного анализов, установлены содержания золота до 1,3–3,2 г/т. Однако в скважине №23 на золото опробован только верхний рудный горизонт зоны, единичные пробы взяты также из межрудного слоя и из перекрывающих рудную зону образований. Как видно из табл. 1, относительно высокое содержание золота установлено в межрудном слое (3,2 г/т), и оно приурочено к контакту пирокластических образований с перекрывающим прослоем аргиллитов, вероятно, сыгравшего экранирующую роль. Нижний рудный горизонт на золото не изучен. Следует отметить также заметное содержание мышьяка в отобранных пробах (до 1%).

Результаты опробования скважины №23 (прямой ствол)

Таблица 1

	№№ проб	Интервал опробования	Наименование пород	Результаты		
				Cu, %	Au, г/т	Ag, г/т
Гидротермально-осадочный горизонт	4217	168,5	пропласт железистых минералов	0,15	—	—
	4223	172,0–172,9	осадочные образования	0,15	сл.	6,0
	4224	172,9	— — — — —	0,01	—	—
	4225	173,1	окремненный аргиллит	0,02	—	—
	4226	174,0	силицит (гейзерит?)	0,01	—	—
	4228	175,8	окремненный аргиллит	0,03	—	—
	4229	177,5	— — — — —	0,01	—	—
	4235	180,5	кристаллокластический туф	0,01	—	—
	4243	188,0	лапиллиевая туфобрекчия	0,03	—	—
	4244	190,0	— — — — —	0,03	—	—
Рудная зона/190,5–217,5 м/20,5 м	верхний рудный горизонт, 13 м, Cu-0,84%	4245	190,8–191,0	лапилл.-гравийный туф	1,02	—
		4246	191,7	лапиллиевая туфобрекчия	—	0,9
		4251	200,0	— — — — —	0,02	0,1
		4252	200,4	— — — — —	3,00	0,1
		4253	202,0	— — — — —	0,67	1,3
		4256	204,3	— — — — —	0,40	0,7
		4258	204,7	лапилл.-гравийный туф	0,26	0,4
		4259	205,0–206,0	аглом.-лапилл. туфобрекчия	0,50	—
		4261	207,5–209,0	лапилл.-гравийный туф	0,18	—
	межрудн. слой	4262	209,2–209,3	аргиллит	0,15	3,2
		4263	209,3–209,6	аглом.-лапилл. туфобрекчия	0,22	5,8
нижний рудный горизонт, 4–44,5 м, Cu-0,9%	4265	210,0–210,4	аглом.-лапилл. туфобрекчия	0,28	—	—
		211,6–211,8	— — — — —	0,15	—	—
		211,8–212,1	лапиллиевая туфобрекчия	2,03	—	—
		212,3	аглом.-лапилл. туфобрекчия	0,74	—	—
		213,0–213,3	— — — — —	0,54	—	—
		214,0–214,3	— — — — —	2,00	—	—
		214,7–214,9	лапиллиевая туфобрекчия	0,50	—	—
	4274	220,0	лапиллиевая туфобрекчия	0,09	—	—
	4279	229,0–231,0	измененная туфобрекчия	0,01	—	—

На втором (искривленном) стволе этой же скважины рудная зона пересечена примерно на 250–300 м выше по ее восстанию. Здесь рудная зона на медь не изучена. С интервала 172,5–236,0 м, включающего и рудную зону, отобрано 10 проб для определения золота и серебра (табл. 2)

*Таблица 2  
Результаты опробования скважины №23<sup>а</sup> (искривленный ствол)*

Гидротермально-осадочный горизонт		№№ проб	Интервал опробования	Наименование пород	Результаты анализов, г/т	
					Au	Ag
Рудная зона	верхний рудный горизонт	4041	172,5	окремненный аргиллит	сл.	3,4
		4042	185,5	пепловый туф лапиллиевая туфобрекчия	сл.	3,3
	нижний рудный горизонт	4043	192,0		0,2	2,7
		4044	207,5	лапиллиевая туфобрекчия	0,7	6,3
		4045	209,5	пепловый туф	0,7	8,3
		4046	211,5	лапилл.-гравийная туфобрекчия	2,4	9,3
		4047	212,3	— — — — —	0,5	4,8
	подстилающие образования	4048	214,3	— — — — —	0,4	2,8

С интервала 185,0–211,5 м, соответствующего графическим построениям и расчетам, отвечающего рудной зоне, отобрано 5 проб, в которых содержание золота колеблется от 0,2 до 2,4 г/т, а серебра – от 2,7 до 9,3 г/т. Как видно из табл. 2, в этом пересечении с позиции золотоносности выгодно выделяются нижний рудный горизонт и в какой-то мере подстилающие его образования. По нижнему рудному горизонту среднеарифметическое содержание золота по трем штуфным пробам составляет 1,2–1,3 г/т, в подстилающих образованиях – 0,45 г/т.

На этом геологическом профиле рудная зона на более глубоких горизонтах по графическим построениям должна была быть пересечена скважиной №26 на интервале 510–535 м (рис. 2). Однако здесь выход керна низкий, и отобранные Г. Чубаряном (рукопись) 68 проб на медь не проанализированы. Лишь единичные пробы, взятые из рудной зоны, показали содержание золота – 0,4 г/т. В подстилающих рудную зону породах отмечены его следы.

Таким образом, медное оруденение изучено лишь в верхней части разреза позднебайосской вулканогенно-осадочной свиты. Выявленная в ее составе рудная зона охарактеризована на медь фактически в одном пересечении. Золотоносность рудной зоны изучена весьма схематично и неравномерно. Верхний рудный горизонт на золото изучен в одном, а нижний – в другом пересечениях, что не позволяет споставить полученные данные и проследить характер изменения их золотоносности как по падению, так и по простиранию рудной зоны. Установлены содержания золота (0,4–0,5 г/т) и в кислых пирокластических образованиях, непосредственно подстилающих рудную зону.

По имеющимся единичным данным создается впечатление, что по мере удаления от вулканического аппарата интенсивность оруденения ослабевает. Естественно, этот вопрос требует дополнительного изучения.

Рудная зона подстилает кислые туфогенные и туфогенно-осадочные породы мощностью 10 м, которые перекрываются 5,5-метровым горизонтом гидротермально-осадочных образований. Последние характеризуются буроватой и коричневатой темно-серой окраской и отличаются повышенным удельным весом. Этот горизонт представлен чередованием слоистых и однородных аргиллитов и алевролитов лагунной фации (мощность от 5–10 до 20–30 см), претерпевших сильное окремнение и

интенсивно пропитанных рудными минералами, придавшими им полуметаллический блеск.

В аргиллитах выделяется метровый пласт светло-серых силицитов (гейзеритов?) псевдоолитовой структуры и трехсантиметровые темно-коричневые прослои минералов железа. Пиритовая минерализация проявлена в виде прожилков, вкрапленников, стяжений и гнезд. В отдельных пробах гидротермально-осадочного горизонта содержание меди достигает 0,15%. Гидротермально-осадочный горизонт по латерали прослежен на 1 км, по падению – около 300 м. К сожалению, оруденение здесь изучено слабо – лишь в одном пересечении.

Следует отметить, что в современных гидротермально-осадочных образованиях Красного моря рудоотложение в впадинах “Атлантик”, “Дискавери” и “Чайн” характеризуется высокими концентрациями рудных элементов (медь, цинк, золото, серебро и т. д.), имеющих весьма неравномерное, локальное распределение как по вертикали, так и по латерали [11].

При формировании гидротермально-осадочного, стратiformного горизонта седиментационному процессу сопутствовала гидротермальная деятельность вулкана. Характерен постепенный переход гидротермально-осадочных отложений к подстилающим туфогенно-осадочным и туфогенным образованиям, который осуществляется путем переслаивания смежных пород. Это обстоятельство при сходстве типов рудной минерализации гидротермально-осадочного горизонта и рудной зоны позволяет судить об их парагенетической связи, гидротермальном типе рудоотложения и позднебайосском возрасте медно-золотого оруденения рассматриваемой площади.

По имеющимся данным трудно оценить масштаб проявления медно-золотого оруденения изученной свиты и характер ее изменения (поведения) по вертикали и латерали.

Исходя из вышеприведенных материалов, а также на основании литературных данных [4, 10, 12–14] можно констатировать, что в распределении оруденения в пределах Сомхето-Карабахской зоны наблюдаются следующие закономерности: – в пространственном размещении оруденения важную роль играет стратиграфо-литологический фактор, – рудные тела преимущественно приурочены к кислой вулканогенной (вулканогенно-осадочной) толще позднебайосского возраста, при этом оруденение более интенсивно проявляется в ее пирокластических образованиях;

– совпадение контуров рудных полей с позднебайосскими вулканическими аппаратами центрального типа (Ахтальское, Дрмбонское, Алавердское, Иджеванское и др.);

– отмечается прямая связь между интенсивностью оруденения и степенью гидротермального изменения пород. В пределах зоны они проявлялись прерывисто, неравномерно, – между рудными полями интенсивность оруденения, как и степень гидротермального изменения пород резко убывают. Максимальное их проявление фиксируется в пределах позднебайосских вулканических построек центрального типа;

– резкое затухание гидротермального изменения пород и оруденения в более молодых толщах, даже в разломных зонах;

– экранирующая роль позднебайосских осадочных и вулканогенно-осадочных образований при локализации оруденения.

**Выводы.** 1. Учитывая возрастную связь колчеданного оруденения с fazами тектономагматических активизаций начальных и ранних этапов развития подвижных поясов и интенсивное проявление предбатской орофазы в Сомхето-Карабахской зоне, а также отсутствие в районе Иджеванского месторождения признаков оруденения в батских образованиях, мы склонны оруденение во временном отношении приурочить к позднебайосской орофазе.

2. Оруденение пространственно приурочено к жерловым и околоджерловым фациям позднебайосских центральных вулканов, что свидетельствует об их парагенетической (возможно, и генетической) связи.

3. Рудоотложение с небольшим временным отрывом шло вслед за формированием позднебайосской вулканогенной толщи и имело место в фумарольно-гидротермальную стадию вулканической деятельности.

4. При аналогичности геологического строения Алавердского и Тавушского антиклиниориев, а также механизма проявления позднебайосского оруденения можно достаточно высоко оценить перспективы рудоносности последнего.

5. Для локального прогноза оруденения особое значение приобретают позднебайосские палеовулканические реконструкции с целью оконтуривания вулканических аппаратов центрального типа.

Кафедра общей и прикладной геологии, кафедра методики поисков и разведки месторождений полезных ископаемых

Поступила 04.10.1999

## ЛИТЕРАТУРА

1. Rickar D.T., Zweifel H. Genesis of Precambrian sulfide ores Shellite district, Shweden. – Econ. Geol., 1975, v. 10, №2.
2. Колчеданные месторождения зарубежных стран. М.: Наука, 1984.
3. Ватанабе Т. Вулканизм и рудообразование. – В кн.: Вулканизм и рудообразование. М.: Мир, 1973.
4. Котляр В.Н., Фаворская М.А. О взаимоотношении некоторых типов оруденения с эфузивными формациями. – Тез. I Всесоюз. вулкан. совещания. Ер., ИГН АН Арм. ССР, 1959.
5. Watanabe T., Tatsumi T. Genesis of the iron sulfide deposits. – In: Progress in econ. geol. Tokyo, 1956.
6. Watanabe T., Iwan S. Genesis of ore deposits in Japan. – In: Mineral resources of Japan. 1959, pt. A
7. Смирнов В.И. Вопросы геологии рудных месторождений на II сессии Тихоокеанского научного конгресса в Токио. – Геология рудных месторождений, 1967, т. 9, №9.
8. Смирнов В.И., Бородав Ю.С., Старостин В.И. Колчеданные руды и месторождения Японии. – Геология рудных месторождений, 1968, т. 10, №1.
9. Гелечян Г.Г. Энергетика и угленосность недр республики. – Промышленность, строительство и архитектура Армении, 1988, №7.
10. Сошко П.Ф. Колчеданные месторождения Малого Кавказа. М.: Недра, 1971.
11. Хендрик Р., Рейбик Ф. и др. Химический состав осадков и иловых вод из впадин Атлантического океана и Чайна. – Сб.: Современное гидротермальное рудообразование. М.: Мир, 1974.
12. Фаворская М.А. Основные проблемы связи оруденения и магматизма. М.: Наука, 1987.
13. Хачанов Х.В. Минералого-геохимические и первичные ореолы Дримбонского золото-медноколчеданного месторождения. – Автореферат дис. на соискание уч. ст. канд. геолого-минерал. наук. Ер.: ИГН НАН РА, 1993.
14. Мурadian K.M. Рудоносность вулканогенных формаций Малого Кавказа. Ер.: Изд-во НАН РА, 1994.

## ՀՀ ԳՅՈՒԵՑՅԱՆ, Ռ.Ա.ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ

ԾԱՄԾԱԴԻՆԻ ԱՆՏԻԿԼԻՆՈՐԻՈՆԻ ՀՅՈՒԽԱ-ԱՐԵՎԱՏՅԱՆ ՍԱՍԻ  
ՊՐԻՆՉ - ՌԱՎՈՒ ՀԱՆՔԱՅԱՅՄԱՆ ՄԱՍԻՆ

(Իջևանի քարածխի հանքավայրի շրջան)

## Ամփոփում

Իջևանի ածխի հանքավայրի վերին քայլսի հրաբխա-նատվածքային հաստվածքում, որը երկրաբանական գրականությունից հայտնի է «քվարց պրֆիրային շերտահատմք» անվանք, հորատումով հատված է 20 մետրանոց հզորության հանքաբեր հորիզոն, որտեղ պղնձի միջին թվաքանական պարունակությունը 0,75% է: Հանք - նյութում առկա է նաև ոսկի՝ մինչև 3,2 գ/տ պարունակությամբ: Հանքային պարբեր ներկայացված են բրու կազմի տուֆորբնկյաններով, տուֆերով, արգիլիտների և ալկոլիտների նմբաշերտերով: Հանքաբեր հորիզոնից վեր տեղադրված է հիդ-

բոթերմալ նստվածքային առաջացումների շերտը, ներկայացված ուժեղ կայծքարացված և պիրիտով ներծծված արգիլիտներով, որոնք բնորոշվում են կիսամետաղային փայլով և համեմատաբար բարձր տեսակարարար կշռով: Կավային ապարներում առանձնանում է կեղծ օլիֆային կառուցվածքով սիլիցիտների (հեյզերիտների?) մետրանոց շերտը: Հիմքարերմալ-նստվածքային առաջացումների որոշ նմուշներում պղնձի պարունակությունը հասնում է 0,15%-ի: Հանքաբեր հորիզոննի անցումը ստրատիֆորմ հիմքարերմալ-նստվածքային շերտին աստիճանական է, իսկ հանքայնացումը՝ նոյնատիպ, որը վկայում է նրանց միջև եղած պարագեններիկ կապը:

Վերին բայոսի հրաբխա-նստվածքային առաջացումների հզորությունների և ֆացիաների վերլուծության միջոցով հանքավայրի շրջանում անջատվել է ուշ բայոսի հասակի կենտրոնական տիպի հրաբխային կառույց, որը միմչքարյան ուղիեժում արտահայտվել է զմբեթանման բարձրացման ձևով: Պղինձ – ոսկի հանքայնացված հորիզոննը հարում է այդ հրաբխային կառույցի մերձխառնարանային ֆացիաներին:

Ստացված տվյալների վերլուծությունը և համադրումը Սոմխիսեթա-Նարաբաղյան գոնայի նման տիպի հանքային դաշտերի մասին գրականության տվյալների հետ բույլ են տալիս եզրակացնել, որ Իջևանի հանքավայրի պղինձ – ոսկի հանքայնացումը ժամանակի առումով հարում է ուշ բայոսի օրոգեն փուլում դրսևորված հրաբխականությանը, իսկ տարածական առումով՝ ուշ բայոսի կենտրոնական տիպի հրաբխային կառույցների խառնարանային և մերձխառնարանային գոնաներին:

**ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՍՏԱՏՈՒՄՆԵՐԻ ԳՐԱԿԱՆ ՎԵՂԵԿԱԳԻՐ  
УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ ЕРЕВАНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА**

Բանական գիտություններ

1,2000

Естественные науки

*Геология*

УДК 553.535.8

Р.В. АКОПЯН, Г.Г. БАБАЯН

**КРИСТАЛЛИЗАЦИОННЫЕ ОСОБЕННОСТИ НЕКОТОРЫХ  
СИЛИКАТНЫХ РАСПЛАВОВ**

Исследованы особенности кристаллизации силикатных расплавов и стекол в зависимости от их состава и условий охлаждения. Выявлено влияние изменения состава расплавов на количественно-минеральный состав, последовательность выделения и линейную скорость кристаллизации фаз. Установлено, что уменьшение кислотности состава расплава и обогащение его щелочно-земельными окислами способствуют более раннему образованию и значительно большей линейной скорости кристаллизации пироксена по сравнению с плагиоклазом. Влияние экспозиции кристаллизации расплавов при высоких температурах оказывается на количественном взаимоотношении плагиоклаза и пироксена. При низких температурах увеличение продолжительности кристаллизации способствует увеличению количества пироксена за счет кристаллизации стеклофазы.

При кристаллизации силикатных расплавов факторами, определяющими кристаллизационные особенности минералообразования, являются структура расплава, температура и время кристаллизации. Одновременно состав и структура конечных продуктов кристаллизации расплавов также определяются составом и условиями охлаждения силикатного расплава. В зависимости от условий охлаждения расплава при незначительном изменении его состава фазовый состав и структурные взаимоотношения минералов могут резко изменяться [1].

В настоящей работе приводятся результаты исследования кристаллизационных особенностей расплавов и стекол двух составов в зависимости от температуры и продолжительности кристаллизации.

Шихты расплавлялись при температуре 1450–1460°C в течение трех часов для достижения полной гомогенизации расплава. Затем расплав медленно охлаждался. При этом через каждые 25°C образцы вынимались из печи и закалялись в воде, что дало нам возможность проследить за температурой и последовательностью выделения кристаллических фаз. С другой стороны, исследовалась кристаллизационная способность (влияние температуры и продолжительности кристаллизации) расплавов. С этой целью расплавы кристаллизовались при 1150, 1100, 1050, 1000 и 900°C с выдержкой при каждой температуре в течение 1,6 и 12 часов. Для получения стекол расплавы заливались в холодные металлические формы с последующей их закалкой на воздухе или в воде. Кристаллизация стекол проводилась при тех же температурах, что и расплавы. Исследованные расплавы и стекла имели следующий химический состав (табл. 1). Составление химических анализов выявило значительно низкое значение кремнезема в составе II и одновременно обогащение его окислами кальция и магния. На петрохимической диаграмме НИГГЛИ с коррективами Н.Н. Орморт [2] фигуративная точка, соответствующая составу I, расположена в непосредственной близости от плагиоклаз-пироксеновой линии, в поле пород, содержащих свободный кремнезем. Понижение кислотности и обогащение системы щелочно-земельными окислами (состав II) смещает ее в область между

плагиоклаз-пироксеновой линией и линией пироксен — молекула Чермака. Смещение при этом происходит в сторону вершины „М”, соответствующей темноцветным минералам. Такие отличия не могут не сказаться на кристаллизационные особенности расплавов и стекол — на последовательность и температуру выделения фаз, форму и линейную скорость кристаллизации минералов.

Таблица 1

*Химический состав расплавов и стекол*

Составы	Оксиды, вес. %							
	SiO <sub>2</sub>	TiO <sub>2</sub>	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	FeO	MgO	CaO	Na <sub>2</sub> O
I	51,00	1,00	18,00	4,88	3,90	8,00	10,00	2,98
II	45,80	0,98	16,70	4,30	2,80	11,16	15,36	2,90

При кристаллизации состава I первой кристаллической фазой является магнетит, выделившийся при 1210°C. После магнетита при 1190°C кристаллизуется плагиоклаз. Образование пироксена происходит при 1170°C. Микроскопические исследования образцов, кристаллизованных в интервале 1150–1000°C, выявили плагиоклаз-пироксеновый состав образцов. Преобладающим минералом в этих условиях является плагиоклаз, образующий пластинчатые зерна с двойниковой структурой. Содержание плагиоклаза с увеличением продолжительности процесса кристаллизации растет. С понижением температуры растет количество пироксена, начиная с 1025°C плагиоклаз более не кристаллизуется. Образцы состоят из пироксена, незначительного количества магнетита и остаточного стекла. Увеличение продолжительности кристаллизации в интервале 1000–900°C способствует большему развитию пироксена за счет кристаллизации остаточного стекла. В процессе кристаллизации стекла I состава во всем исследуемом температурном интервале установлен магнетит-пироксеновый состав с примесью плагиоклаза после продолжительной двенадцатичасовой экспозиции.

Таблица 2

*Линейная скорость кристаллизации фаз из расплава и стекла  
состава I (экспозиция 3 часа)*

°C	Линейная скорость кристаллизации, $\mu$ / мин			
	пироксины		плагиоклаз	магнетит
	из расплава	из стекла	из расплава	
900	0,80	0,33	—	—
950	0,84	0,50	—	—
1000	1,00	0,80	—	—
1025	1,55	1,15	—	0,035
1050	2,00	1,20	2,50	0,045
1075	2,60	1,25	3,30	0,088
1100	3,45	1,45	6,00	0,150
1125	4,20	1,15	7,00	0,080
1150	2,80	0,95	4,30	0,065

Для определения кристаллизационной способности минералов, выделившихся из расплавов и стекол I состава, измерялась также линейная скорость кристаллизации плагиоклазов, пироксенов и магнетита (табл. 2).

Сопоставление данных, приведенных в табл. 2, выявило, что наибольшей линейной скоростью кристаллизации обладает плагиоклаз, максимальное значение которой наблюдается при температуре 1125°C. Максимальная линейная скорость кристаллизации пироксена отмечается при той же температуре, однако величина ее в 2 раза меньше линейной скорости кристаллизации плагиоклаза. Линейная скорость кристаллизации пироксена из стекла в интервале 900–1150°C значительно меньше, чем для пироксена из расплава. Максимальная линейная скорость пироксена из стекла наблюдается при температуре на 25°C ниже, чем для пироксена из расплава, и величина ее в 3 раза меньше. Минеральный состав образцов исследовался также рентгенографическим анализом на приборе ДРОН-3 (табл. 3). Рентгенографическому исследованию подвергались образцы, кристаллизованные из расплава при 900°C в течение 1 часа (обр. 1) и 1100°C – 12 часов (обр. 2) и из стекла – при 900°C (обр. 3) и 1100°C в течение 12 часов (обр. 4). Для сопоставления минерального состава образцов с эталонными приводятся рентгенографические данные природного авгита, а также плагиоклаза и магнетита по Михееву. Идентификация данных показала, что в стеклах при всех условиях и из расплава при 900°C кристаллизуется только авгит. Плагиоклаз обнаружен только при кристаллизации расплава при 1100°C и с экспозицией 12 часов. Данные дифракционного анализа вполне подтверждают результаты оптических исследований.

Исследование процессов кристаллизации во II составе обнаружило, что смещение точки системы на петрохимической диаграмме приводит к изменению хода кристаллизации расплава. При температуре 1200°C из расплава кристаллизуется магнетит в мелких неправильных и изометрических зернах. Начиная с 1190°C, наряду с магнетитом, кристаллизуется пироксен. Плагиоклаз выделяется при более низкой температуре, чем пироксен – при 1160°C. Пироксен образует слабо-зеленоватые короткие пластинки, отвечающие по оптическим свойствам авгиту. Плагиоклаз

**Таблица 3**  
*Результаты рентгенографического анализа образцов I состава*

Образцы								Авгит природный		Плагиоклаз		Магнетит	
1		2		3		4				по Михееву			
I	d/n	I	d/n	I	d/n	I	d/n	I	d/n	I	d/n	I	d/n
2	3,62	3	3,62	1	3,62	1	3,67			2	3,63		
2	3,54												
2	3,38	3	3,39	2	3,32	2	3,32			2	3,37	3	3,31
2	3,32	2	3,32	2	3,32	2	3,32			1	3,26		
4	3,21	10	3,20	3	3,19	4	3,19			10	3,20		
10	2,97	5	2,98	10	2,97	10	2,97	10	2,98	6	2,99		
8	2,93	4	2,94	4	2,93	7	2,94	4	2,94	10	2,54		
8	2,54	4	2,55	9	2,54	6	2,64	10	2,54			10	2,54
3	2,12	3	2,14	4	2,12	4	2,12	7	2,13	6	2,14		
4	2,09	3	2,09	2	2,09	2	2,09	3	2,09	3	2,09	7	2,098
		2	1,834	2	1,821			7	1,82	1	1,836		
		1	1,812			1	1,812	3	1,812				
		2	1,79					4	1,797	4	1,797		
		2	1,76					5	1,762	3	1,762	4	1,765
		2	1,74	2	1,73			7	1,74				
						3	1,715	2	1,714	1	1,714	5	1,710
2	1,665			2	1,67	3	1,665	6	1,666				
5	1,61			4	1,61	4	1,616	9	1,612	3	1,626	9	1,612
2	1,532			2	1,54	2	1,54	2	1,532	2	1,532		
2	1,502			2	1,512	3	1,504	6	1,52	3	1,451		
5	1,401			1	1,400	4	1,402	8	1,411	2	1,41	2	1,411

кристаллизуется в скелетных образованиях и в тонкопризматических зернах. Микроскопические исследования образцов, кристаллизованных из расплава II при разных температурах и экспозициях, показали, что пироксен на всем этапе кристаллизации расплава заметно преобладает над плагиоклазом. В температурном интервале 1150–1050°C образцы имеют полиминеральный плагиоклаз – пироксен-магнетитовый состав с преобладанием пироксена. С увеличением экспозиции в данном интервале до 12 часов количество плагиоклаза незначительно растет. Понижение температуры способствует интенсивному развитию пироксена. Ниже 1050°C плагиоклаз отсутствует. При 1100–1050°C, наряду с призмами, наблюдаются редкие зерна пироксена радиально-лучистого строения. В интервале 1000–950°C преобладающей формой пироксена является сферолитовая с включениями остаточного стекла и тонкой магнетитовой пыли. Увеличение продолжительности кристаллизации приводит к увеличению размеров зерен и количества пироксена за счет кристаллизации остаточного стекла. Образцы, кристаллизованные в течение 12 часов, отличаются практически полнокристаллической структурой с тонкими пленками стеклофазы между сферолитами пироксена. Линейная скорость кристаллизации определялась для пироксена и плагиоклаза (табл. 4). Из-за очень малых размеров магнетита линейная скорость кристаллизации для него не определялась.

Таблица 4

*Линейная скорость кристаллизации пироксена и плагиоклаза из расплава II состава*

°C	Линейная скорость кристаллизации, $\mu/\text{мин}$	
	пироксен	плагиоклаз
900	0,96	–
950	1,75	–
1000	2,75	–
1025	3,50	–
1050	3,80	1,50
1075	4,50	2,50
1100	5,30	3,20
1125	6,10	3,50
1150	4,00	1,90

Сопоставление линейных скоростей кристаллизации пироксена и плагиоклаза показывает, что эти значения для пироксена значительно выше, чем для плагиоклаза. Максимум линейной скорости кристаллизации пироксена наблюдается при 1125°C, что превышает таковую для плагиоклаза почти в 2 раза. Сопоставление значений линейной скорости кристаллизации пироксенов из двух исследуемых составов выявило большую скорость кристаллизации пироксена из расплава II, максимальное значение которой в 1,5 раза больше максимума линейной скорости кристаллизации пироксена из расплава I. Максимум линейной скорости кристаллизации плагиоклаза из I состава в 2,2 раза превышает максимальное значение для плагиоклаза из II состава. Рентгенографическому анализу подвергались образцы, кристаллизованные из расплава (образец 5) и из стекла (образец 6), полученные кристаллизацией при 1000°C с экспозицией 12 часов (табл. 5).

Таблица 5

## Результаты рентгенографического анализа образцов II состава

Образец 5		Образец 6		Авгит природный		Анортит		Магнетит	
	I		2		3		4	по Михееву	5
I	d/n	I	d/n	I	d/n	I	d/n	I	d/n
6	3,18	6	3,32	5	3,31	2	3,33	3	3,31
10	2,99	10	2,98	10	2,99	10	3,20	6	2,99
8	2,94	8	2,966	6	2,92				
4	2,924	4	2,921	7	2,94	4	2,948		
6	2,871	4	2,86						
5	2,76	4	2,78	2	2,76				
8	2,54	8	2,54	8	2,519	10	2,54		
3	2,34					2	2,33		
3	2,26	3	2,28	5	2,29				
3	2,19	3	2,20	5	2,20				
4	2,136	4	2,13			6	2,135		
5	2,12	4	2,12	7	2,13				
3	2,09	2	2,08			3	2,097	7	2,098
2	1,987	2	1,98	5	1,97				
1	1,034	2	1,934			3	1,926		
1	1,867	1	1,860			2	1,877		
5	1,740	2	1,739	7	1,74	1	1,714	1	1,765
3	1,735	3	1,735					6	1,720
3	1,673					6	1,66		
3	1,621	3	1,634	10	1,62	3	1,626	9	1,612
2	1,532	3	1,532			3	1,532		
2	1,520	2	1,522	6	1,51				
3	1,504	3	1,508	5	1,495				
6	1,432	6	1,430	10	1,430	3	1,416	2	1,411
3	1,312	3	1,312	2	1,317	6	1,308		
3	1,29	3	1,289						
2	1,28	2	1,278			2	1,274		
2	1,210	1	1,210			3	1,211		

Сопоставление результатов оптического и рентгенографического анализов показало полное их соответствие.

Таким образом изучение процесса кристаллизации силикатных расплавов и стекол в температурном интервале 1150–900°C выявило некоторые особенности их кристаллизации в условиях, соответствующих таковым для получения технических камней. Одновременно исследования процессов минералообразования в зависимости от параметров охлаждения расплава помогут выявить некоторые вопросы генезиса природных горных пород.

ГЗАО "Камень и силикаты", ЕГУ

Поступила 02.03.1999

## ЛИТЕРАТУРА

1. Рашид Г.А. – Изв. АН СССР, сер. геол., 1963, №9.
2. Ормсорт Н.Н – Вестник МГУ, 1951, №11.

Ռ.Վ. ՀԱԿՈԲՅԱՆ, Հ.Գ. ԲԱԲԱՅԱՆ

ՈՐՈՉ ՍԻԼԻԿԱՏԱՅԻՆ ՀԱԼՈՑՔՆԵՐԻ ԲՅՈՒՐԵՂԱՑՄԱՆ  
ԱՌԱՋԱՀԱՏԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ

Ամփոփում

Հետազոտված են սիլիկատային հալոցքների և ապակիների բյուրեղացման առանձնահատկությունները՝ կախված հալոցքի կազմից և սառեցման պայմաններից: Հայտնաբերված է հալոցքի կազմի փոփոխության ազդեցությունը ֆազերի բյուրեղացման հերթականության, գծային արագության և նրանց քանակության վրա: Հալոցքների կազմի բրվայնության նվազեցումը և միաժամանակ հողալկալային օրսիդներում հարստացումը նպաստում են պիրոքսենի դաշտային շպատից ավելի շուտ բյուրեղանալուն և առաջինի բյուրեղացման գծային արագության աճին: Բարձր ջերմաստիճաններում բյուրեղացման պյոցեսի տևողության ավելացումն ազդում է պլազմոկրազի և պիրոքսենի քանակական փոփոխության վրա: Ցածր ջերմաստիճանների պայմաններում հալոցքի բյուրեղացման եքսպոզիցիայի մեծացման հետ ավելանում է պիրոքսենի քանակը՝ ապակե ֆազի բյուրեղանալու հետևանքով:

**ԵՐԵՎԱՆԻ ԳԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆԻ ԳԻՏԱԿԱՆ ՑԵՂԵԿԱԳԻՐ  
УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ ЕРЕВАНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА**

Բնական գիտություններ

1,2000

Естественные науки

**Աշխարհագրություն**

УДК 910.1

Ո.Խ.ԳԱԳԻՆՅԱՆ

**ՏԱՐԵՐԱՅԻՆ ԵՐԵՎՈՒՅԹՆԵՐԻ ԷՌԹՅՈՒՆԸ ԵՎ ԴԱՍԱԿԱՐԳՈՒՄԸ**

Տարերային բնական երևույթները շրջակա միջավայրի այն փոփոխարքուններն են, որոնք վտանգավոր են մարդկանց կյանքի ու առողջության համար և բացառում կամ դժվարացնում են հասարակության տնտեսական գործունեությունը: Դրանք այդ տնտեսական գործունեության անցանկալի, բայց և անխուսափելի ուղեկիցներն են:

Տարերային երևույթների հետևանքները կախված են բնօգտագործման սոցիալական համակարգից [1]: Այդ համակարգի խոցելիությունը մեծապես պայմանավորված է տվյալ երկրի պատմական և սոցիալական պայմաններով, ինչպես նաև տնտեսական զարգացման մակարդակով:

Տարերային աղետների դրսնորման և տեխնոլորտի հետ նրանց ունեցած փոխադարձ կապի բնույթի բազմազանության պատճառով աղետների մասին ծևավորվող գիտությունը համեմատաբար բույլ է զարգացած: Տակավին բացակայում է աղետներին վերաբերող տերմինների համարներու համակարգը: «Աղետը կյանքի նորմալ ընթացքի ընդհատումն է» [2]: Այն համակարգի մի հավասարակշռված վիճակից կտրուկ անցումն է հավասարակշռության մի այլ վիճակի [3]: Այսինքն այն մի հասկացություն է, որն արտացոլում է ցանկացած համակարգի փոխակերպման տիպը և հանդիսանում յուրաքանչյուր էվոլյուցիոն պրոցեսի բաղկացուցիչ մասը: Բնական պրոցեսների պատճառահետևանքային կապի սխեման տվել է Ն.Վ. Շերալինը [4]: Նրան է պատկանում Երկրի մասին գիտությունների նոր ուղղության՝ դիզաստրոլոգիայի, աղետների մասին գիտության մշակման պատիվը:

Աղետների կանխման և նրանցից պաշտպանելու միջոցառումների գիտականութեն հիմնավորված համակարգ ստեղծելու համար անհրաժեշտ է կատարել տարերային երևույթների համալիր ուսումնասիրություն՝ աղետների դրսնորտմանների կանխատեսման, լուսաբանման, բնույթյան, տնտեսության և մարդկանց վրա դրանց ազդեցության վնասազերծման միջոցառումների մշակում: Ըստ Զ. Կուկալի [5], բնական աղետները արտակարգ բազմազան են: Այստեղից հետևում է, որ մինչ նրանց մանրանասն ուսումնասիրումը անհրաժեշտ է դրանք դասակարգել: Ցավոր, եղած դասակարգումները զգալի շափով պայմանական են, դեռևս չեն մշակվել աղետների դասակարգման հստակ շափանիշներ: Ըստ Վանգավորության աստիճանի, առանձնացվում են չորս տիպի աղետներ. ա) արտակարգ բնական իրավիճակներ, բ) տարերային բնական երևույթներ, գ) տարերային աղետներ և դ) բնական ավերածություններ (կատաստրոֆաներ) [6, 7]: Էկոլոգիական տեսակետից առավել վտանգավոր են վերջին երկուսը: Միայն վերջին երկու տասնամյակների ընթացքում դրանց հետևանքով գոհվել է 3 մլն մարդ, իսկ պատճառած վնասի ընդհանուր արժեքը կազմել է 180 միլիարդ դրամ [6]: Առանձնապես շատ են ծագումնաբանական դասակարգումները [4, 5, 8–14]: Առանձնացվում են բնական, անթրոպոգեն, բնական-անթրոպոգեն, սոցիալ-քաղաքական աղետներ: Սակայն բնական-անթրոպոգեն աղետները որպես առանձին տիպ մեր կարծիքով աննպատականարմար է առանձնացնել, քանի որ աղետների առաջացման գործում դժվար է որոշել դրանց ներգործության քանակական հարաբե-

րակցությունը: Այդ պատճառով նպատակահարմար է դրանց մի մասը նիշավորել բնական, մյուսը՝ անթրոպոգեն տիպերում: Այսպես, մարդու ներգործությամբ ակտիվացած հողի էրտղիան կարելի է վերագրել անթրոպոգեն, իսկ սելավները՝ բնական տիպին:

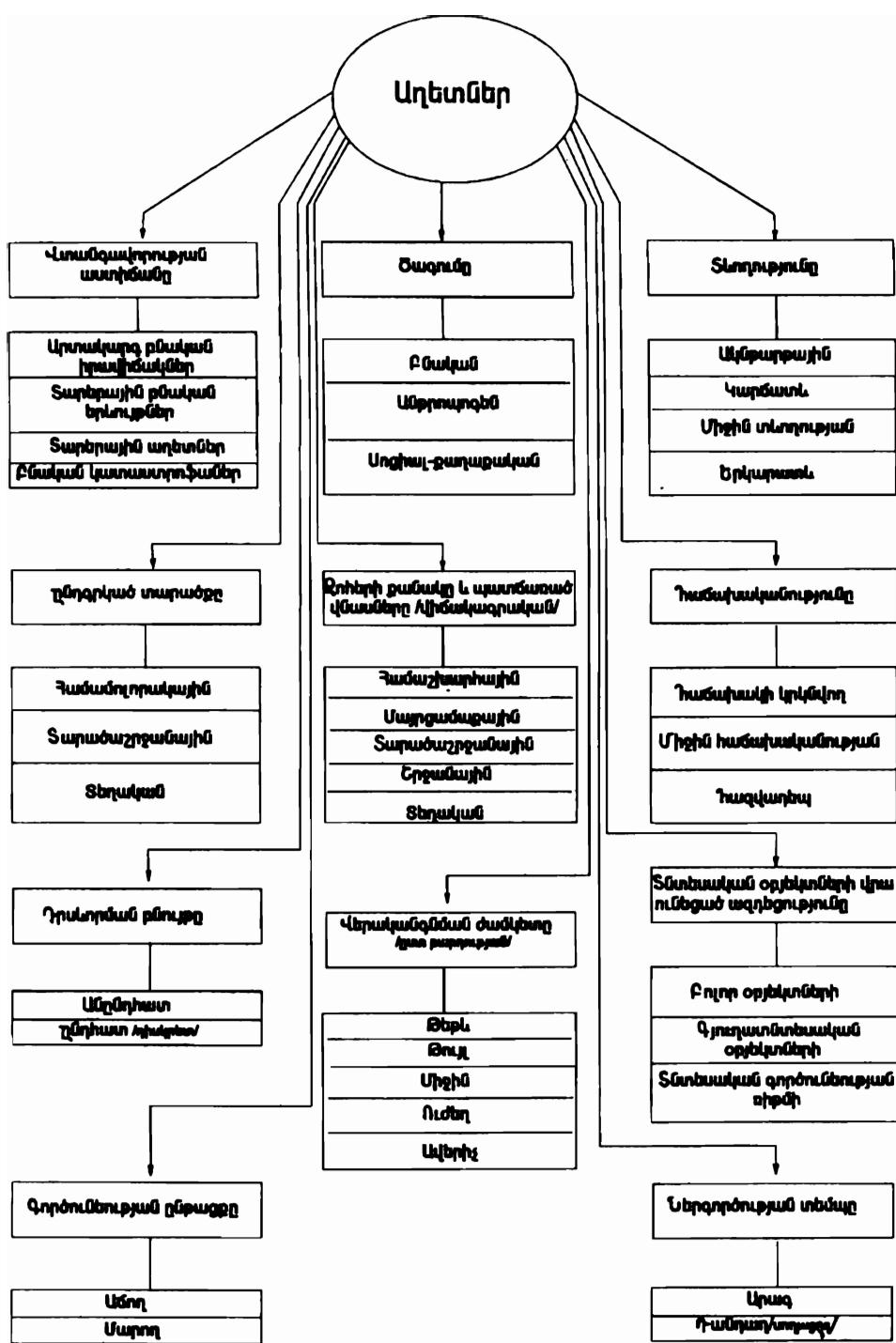
Ծագումնաբանական տեսակետից հետազոտողները աղետները դասակարգում են նաև ըստ երկրաբանա-աշխարհագրական տարրեր հատկանիշների՝ երկրաֆիզիկական, գեոնորֆոլոգիական, օդերևութաբանական, ջրաբանական և այլն: Էլ ավելի անկատար են անթրոպոգեն և սոցիալ քաղաքական աղետների դասակարգումները [12, 14]: Ըստ ընդգրկած տարածքի առանձնացվում են համամոլորակային, տարածաշրջանային և տեղական աղետներ [15]: Սակայն նման ստորաբաժանումը պայմանական է, քանի որ նոյն տիպի աղետը տարբեր վայրերուն և տարբեր ժամանակներում կարող է ընդգրկել տարբեր չափի տարածքներ: Աղետների ծագումը, զարգացումը և ավարտը ժամանակի առումով տարբեր են: Դրանք կարող են տևել բովանդակության մեջ, ամիսներ, տարիներ: Ըստ տևաղության առանձնացվում են աղետների երեք տիպ [15, 16]: Սակայն, մեր կարծիքով, առավել նպատակահարմար է առանձնացնել աղետների չորս տիպ: ա) ակնբարբարային (վայրկյաններ, բովանդակ), բ) կարճատև (ժամեր, օրեր), զ) միջին տևաղության (շաբաթներ, ամիսներ), դ) երկարատև (տարիներ, դարեր): Աղետների ժամանակային բնորոշություն համար կարևոր նշանակություն ունի հաճախականությունը: Առանձնացվում են՝ պատահական և օրինաչափ աղետներ [17] կամ տարվա ընթացքում մի քանի անգամ կրկնվող, ամեն տարի, առանձին տարիներ կրկնվող աղետներ [15]: Մեր կողմից առանձնացվում են կրկնվելու առումով հաճախակի, միջին հաճախականության և հազվադեպ աղետներ, դրսևրման բնույթով՝ ընդիհատ (դիսկրետ) և անընդիհատ, իսկ գրեթելու ընթացքի առումով՝ աճող (աղետի ընդգրկած տարածքի և ուժգնության ավելացում) և մարող՝ (ժամանակի ու տարածության մեջ աղետի ակտիվության նվազում) [17]: Ներգործության տեմպի տեսակետից աղետները լինում են տարբեր: Աղետների մեծ մասը անմիջապես ազդում է շրջակա միջավայրի վրա, սակայն կան աղետներ, որոնց ազդեցությունը դրսևրման է աստիճանաբար, քազում տարիներ անց: Այդ պատճառով անհրաժեշտ է առանձնացնել արագ և դանելաղ (սողացող) ազդեցության աղետներ: Որոշ հետինակեր դասակարգման հիմքում դնում են վիճակագրական սկզբունքը՝ զոհերի քանակը և պատճառված վնասի չափերը [18–20]: Այդ առումով առավել կատարելագործված սխեմա են մշակել Մ.Վ. Ռոդիկինը և Ն.Վ. Շերալինը [21]: Նրանք առանձնացնում են համաշխարհային, մայրցամաքային, տարածաշրջանային և տեղական մասշտարի աղետներ: Տնտեսական օբյեկտների վրա ունեցած ազդեցությամբ աղետները ստորաբաժանվում են ա) բոլոր տնտեսական օբյեկտների վրա ազդող, բ) միայն զյուղատնտեսական օբյեկտների և զ) հիմնականում տարբեր օբյեկտների գործունեության ուրիմի վրա ազդող աղետներ [7]: Ս.Ս. Մյացկովի և Կ.Ա. Կոզլովի [22] դասակարգման հիմքում ընկած են աղետների հասցրած վնասի վերականգնման ժամկետները: Ըստ բարդության առանձնացվում են ա) բերև՝ կորուստները վերականգնվում են 3 օրվա ընթացքում, բ) բոլոր կորուստները, ե) ավերիչ՝ տեսանելի ապազայում չվերականգնվու կորուստներ:

Աղետների դասակարգման վերը նշված սկզբունքները ամփոփված են սխեմայում:

Բերված փաստերը վկայում են աղետների դասակարգման հնարավոր մոտեցումների բազմազանության մասին: Սակայն բոլոր հետազոտողներն էլ դասակարգման հիմք են ընդունել մեկ կամ երկու սկզբունք: Զկա դասակարգման մի այնպիսի սխեմա, որն ընդգրկի աղետների դրսևրման բոլոր կողմերը: Հավակնություն չունենալով քացարձակ ծշնարսության, առաջարկում ենք աղետների դասակարգման սկզբունքորեն նոր սխեմայի առավել ամբողջական տարբերակ (տես աղյուսակը): Մեր կողմից փորձ է արված ստեղծել դասակարգման այնպիսի սխեմա, որն առավել

Տարերային աղետների դասակարգություն

Տիպ	Ծագման պայմանները	Ծագման պատճառները	Աղետների տեսակները	Ընդունակած տարածքը			Տևողությունը				Հաճախականությունը		Դրսուման բնույթը (դիմա-միկան)		Գործունության բնույթը		Ներկարական տեսքը		
				Համակառություն	Միջուկածված տարածություն	Անդամականություն	Կիսու-կիրակ շվեյշին	Ազգային և երկարաժամկետ շվեյշին	Կարգավորություն	Կարգավորություն	Կարգավորություն	Կարգավորություն	Կարգավորություն	Կարգավորություն	Կարգավորություն	Կարգավորություն	Կարգավորություն	Կարգավորություն	Կարգավորություն
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Բնակչության աղետներ	Արտաքին ուժերի ազդեցություն	Երկրակեղենի սալերի տեղաշարժ	Երկրաշարժ	+ +	+ +										+ +	+ +	+ +	+ +	+ +
			հրաբուխ	+ +	+ +	+ +									+ +	+ +	+ +	+ +	+ +
			քաղաքավաճառ	+ +											+ +	+ +	+ +	+ +	+ +
			քաղաքուն	+ +											+ +	+ +	+ +	+ +	+ +
			փողոց	+ +											+ +	+ +	+ +	+ +	+ +
			սողանք	+ +		+ +	+ +								+ +	+ +	+ +	+ +	+ +
			ծնակյուս	+ +											+ +	+ +	+ +	+ +	+ +
			սառցադաշտի արագ տեղաշարժ	+ +											+ +	+ +	+ +	+ +	+ +
			ապարանքի լուծնամ հետևանք	+ +											+ +	+ +	+ +	+ +	+ +
			փոխը գոյացություններ	+ +											+ +	+ +	+ +	+ +	+ +
			սուխովիայի հետևանք	+ +											+ +	+ +	+ +	+ +	+ +
Արտաքին ուժերի ազդեցություն	Չրի ներգործություն	Չրի ներգործություն	քաղաքավաճառ	+ +											+ +	+ +	+ +	+ +	+ +
			քաղաքուն	+ +											+ +	+ +	+ +	+ +	+ +
			փողոց	+ +											+ +	+ +	+ +	+ +	+ +
			սողանք	+ +											+ +	+ +	+ +	+ +	+ +
			ծնակյուս	+ +											+ +	+ +	+ +	+ +	+ +
			գնաճանակ	+ +											+ +	+ +	+ +	+ +	+ +
			կարգավորություն	+ +											+ +	+ +	+ +	+ +	+ +
			կարգավորություն	+ +											+ +	+ +	+ +	+ +	+ +
			կարգավորություն	+ +											+ +	+ +	+ +	+ +	+ +
			կարգավորություն	+ +											+ +	+ +	+ +	+ +	+ +
Արտաքին ուժերի ազդեցություն	Մրնության ներգործություն	Մրնության ներգործություն	կարգավորություն	+ +											+ +	+ +	+ +	+ +	+ +
			կարգավորություն	+ +											+ +	+ +	+ +	+ +	+ +
			կարգավորություն	+ +											+ +	+ +	+ +	+ +	+ +
			կարգավորություն	+ +											+ +	+ +	+ +	+ +	+ +
			կարգավորություն	+ +											+ +	+ +	+ +	+ +	+ +
			կարգավորություն	+ +											+ +	+ +	+ +	+ +	+ +
			կարգավորություն	+ +											+ +	+ +	+ +	+ +	+ +
			կարգավորություն	+ +											+ +	+ +	+ +	+ +	+ +
			կարգավորություն	+ +											+ +	+ +	+ +	+ +	+ +
			կարգավորություն	+ +											+ +	+ +	+ +	+ +	+ +
Արտաքին ուժերի ազդեցություն	Տիեզերական ներգործություն	Տիեզերական ներգործություն	կարգավորություն	+ +											+ +	+ +	+ +	+ +	+ +
			կարգավորություն	+ +											+ +	+ +	+ +	+ +	+ +
			կարգավորություն	+ +											+ +	+ +	+ +	+ +	+ +
			կարգավորություն	+ +											+ +	+ +	+ +	+ +	+ +
			կարգավորություն	+ +											+ +	+ +	+ +	+ +	+ +
			կարգավորություն	+ +											+ +	+ +	+ +	+ +	+ +
			կարգավորություն	+ +											+ +	+ +	+ +	+ +	+ +
			կարգավորություն	+ +											+ +	+ +	+ +	+ +	+ +
			կարգավորություն	+ +											+ +	+ +	+ +	+ +	+ +
			կարգավորություն	+ +											+ +	+ +	+ +	+ +	+ +
Արտաքին ուժերի ազդեցություն	Կարգավորության ներգործություն	Կարգավորության ներգործություն	կարգավորություն	+ +											+ +	+ +	+ +	+ +	+ +
			կարգավորություն	+ +											+ +	+ +	+ +	+ +	+ +
			կարգավորություն	+ +											+ +	+ +	+ +	+ +	+ +
			կարգավորություն	+ +											+ +	+ +	+ +	+ +	+ +
			կարգավորություն	+ +											+ +	+ +	+ +	+ +	+ +
			կարգավորություն	+ +											+ +	+ +	+ +	+ +	+ +
			կարգավորություն	+ +											+ +	+ +	+ +	+ +	+ +
			կարգավորություն	+ +											+ +	+ +	+ +	+ +	+ +
			կարգավորություն	+ +											+ +	+ +	+ +	+ +	+ +
			կարգավորություն	+ +											+ +	+ +	+ +	+ +	+ +
Արտաքին ուժերի ազդեցություն	Կարգավորության աղետներ	Կարգավորության աղետներ	պատճենական	+ +											+ +	+ +	+ +	+ +	+ +
			պատճենական	+ +											+ +	+ +	+ +	+ +	+ +
			պատճենական	+ +											+ +	+ +	+ +	+ +	+ +
			պատճենական	+ +											+ +	+ +	+ +	+ +	+ +
			պատճենական	+ +											+ +	+ +	+ +	+ +	+ +
			պատճենական	+ +											+ +	+ +	+ +	+ +	+ +
			պատճենական	+ +											+ +	+ +	+ +	+ +	+ +
			պատճենական	+ +															



Նկ. 1: Աղետների դասակարգման սկզբունքները

շափով լնդգրկի հնարավոր բոլոր աղետները: Որոշակի աղետի դասակարգումը կատարվել է տարբեր չափանիշներով:

Ներկայացված տարբերակը կարող է օգտագործվել տարերային բնական երևույթների կանխատեսման, կանխման, վճասագերձնման կամ տնտեսության ու բնակչության վրա ունեցած նրանց ազդեցության նվազեցման նպատակով:

Քարտեզագրության և գեղությունագիր ամրիում

Ստուգվել է 16. 12.1999

## ЛИТЕРАТУРА

1. Уайт Г.Ф. Изучение стихийных бедствий: концепции, методы и социально-экономические решения. – Сб. Стихийные бедствия: изучение и методы борьбы, М., 1978, с. 25–46.
2. Наливкин Д.В. Ураганы, бури, смерчи. Л., 1969.
3. Смирнов Ю.М. Нелинейные волны, диссипативные структуры и катастрофы в экологии. М.: Наука, 1987, 366с.
4. Шебалин Н.В. Закономерности в природных катастрофах. М.: Знание, 1986, 48 с.
5. Кукал З. Природные катастрофы. М.: Знание, 1985, 485 с.
6. Алексеев В.Р. Географический подход к социально-экологической оценке особо опасных природных явлений. – География и природные ресурсы, 1994, № 4, с. 9–18.
7. Бабаханов Н.А. Стихийные природные явления: сущность и классификация. – Изв. ВГО, 1990, т. 122, вып. 2, с. 170–176.
8. Болт Б.А., Хорн У.Л. и др. Геологические стихии, М.: Мир, 1978, 440 с.
9. Герасимов П.П., Звонкова Т.В. Стихийные бедствия на территории СССР, изучение, контроль и оповещение. – Сб.: Стихийные бедствия: изучение и методы борьбы. М.: 1978, с. 349–366.
10. Звонкова Т. В. Прикладная геоморфология. М.: Высшая школа, 1970, 272 с.
11. Перов В. Ф. Стихийно-разрушительные процессы в горах. М.: Знание, 1978, 47 с.
12. Уолтхем Т. Катастрофы: неистовая Земля. Л.: Недра, 1982, 223 с.
13. Шейдегер А.Б. Физические аспекты природных катастроф. М.: Недра, 1981, 232 с.
14. Francois Ramade. Les catastrophes écologiques. Pariz: McGrawHill, 1987, 318 р.
15. Котляков В.М. Главные задачи географического изучения стихийных природных процессов. – Изв. АН СССР. Сер. геогр., 1977, №5, с. 48–53.
16. Алексеев Н.А. Стихийные явления в природе. М.: Мысль, 1988, 255 с.
17. Тимофеев Д.А. Временные типы геоморфологической опасности. – Инженерная география. Вологда, 1992, т. 1, с. 19–20.
18. Latter J.H. – Natural disasters. – Adv. sci- 1969, vol. 25. p.362–380.
19. Sheehan L., Hewitt K. A pilot of global natural disasters in the past twenty years. – Natural Hazard Research Working. Paper 11. Inst. Univ. of Colorado, 1969.
20. Майклз Э.Р. Требуется международная спасательная организация. – Импакт. науки и общества, 1983, №3, с. 108–125.
21. Родкин М.В., Шебалин Н.В. Проблемы изменения катастроф. – Изв. РАН, сер. геогр., 1993, №5, с. 105–116.
22. Мягков С.М., Козлов К.А. Распространенность техногенных и природных чрезвычайных ситуаций в России. – Вестник МГУ, серия 5: География, 1993, №5, с. 3–11.

Р.Х.ГАГИНЯН

## СУЩНОСТЬ И КЛАССИФИКАЦИЯ СТИХИЙНЫХ ПРИРОДНЫХ ЯВЛЕНИЙ

### Резюме

Научное обоснование системы предупреждения и защитных мер требует комплексное изучение стихийных природных бедствий, прогнозирование их проявления и определения средств защиты от их воздействия на природу, хозяйство и жизнь людей. Одним из первых подходов к исследованию этой сложной комплексной проблемы может стать классификация катастроф на основе ведущего признака или их сочетаний.

На основе многообразия возможных подходов в классификации природных явлений и не претендуя на истину в последней инстанции, предлагаем принципиально новую классификацию, максимально учитывающую прежние.

Предложенный вариант классификации может использоваться в географическом изучении стихийных природных явлений для их прогнозирования, предотвращения или ослабления их влияния на население и хозяйство.

# ՀԱՌՈՒՐԴԻՒՐ ՍՈՅԵՆԻ

УДК 631.95:632.95:633.16

С.С. ЗАМИНЯН, Н.П. БЕГЛАРЯН, Р.Э. АВАЛЯН

## ИНДУКЦИЯ МОРФОЗОВ ГЕНЕРАТИВНЫХ ОРГАНОВ У ДИКОРАСТУЩИХ ВИДОВ ПШЕНИЦ ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ ГИББЕРЕЛЛОВОЙ КИСЛОТЫ

Рассматривается возникновение морфозов генеративных органов у дикорастущих пшениц под воздействием гибберелловой кислоты. У культурной пшеницы двузернянки гибберелловая кислота вызывала появление морфозов колоса, не наследуемых в ряду поколений. У культурной пшеницы однозернянки возникшие морфозы колоса носили химерный характер и наследовались в ряду поколений с пониженной частотой встречаемости.

В работе также обсуждаются возможные механизмы возникновения химерности у злаков.

В настоящее время известно, что количество инициальных клеток в стеблевой меристеме растений, определяющих формирование генеративных органов, через которые осуществляется передача наследственной информации из поколения в поколение, закладывается больше, чем реализуется в онтогенезе. Между тем знание этого вопроса необходимо для понимания и морфогенеза у растений. В данном случае используются лишь косвенные методы – получение определенных типов морфозов (химер) с помощью экспериментального мутагенеза [1, 2].

Выяснение механизма действия фитогормонов на формирование и развитие растений было и остается одной из кардинальных проблем биологических исследований [3]. Имеются экспериментальные данные о том, что ростовые вещества стимулируют процессы репликации, транскрипции и трансляции, а также ускоряют фазы митотического цикла.

Известная гипотеза Боннера [4] о механизме действия гормонов основана на том, что гормоны роста действуют путем активации репрессированных генов; в частности экзогенный гиббереллин выступает в качестве агента, вызывающего дегрессию неактивного генома регуляцией транскрипции.

Ранее нами рассматривался вопрос о влиянии мутагенов на генеративные органы кукурузы [5]. Продолжая наши исследования, мы рассматривали вопрос о возможности возникновения морфозов у пшениц под воздействием гибберелловой кислоты.

Целью настоящей работы явилось изучение влияния гибберелловой кислоты на возможность возникновения морфозов у дикорастущих видов пшениц: культурной однозернянки – *Triticum monococcum* L. и культурной двузернянки – *Triticum dicoccum* Shueb 1.

**Материал и методы.** Эксперименты проводились в полевых и лабораторных условиях. Сухие зерновки исследуемых видов пшениц – культурной однозернянки и двузернянки – замачивались в растворах гибберелловой кислоты (ГК) 0,02% и 0,04% концентрации с экспозицией 6 часов при комнатной температуре. Затем отмывались водой и высевались в полевых условиях.

Контрольные зерновки изучаемых видов пшениц замачивались в дистиллированной воде в той же экспозиции и также высевались в почву.

Анализировали растения из I и II семенных поколений ( $M_1$  и  $M_2$ ).

Статистическая обработка полученных результатов проводилась по общепринятой методике [6].

**Результаты и обсуждение.** При анализе растений из первого семенного поколения ( $M_1$ ) исследуемых видов пшениц нами были выделены измененные формы, представленные единичными растениями у культурной однозернянки в варианте ГК 0,02% концентрации, – химерная форма типа дифракции колоса, а у культурной двузернянки в варианте обработки ГК 0,02% и 0,04% концентрации – морфозы (химеры) типа фасциации стебля.

Для определения наследуемости данных изменений был произведен высев семян с измененных растений  $M_1$  в  $M_2$ . От измененных растений  $M_1$  культурной однозернянки и двузернянки семена с изменившимися и неизменившимися колосьев были высеяны и изучены в  $M_2$ .

В результате дальнейших наблюдений оказалось, что у растений культурной двузернянки измененные формы не проявились. Все растения были нормальными. Это послужило основанием для предположения, что данные изменения имели морфозный характер. Число измененных семей в  $M_1$  у культурной двузернянки в обоих опытных вариантах было равно двум.

Иная картина наблюдалась у растений культурной однозернянки. В данном случае измененные формы имели химерный характер. В семьях  $M_2$ , полученных от семян изменившихся колосьев химерных растений  $M_1$ , отмечалось расщепление на нормальные и измененные растения.

Соотношение нормальных растений к измененным в разных семьях в  $M_2$  колебалось от 1,2:1 до 5:1. Из семян неизменившихся колосьев химерных растений  $M_1$  в  $M_2$  не было обнаружено ни одного измененного растения. Подобный эффект прослеживался в дальнейшем и в  $M_3$ , с той лишь разницей, что частота встречаемости химерных растений несколько снизилась: соотношение нормальных растений к измененным в разных семьях колебалось от 2,5:1 до 9:1 (см. табл.).

Частота возникновения измененных форм под воздействием ГК у культурной однозернянки

Вид	Варианты	Число изученных семей	Число измененных семей			Частота семей с изменениями в %		
			$M_1$	$M_2$	$M_3$	$M_1$	$M_2$	$M_3$
культурная однозернянка	K* ГК 0,02%	120 “_”	0 3	0 15	0 9	0 2,5	0 12,5	0 7,5

\* P<0,05.

На основании полученных результатов, прослеженных в поколениях, можно утверждать, что изменившиеся колосья на химерных растениях в  $M_1$  у культурной однозернянки – генетически измененные формы.

При изучении химерности колосьев пшеницы было установлено, что генеративные ткани колоса пшеницы могут формироваться из 1–4 инициальных клеток, находящихся в стеблевой меристеме зародыша семени.

Один из возможных генетических механизмов химерности, по мнению некоторых авторов, заключается в том, что при обработке семян мутагенные факторы воздействуют на многоклеточную структуру зародыша и мутация может возникнуть в одной, нескольких клетках и даже в каждой из них. Мутация проявится в той части растения, которая развивалась из мутированной клетки, соседняя же часть растения, развившаяся из других клеток, окажется нормальной или будет нести другие мутации.

Появление в наших экспериментах химерных растений у культурной однозернянки позволяет предположить, что экзогенная ГК, включаясь в общий процесс

клеточного метаболизма, косвенно влияет на генетический аппарат клеток и, по-видимому, может свидетельствовать о роли ГК как специфического индуктора для инициальных клеток зародыша, дающих начало генеративным органам.

Кафедра генетики и цитологии, проблемная  
лаборатория цитогенетики

Поступило 24.09. 1998

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Тарасенко Н.Д. Экспериментальная наследственная изменчивость у растений. Новосибирск: Наука, 1980, 198 с.
2. Синнат Э. Морфогенез растений. М., 1963, 590 с.
3. Key J.L. Hormones and nucleic acid metabolism. – Ann. Review of Plant Physiology, 1969, v. 20, p. 449.
4. Боннер Дж. Молекулярная биология развития. М.: Мир, 1967.
5. Заминян С.С., Авагян Р.Э. Индуциция морфозов генеративных органов кукурузы под воздействием мутагенов. – Уч. записки ЕГУ, 1997, №2, с. 89–91.
6. Рокитский П.Ф. Биологическая статистика. Минск, 1973.

Ս.Ս. ԶԱՄԻՆՅԱՆ, Ն.Պ. ԲԵԳԼԱՐՅԱՆ, Ռ.Է. ԱՎԱԳՅԱՆ

ՎԱՅՐԻ ՑՈՐԵՆՆԵՐԻ ԳԵՆԵՐԱՏԻՎ ՕՐԳԱՆՆԵՐԻ ՍՈՐՖՈՂՆԵՐԻ  
ԱՌԱՋԱՑՈՒՄԸ ԳԻԲԵՐԵԼԱԹԹՎԻ ԱԶԴԵՑՈՒԹՅԱՆ ՏԱԿ

#### Ա մ փ ո փ ո ւ մ

Դիտարկվում է վայրի պայմաններում աճող ցորենների գեներատիվ օրգանների մորֆոզների առաջացումը զիբերելաքքվի ազդեցության տակ: Երկեատիկավոր մշակովի ցորենում զիբերելաքքվի հայտ է բերել հասկի մորֆոզների առաջացում, որոնք չեն ժառանգվում: Միահատիկ մշակովի ցորենում առաջացած մորֆոզները կրում են խիմերային բնույթ և ժառանգվում են ցածր հաճախականությամբ:

Աշխատանքում քննարկվում է նաև հացազիների ժառանգական խախտումների մեխանիզմի առաջացումը:

**ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆԻ ԳԻՏԱԿԱՆ ՏԵՂԵԿԱԿԻՐ**  
**УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ ЕРЕВАНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА**

Բանական գիտություններ

1,2000

Естественные науки

УДК 550-312

Ա.Ս. ՍԱՐԴ-ԱՐՅԱՆ, Գ.Մ. ՀԱԿՈԲՅԱՆ

**ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԱՏՈՄԱԿԱՅԱԽ ՏԱՐԱԾՔՈՒՄ ԿԱՏԱՐՎՈՂ ԳՐԱՎԻՏԱՑԻՈՆ  
ԴԱԾՏԻ ՈՒՏՈՒՄՆԱՍԻՐՄԱՆ ԱՌԱՋՆԱՀԱՅԱՏԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ**

Հայաստանի ատոմական էլեկտրակայանը (ՀԱԷԿ) համարվում է հանրապետության կարևորագույն կառույցներից մեկը և նրա անվտանգ շահագործումը մեր գիտնականների ուղարկության կենտրոնում է: Ատոմակայանի տարածքում կոմպլեքս երկրաբանա-երկրաֆիզիկական ուսումնասիրություններին զուգահեռ՝ սկսած 1994 թվականից ԵՊՀ երկրաֆիզիկայի ամբիոնի աշխատակիցների կողմից կատարվում են երկրի կեղևի ժամանակակից շարժումների ուսումնասիրման համար գրավիչափական պարբերական դիտարկումներ: Արարատյան ճկվածքը, որը տեղադրված է ՀԱԷԿ-ը բնութագրություն է ընդգծված երկրաբանական կառուցվածքով՝ նետեկտոնիկայով, սեյսմոտեկտոնիկայով, գեոնորֆոլոգիայով [1-3]:

Ժամանակակից երկրաբանական լարխան ամբողջ աշխարհում, այդ թվում նաև Հայաստանում, բնութագրվում է տեկտոնական պրոցեսների, երկրի կեղևի ժամանակակից շարժումների ակտիվացմամբ, որն ուղեկցվում է ակտիվ հրաբխականությամբ և սեյսմիկ պրոցեսներով: Առանձին ուղիղունների երկրաբանական զարգացման պատճենքան վերլուծությունը ցույց է տալիս, որ նման տեկտոնական ակտիվությունը գոյություն են ունեցել պալեօնում և նույնիսկ մինչքեմբրիում, այսինքն տեկտոնական ակտիվ պրոցեսը երկրի մոլորակի համար համարվում է պարբերական երևույթ (սպիրալաձև զարգացում), որը բարդացնում է երկրի կեղևի առանձին խոշոր ուղիղունների, պլատֆորմների և գեոսինկլինալների զարգացման ընթացքը: Երկրի կեղևի ժամանակակից շարժումները համամոլորակային երևույթներ են, որոնք ավելի ակտիվ հանդես են գալիս հատկապես գեոսինկլինալային գոտիներում, որտեղ տարբեր ուղղություններով տարածված են խզման գոտիներ: Եներով վերռիիշյալից՝ ատոմակայանի շրջանում նման շարժումների ուսումնասիրման համար գրավիչափական դիտարկումների երթուղին ընտրվել է տարածքում գոյություն ունեցող խզման գոտիների խաչաձև ուղղությամբ, ինչպես նաև հաշվի են առնվել այդ զոնայի երկրաբանական, տեկտոնական, գեոնորֆոլոգիական և երկրաֆիզիկական դաշտերի կառուցվածքի բոլոր առանձնահատկությունները:

Ծանրության ուժի ոչ պարբերական վարիացիաների ուսումնասիրությունը կատարվել է Մեծամոր-Ուջան (9 դիտակետ) և Արմավիր-Երևան (6 դիտակետ) ուղղություններով: Դիտակետերը ընտրվել են իրարից 2-3 կմ հեռավորությունների վրա մեքենայի համար հարմար եք ու մուտքի տեղերում, որը համեմատաբար փոքր է միկրոսյների ազդեցությունը: Նման իմտերվալներով կատարված շափումների վրա Արեգակի և Լուսնի ազդեցությունը պրակտիկորեն վերանում է: Հաշվի առներով այն հանգամանքը, որ երկրի կեղևի ժամանակակից շարժումների տարեկան գրավիտացիոն էֆեկտը փոքր է, դիտարկումների համար ընտրվել են մեծ ճշուրյան ՀՀԿ-Կ և ՀԱԿ-Դ մակնիշի ժամանակակից գրավիչափեր: 1993-1994 թթ. դիտարկման արդյունքներից պարզվել է, որ եղած ՀԱԿ-Դ գրավիչափը նպատակահարմար չէ կիրառել նմանատիպ ճշգրիտ աշխատանքների համար, ուստի 1994 թվականից օգտագործել

Ենք ՂՀԿ-ԿՀ մակնիշի գրավիչափը, որը բնութագրվում է մեծ զգայնությամբ, հաշվարկի ճշտությամբ, երկժամյա ինտերվալային դիտարկումների կայունությամբ և զրո կետի սահիբի գծայնությամբ: Հետևաբար, այսպիսի չափումների դեպքում թե՛ մտցված ուղղումները, թե՛ թույլ տրվող սխալները հասցվում են մինիմումի, չեն մտցվում գրծիքային ուղղումներ:

Հետազոտությունները ցույց են տվել, որ ուսումնասիրվող տեղամասերում նշված գրավիչափով դիտարկումների համար օպտիմալ ջերմաստիճանը  $16\text{--}17^{\circ}\text{C}$  է, իսկ նման ջերմաստիճան շրջանում դիտվում է ապրիլ և հոկտեմբեր ամիսներին: Ուստի գրավիչափին դաշտի ժամանակային փոփոխությունների դիտարկումները կատարվում են տարեկան 2 անգամ՝ նշված ամիսներին:

Գեոլինամիկ պլիկոններում դիտարկումները հիմնականում կատարվում են փակ եռանկյունային մեթոդով: Այնուհետև եռանկյունային սխեմայով կատարված այդ բոլոր դիտարկումները ևաշվարկվում են մեկ ընդհանուր հենակետի նկատմամբ: Նման դիտարկումների ժամանակ հաշվի չի առնվազ տեղամասի օդերևութաբանական պայմանների փոփոխությունը օրերի ընթացքում, իսկ դա հանգեցնում է որոշակի մշտական սխալների: Նման սխալներից խուսափելու համար առաջարկում ենք ուսումնասիրվող շրջաններում դիտարկումները կատարել ամեն մի ցիկլը մեկ օրվա ընթացքում ողջ պլիկոնի համար, այնուհետև արդյունքները բերել մեկ հենակետի: Ստորև ներկայացնում ենք 1993–1997 թթ. ուսումնասիրվող շրջանում կատարված ծանրության ուժի հարաբերական արժեքների արդյունքները երկու երրուղիների համար (տես աղյուսակ):

#### Առողջապահության տարածքում ծանրության ուժի հարաբերական արժեքների արդյունքները

Երրուղի №1. Մեծամոր-Ռուֆան

№	Հոկտեմբեր, 1993		Ապրիլ, 1994		Հոկտեմբեր, 1994		Ապրիլ, 1997	
	գր-500	գր-476	գր-500	գր-476	գր-500	գր-476	գր-500	գր-476
1	15,754	15,752	15,756	15,754	15,752	15,750	15,750	15,749
2	15,826	15,823	15,824	15,826	15,820	15,818	15,822	15,821
3	6,334	6,333	6,330	6,331	6,332	6,330	6,332	6,329
4	0	0	0	0	0	0	0	0
5	-4,864	-4,861	-4,862	-4,859	-4,859	-4,865	-4,862	-4,863
6	-21,231	-21,239	-21,248	-21,250	-21,281	-21,282	-21,289	-21,280
7	-31,548	-31,544	-31,546	-31,548	-31,543	-31,545	-31,544 •	-31,548
8	-31,826	-31,821	-31,825	-31,824	-31,828	-31,825	-31,825	-31,822
9	-17,334	-17,336	-17,338	-17,336	-17,332	-17,334	-17,335	-17,336

Երրուղի №2. Արմավիր-Երևան

1	1,684	1,678	1,679	1,682	1,680	1,685	1,684	1,681
2	0,750	0,754	0,752	0,751	0,750	0,751	0,754	0,752
3	0	0	0	0	0	0	0	0
4	-1,670	-1,672	-1,670	-1,672	-1,671	-1,672	-1,674	-1,675
5	-2,400	-2,403	-2,402	-2,406	-2,407	-2,406	-2,404	-2,406

Միջին քառակուսային սխալը տարբեր կետերում եղել է տարբեր և այն տատանվել է  $\varepsilon = \pm 0,01\text{--}0,03$  մգակ: Տարբեր տարբերների միևնույն կետերում կատարված գրավիչափին դաշտի արժեքների համադրումից երևում է, որ եթե ուսումնասիրվող տեղամասում ժամանակի ընթացքում ծանրության ուժի զգալի փոփոխություն չի եղել, ապա Երկրի կեղևի ժամանակակից շարժումների տեկտոնական և սեյսմոակտիվության տեսակետից շրջանը ավելի սեյսմոկայտն է: Եղած ծանրության ուժի ժամանա-

կային փոփոխությունները շատ փոքր են և գտնվում են գրավիչափի միջին քառակուսային սխալի սահմաններում: Տեկտոնական պրոցեսների ինտենսիվությունը ժամանակի ընթացքում փոփոխվում է, ուստի նրանց բացակայությունը շրջանում դեռևս չի նշանակում, թե նրանք հետազայում ի հայտ չեն գալու: Հետևաբար ժամանակակից շրջանների ուսումնասիրությունը պետք է կատարվի անընդհատ և այլ երկրաբանաերկրաֆիզիկական մեթոդների հետ համատեղ:

Երկրաֆիզիկայի ամբիոն

Ստացվել է 03.06.1999

## ЛИТЕРАТУРА

1. Асланян А.Т. Региональная геология Армении. Ер.: Изд-во АН АрмССР, 1959.
2. Габриелян А.А., Татевосян Л.К. Схема геолого-геофизического районирования Арм.ССР и смежных частей Антикавказа. – Изв. АН Арм. ССР, Науки о Земле, 1966, т. XIX, № 2.
3. Габриелян А.А., Саркисян О.А., Симонян Г.П. Сейсмотектоника Армянской ССР. Ер.: Изд-во ЕГУ, 1981.

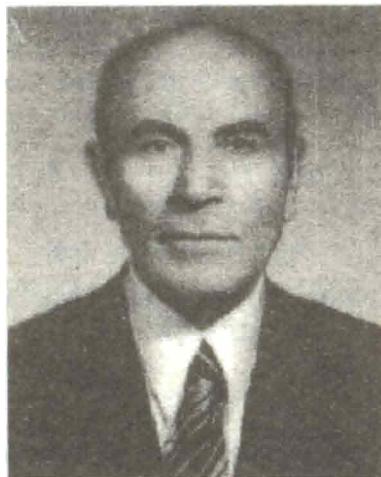
Ա.Ս. ՍԱՐԴԱՐՅԱՆ, Գ.Մ. ԱԿՈՊՅԱՆ

## СПЕЦИФИКА ИЗУЧЕНИЯ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ НА ТЕРРИТОРИИ АРМЯНСКОЙ АЭС

### Резюме

В статье приведены результаты вариации силы тяжести, измеряемой с 1985 по 1999 гг. Показано, что подобные измерения должны приводиться в течение нескольких дней при разных метеорологических условиях.

ГУРГЕН СЕРОБОВИЧ СААКЯН



На 87-ом году ушел из жизни выдающийся физик-теоретик, академик Национальной Академии наук Армении, заслуженный деятель науки, профессор Гурген Серобович Саакян. Его научная биография – прекрасное свидетельство тому, как, несмотря на отягощающее бремя страстей человеческих, можно целенаправленно подвигаться по трудному пути к познанию неизвестного.

В 1939 г. после окончания физико-математического факультета Ереванского университета Г.С. Саакян в условиях жесточайшего конкурса (39 претендентов на 7 мест), заслужив похвальные отзывы членов экзаменационной комиссии (С.И. Вавилов, И.Е. Тамм, Г.С. Ландсберг, Н.Д. Папалекси, В.И. Векслер и др.), был зачислен в аспирантуру ФИАН им. П.Н. Лебедева в Москве. В связи с призывом в армию в том же году ему пришлось прервать учебу, а до истечения срока службы началась Великая Отечественная война, и прошагал ее лейтенант Саакян в рядах действующей армии от Ленинграда через Белоруссию, Польшу и Венгрию до Австрии. Демобилизовавшись в январе 1946 г., благодаря энергичному содействию И.Е. Тамма вернулся аспирантом в ФИАН. Незаурядные способности и унаследованные от родителей – потомственных земледельцев – упорство и трудолюбие позволили восстановить потерянное и уже в январе 1950 г. защитить кандидатскую диссертацию “Учет размеров ядра в тормозном излучении и рождении пар”, в которой впервые был предложен эффективный метод изучения структуры нуклонов с использованием особенностей упругого рассеяния электронов высоких энергий на большие углы. Оригинальные результаты, полученные Г.С. Саакяном по формфактору нуклонов, не потеряли своей актуальности и сейчас.

Вернувшись на Родину, Г.С. Саакян с энтузиазмом подвижника-миссионера занялся преподавательской деятельностью в Ереванском университете. В 1951 г. он

организовал и возглавил кафедру теоретической физики, оставаясь ее заведующим до 1986 года. Колossalная учебная нагрузка 50-ых годов не помешала ему совместно с А.И. Алиханяном и Н.М. Кочаряном в качестве лабораторного теоретика заняться изучением энергетических спектров и взаимодействий частиц космического излучения. Итогом этой работы явилась его первая монография, которая вскоре после выхода в свет стала библиографической редкостью.

Несмотря на несколько запоздалое увлечение новым развитием идей квантовой электродинамики, благодаря богатой интуиции Г.С. Саакяну удалось обнаружить интересный эффект однофотонной аннигиляции и рождения электрон-позитронных пар в достаточно плотных средах. Исследования по физике нейтронных звезд, теории гравитации и свойств вещества при больших плотностях и температурах ознаменовали начало нового, самого значительного этапа его научной деятельности. Результаты, полученные Г.С. Саакяном совместно с академиком В.А. Амбарцумяном, а также со своими учениками, можно смело назвать фундаментальными для бурно развивающейся в те годы релятивистской астрофизики. Оценивая этот период научной деятельности Г.С. Саакяна, Я.А. Смородинский писал: "Работы Саакяна представляют исключительное явление в теоретической астрофизике. Широкий круг вопросов, необычная, смелая постановка проблемы, современный стиль качественного решения задач и, что самое главное, большое число идей для новых исследований".

В 1972 г. издательство "Наука" выпустило монографию "Равновесные конфигурации вырожденных газовых масс". Интерес к этой книге Г.С. Саакяна был настолько велик, что за короткий срок (около полутора лет) она была переведена на английский и увидела свет в США. Не опасаясь преувеличений, можно смело утверждать, что трудно найти специалистов по физике нейтронных звезд и смежных областей, не испытавших в той или иной мере влияния результатов и идей этой не утратившей своего значения и сегодня замечательной книги Г.С. Саакяна.

В период до 1985 г. Г.С. Саакян вместе с группой учеников со свойственной ему скрупулезностью углублял исследования предыдущих лет, что позволило переключиться на систематическое изучение внешних проявлений нейтронных звезд (радиопульсары, рентгеновские источники, барстеры). Получены оригинальные результаты, а интенсивные изыскания продолжались до последнего дня.

Несмотря на обилие первоклассных научных результатов, сам Саакян своей главной заслугой считал учебно-организаторскую работу. Трудно переоценить его роль как в становлении физического факультета ЕГУ, так и кафедры теоретической физики, укомплектованной благодаря его стараниям высококлассными специалистами. Он автор двух учебников "Квантовая механика" и "Пространство, время и гравитация" (оба на армянском и русском языках), которые используются студентами как основные пособия по соответствующим курсам. Многочисленные ученики Саакяна являются признанными специалистами по физике нейтронных звезд и классической теории гравитации. В отличие от многих, он не стремился видеть в учениках только лишь свое повторение, но всячески пытался привить им вкус к тем направлениям, в которых лучше всего проявилась бы их индивидуальность. Школа, созданная Саакяном, – это содружество единомышленников, но не совокупность личностей, сообща копирующих почерк и пристрастия своего научного кумира.

Ученики и все, кто знал Г.С. Саакяна, будут хранить память об этом замечательном ученом и прекрасном человеке.

## СОДЕРЖАНИЕ

### МАТЕМАТИКА

Г.В. Бадалян – Об одной системе функций, порождающей классические ортогональные системы алгебраических полиномов.....	3
А.В. Цуцулян – АтTRACTоры вырождающихся эволюционных уравнений .....	10
М.И. Карапетян – О спектральной теореме Банахова представления компактной группы, порожденной сдвигами Дельсарта .....	20
Ю.М. Мовсисян, И.Р. Симонян – Сверхтождества левой и правой дистрибутивностей в многообразиях полугрупп .....	28
Г.В. Даллакян – Об аппроксимации решений граничных задач в неограниченных областях .....	33

### МЕХАНИКА

В.Ж. Айрапетян – Решение смешанной задачи теории упругости для цилиндрических отротропных пластинки в виде прямоугольника .....	42
Саркис В. Саркисян – Об одной задаче оптимальной стабилизации закрепленной пластиинки .....	52

### ФИЗИКА

Г.Ф. Хачатрян – Радиосветимости пульсаров и магнитные моменты нейтронных звезд .....	56
А.А. Геворгян – Об эффектах аномалии поглощения излучения в средах со спиральной периодической структурой .....	67

### ХИМИЯ

Д.С. Гайбакян, П. Стапук, А. Дамбровский – Доломит как сорбент для тонкослойной хроматографии редких элементов .....	73
М.Л. Ерицян, О.С. Балаян, Р.А. Карамян, Н.М. Бейлерян – Металлокомплексы аллильных мономеров.....	78
О.С. Балаян, Р.А. Карамян, С.В. Тоганян, Г.П. Пирумян, Х.Р. Гюлумян, М.Л. Ерицян – Производные тиомочевины, содержащие симм-триазиновый цикл.....	84
С.М. Акопян, Г.П. Пирумян, К.М. Kocharyan – Синтез новых производных 2-оксо-1,4-диоксанов.	89
С.Х. Егоян, Г.Г. Бабаян – Изучение кинетики окисления сульфида цинка озоном в сернокислой среде .....	95

### БИОЛОГИЯ

К.Г. Карагезян, К.Р. Бабаян, В.А. Григорян, Г.А. Овеян, Г.В. Захарян, С.М. Варданян – Изучение изменений фосфолипидного компонента эритроцитарных мембран и интенсивности процессов свободно-радикального окисления в крови больных псoriasisом .....	99
М.А. Давтян, И.В. Гогинян, Г.Дж. Хачатрян, Дж. А. Варданян – Трансаминаза разветвленных аминокислот печени кур .....	104
П.О. Варdevanyan, Г.А. Паносян, М.А. Парсадян, Б.Г. Бояджян, А.Т. Карапетян – Изучение структурных изменений хроматина при активации генома .....	108

<b>С.Г. Аревшатян, А.А. Оганесян, А.А. Мурадян, И.А. Навасардян, М.Г. Аветисян – Биогеохимические особенности ясения обыкновенного в условиях загрязнения городской среды тяжелыми металлами .....</b>	114
<b>Л.В. Мартиросян, К.В. Григорян – Поглощение тяжелых металлов растениями из питательного раствора .....</b>	120
<b>Н.Ю. Адамян – Влияние базолатеральных ядер амидалы на бульбарные дыхательные нейтроны при гипоксии.....</b>	124
 <b>ГЕОЛОГИЯ</b>	
<b>С.И. Балисаян – Суждение о геохимической дифференциации вещества мантии Земли.....</b>	129
<b>Г.Г. Гелецян, Р.А. Арutyюнян – О медно-золотом оруденении северо-западной части Шамшадинского антиклиниория (район Иджеванского месторождения каменного угля) .....</b>	135
<b>Р.В. Акопян, Г.Г. Бабаян – Кристаллизационные особенности некоторых силикатных расплавов</b>	145
 <b>ГЕОГРАФИЯ</b>	
<b>Р.Х. Гагинян – Сущность и классификация стихийных природных явлений.....</b>	151
 <b>СООБЩЕНИЯ</b>	
<b>С.С. Заминян, Н.П. Бегларян, Р.Э. Авалиян – Индукиция морфозов генеративных органов у дикорастущих видов пшениц под воздействием гибберелловой кислоты.....</b>	156
<b>А.С. Сардарян, А.Р. Сукасиан, Г.М. Акопян – Специфика изучения вариации силы тяжести на территории Армянской АЭС .....</b>	159
<b>Гурген Серобович Саакян.....</b>	162

## CONTENTS

### MATHEMATICS

<b>H.V. Badalyan</b> – About one system of functions from which are received all known classical orthogonal systems of algebraical polinomals .....	3
<b>A.V. Tsutsolian</b> – Attractors of the degenerating evolutionary equations .....	10
<b>M.I. Karakhanian</b> – On the spectral theorem for the Banach representation compact group originated by the Delsart shifts .....	20
<b>Yu.M. Movsisian, I.R. Simonian</b> – Hyperidentities of left and right distributivities in varieties of semi-groups .....	28
<b>G.V. Dallakyan</b> – On approximation of the solutions of boundary-value problems in unbounded domains....	33

### MECHANICS

<b>V.Zh. Hayrapetian</b> – Solution of mixed problem of elasticity theory for cylindrical orthotropic plate in the form of rectangular .....	42
<b>Sarkis V. Sarkisian</b> – About one problem of optimal stabilization of fixed plate .....	52

### PHYSICS

<b>H.F. Khachatrian</b> – The pulsars radio illumination and magnetic moments of neutron stars .....	56
<b>A.H. Guevorkian</b> – About irradiation absorption anomalies effects in the media with helical periodical structure .....	67

### CHEMISTRY

<b>D.S. Gaibakian, P. Staschuk, A. Dambrowski</b> – Dolomite as sorbent for thin-layer chromatography of rare elements .....	73
<b>M.L. Eritsian, H.S. Balayan, R.A. Karamian, N.M. Beylerian</b> – Metalocomplexes of allylic monomers ...	78
<b>H.S. Balayan, R.A. Karamian, S.V. Toganian, G.P. Piroumian, M.L. Eritsian</b> – Derivatives of thiourea containing symm-triazene cycle .....	84
<b>S.M. Hakopian, G.P. Piroumian, K.M. Kocharian</b> – The synthesis of new derivatives of 2-oxo-1,4-dioxane .....	89
<b>S.Kh. Yegoyan, H.G. Babayan</b> – The study of zinc sulfide oxidation kinetics with ozon in sulphuric acid solutions .....	95

### BIOLOGY

<b>K.G. Karagezian, K.R. Babayan, V.A. Grigorian, G.A. Hoveyan, G.V. Zakarian, S.M. Vardapetian</b> – The study of changes of phospholipid components of erythrocyte membranes and intensity of processes of free radical oxidation in blood of patient with psoriasis .....	99
<b>M.A. Davtian, I.V. Goginian, G.J. Khachatrian, J.A. Vardanian</b> – Branched chain aminoacid amino-transferase of chicken liver .....	104

<b>P.O. Vardevanian, G.A. Panosian, M.A. Parsadanian, B.G. Boyajian, A.T. Karapetian</b> – Study of structural changes of chromatin during genome activation .....	108
<b>S.H. Arevshatian, H.A. Hovhannisian, A.H. Mouradian, I.A. Navasardian, M.G. Avetisian</b> – Biogeochemical properties of the European ash in conditions of urban pollution with heavy metals.....	114
<b>L.V. Martirosian, K.V. Grigorian</b> – Heavy metals absorption by plants from the nourishing solution.....	120
<b>N.Yu. Adamian</b> – Influence of the basolateral nuclei on the bulbar respiratory neurons in conditions of hypoxia.....	124

#### **GEOLOGY**

<b>S.I. Balasanian</b> – Opinions about the differentiation of the Earthmantar's substance .....	129
<b>H.H. Geoletsian, R.A. Harutunian</b> – The gold-copper mineralization of the north-western part of Shamshadin anticline zone.....	135
<b>R.V. Hakobian, H.G. Babayan</b> – Crystallization peculiarities of some silicate melting .....	145

#### **GEOGRAPHY**

<b>R.Kh. Gaginian</b> – Judgement and classification of elemental disaster phenomena.....	151
---	-----

#### **COMMUNICATIONS**

<b>S.S. Zamnian, N.P. Beglarian, R.E. Avallan</b> – Induction of morphoses of generative organs of wild wheates species under the action of gibberellic acid .....	156
<b>A.S. Sardarian, A.R. Sukiasian, G.M. Hakopian</b> – The peculiarities of gravity field study in the district of Armenian NPP .....	159
<b>Gurgen Sahakian</b> .....	162

## ԿԱՆՈՆՆԵՐԻ ՀԵՂԻՆԱԿՆԵՐԻ ՀԱՍՏԱՏՈՒՄ

1. «Գիտական տեղեկագիր» հանդեսում հրատարակվում են Երևանի պետական համալսարանում կատարված օրիգինալ հոդվածներ, հաղորդումներ ու նամակներ տեսական ու էքսպերիմենտալ բնույթի մարմատիկայի՝ մեխանիկայի, ֆիզիկայի, ուսուցչության բիմիայի, երկրաբանության, կենսաբանության և ֆիզ. աշխարհագրության բնագավառներից:

2. Ընդունվում են նաև՝ ԵՊՀ-ի մասնակցությամբ Հայաստանի Հանրապետությունում կայացած կոնֆերանսների, գիտաժողովների և գիտական դպրոցների մասին նյութեր:

3. Բնագրերը ներկայացվում են Երկու օրինակով, համակարգչային շարվածքով՝ «Word» ծրագրով կամ մերքենագրված Երկու ինտերվալ մեկ, հայերեն կամ ռուսերեն լեզվով, ռուսերեն կամ հայերեն / աճփոփումներով: ՍԴՀ-ից (Վերևի ձախ անկյունում), հեղինակի անվանատառերից ու ազգանունից և հոդվածի վերնագրից հետո թերվում է կարճ անուացից: Հոդվածի ծավալը այսուակներով չպետք է գերազանցի 10 էջը, հաղորդմանը՝ 4, նամակինը՝ 2:

4. Հոդվածի հետ առանձին էջով ներկայացվում է հեղինակի աճփոփումները, հոդվածի վերնագիրը և աճփոփումը անգլերեն լեզվով, արձանագրության բաղվածքը այն ամրիոնից, որտեղ կատարվել և ընթարկվել է աշխատանքը:

5. Թույլատրվում է 5-ից ոչ ավելի նկար Երկու օրինակից (հատակ լուսանկար կամ գծագրեր՝ արված սև տուշով առանձին սպիտակ թղթի վրա): Յուրաքանչյուր նկարի հակառակ կողմից վրա գրվում է կարգային համարը, հոդվածի վերնագիրը և հեղինակների ազգանունները: Տեքստի լուսանցքներում նշվում են նկարների և աղյուսակների տեղերը: Նկարների բացատրությունները անհրաժեշտ են ներկայացնել առանձին էջի վրա ըստ հերթականության:

6. Միևնույն նյութը այցուակի և նկարի ձևով ներկայացնել չի թույլատրվում:

7. Բանաձեռքը գրվում են պարզ և ազատ սև տուշով կամ բանաքրով: Անհրաժեշտ է սև մատիտով նշել իրար նմանվող մեծատառերը և փոքրատառերը (Տ, Տ, Ա, Վ, Վ), ինդեքսները և ցուցիչները (Ա<sup>2</sup>, Բ<sup>2</sup>): Կարմիր մատիտով ընդգծել հունական տառերը:

8. Բերվող գրականության մասին հոդվածում նշվում է միայն կարգային համարը քառակուսի փակագծերում ([1], [2-5]) ըստ հանդիպման հերթականության: Հոդվածի վերջում նույն հաջորդականությամբ թերվում է գրականության ցուցակը, կարգային համարը, հեղինակների ազգանուններն ու անվանատառերը, գրքի կամ հոդվածի վերնագիրը: Պարբերական հրատարակությունների համար այնուհետև հաջորդում է ամսագրի ընդունված կրճատ անվանումը առանց չակերտների, բլականը, հատորի ու բողարկման համարները, հերթական համարը և էջը: Գրքերի դեպքում՝ հրատարակման վայրը, հրատարակչությունը, թվականը և էջը: Շիրատարակված աշխատանքի վերաբերյալ (բացի դիսերտացիայից) գրականության մեջ նշել չի թույլատրվում: Արտապահմանյան գրականությունը տեքստում նշվում է հոդվածի լեզվով, իսկ գրականության մեջ՝ Ծրբինալով (մերքենագրված կամ գրված սև բանաքրով պարզ և ազատ):

9. Հոդվածի տեքստի վերջում ձախ կողմում նշվում է այն ամրիոնը կամ լաբորատորիան, որտեղ կատարվել է աշխատանքը:

10. Հոդվածը ստորագրվում է բոլոր հեղինակների կողմից:

11. Խմբագրությունը հեղինակին տալիս է առաջին սրբագրությունը, որտեղ ուղղման ենթակա են տպագրության սխալները: