ԵՐԵՎԱՆԻ
ՊԵՏԱԿԱՆ
ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆ

1919

ЕРЕВАНСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ

ԳԻՏԱԿԱՆ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ

УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ

1.2002

ԵՐԵՎԱՆ ✦ ЕРЕВАН

ISSN 0132-0173

Հրատարակվում է 1925 թ.-ից (1967 թ.-ից՝ պարբերաբար):

Издается с 1925 г. (с 1967 г.– периодически).

ԽՄԲԱԳՐԱԿԱՆ ԿՈԼԵԳԻԱ

ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ Ռ.Մ. *(գլխ. խմբագիր)*, ՊԵՏՐՈՍՅԱՆ Ս.Գ. *(գլխ.խմբագրի տեղակալ)*,
ՇԱՐԱՄԲԵՅԱՆ Լ.Թ. (պատ.քարտուղար)
ԲՈՅՆԱԳՐՅԱՆ Վ.Ռ., ԴԱՆԻԵԼՅԱՆ Է.Ա., ԽԱՉԱՏՐՅԱՆ Ի.Գ., ԽԱՉԱՏՐՅԱՆ Հ.Գ.,
ՀՈՎՍԵՓՅԱՆ Լ.Լ., ՄԱՐԳԱՐՅԱՆ Շ.Ա., ՄԱՐՏԻՐՈՍՅԱՆ Ռ.Մ., ՇՈՒՔՈՒՐՅԱՆ Ս.Կ.,
ՉՈՒԲԱՐՅԱՆ Է.Վ., ՍԱՐԳՍՅԱՆ Հ.Հ., ՍԱՐԳՍՅԱՆ Ս.Վ.

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

АРУТЮНЯН Р.М. *(гл. редактор)*, ПЕТРОСЯН С.Г. *(зам. гл. редактора)*,
ШАРАМБЕЯН Л.Т. *(отв. секретарь)*
БОЙНАГРЯН В.Р., ДАНИЕЛЯН Э.А., МАРКАРЯН Ш.А., МАРТИРОСЯН Р.М.,
ОСИПЯН Л.Л., САРКИСЯН О.А., САРКИСЯН С.В., ХАЧАТРЯН А.Г.,
ХАЧАТРЯН И.Г., ЧУБАРЯН Э.В., ШУКУРЯН С.К.

Издательство Ереванского университета
© "Ученые записки" ЕГУ, естественные науки. 2001

Сдано в производство 19.12.2001 г. Подписано к печати 20.03.2002 г. Формат 70×108 1/16. Офсетная печать. 9,125 печ. л=12,78 усл. п. л. 15,5 уч. изд. л. Заказ 1. Тираж 250.
Регистрационный номер 258

Издательство Ереванского госуниверситета. Ереван, Ал. Манукяна, 1.
Цех Ротапринт Ереванского госуниверситета, Ереван, Ал. Манукяна, 1.

ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆԻ ԳԻՏԱԿԱՆ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ ЕРЕВАНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

Բնական գիտություններ 1 (197), 2002 Естественные науки

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

Ի.Մ. Կարախանյան – Բանախի A հանրահաշվում h, k էրմիտյան գործակիցներով $hx-xk=c$ հավասարման մասին 3

Գ.Հ. Սահակյան – Դիրակի երկպարամետրական եզրային խնդրի սեփական ֆունկցիաների լրիվության մասին 9

Ժ.Ա. Բաբայան – Մյունտցի ֆունկցիաների մի բիօրթոգոնալ համակարգի մասին 15

Ա.Վ. Ցուցուլյան – Եզրային խնդիրներ բարձր կարգի վերասերվող քվազիգծային հավասարումների համար 24

Վ.Ա. Ներսեսյան – P^6 պրոյեկտիվ տարածության եռաչափ հարթությունների թույլատրելի կոմպլեքսները. II 34

ՄԵԽԱՆԻԿԱ

Ա.Ա. Ղուկասյան, Ա.Ա. Մանուկյան – Նյութական կետի երաշխավորված ղեկավարման մասին ոչ լրիվ ինֆորմացիայի դեպքում 39

ՔԻՄԻԱ

Մ.Գ. Գևորգյան, Ն.Մ. Բեյլերյան – Ջրում ֆենիլդիէթանոլամին–կալիումի պերսուլֆատ ռեակցիայի կինետիկայի և մեխանիզմի ուսումնասիրությունը: II. Գունավոր նյութի կուտակման օրինաչափությունները և հիմքի ու թթվի ազդեցությունը ռեակցիայի արագության վրա 49

Ա.Ե. Աղաջանյան, Կ.Ի. Եղյան, Գ.Ժ. Հովհաննիսյան, Ա.Ս. Սաղյան – L-պրոլինի կուլտուրալ հեղուկից ամինաթթվային խառնուրդի անջատման պրոցեսի օպտիմալացումը 56

Ն.Օ. Գյոկչյան, Ա.Ա. Եղիազարյան, Ջ.Ա. Միքայելյան, Հ.Գ. Խաչատրյան – Օսմիումի (IV) քլորիդային անիոնային կոմպլեքսի փոխազդեցությունը թիազինային շարքի ներկանյութ դիմերիլթիոնինի հետ 63

Լ.Ա. Խաչատրյան, Ռ.Ֆ. Պապոյան, Լ.Ա. Սահակյան, Ա.Ա. Ավետիսյան – Մի քանի նոր N-պարունակող հետերոցիկլերի սինթեզ ցիկլիկ կետոէսթերների հիման վրա 67

Վ.Ս. Հարությունյան, Տ.Վ. Ղոչիկյան, Է.Վ. Հարությունյան, Ա.Ա. Ավետիսյան – Ալկենիլմալոնաթթուների էսթերների ցիկլացումը 73

ԿԵՆՍԱԲԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

Մ.Ա. Դավթյան, Մ.Հ. Խաչատրյան, Ս.Ա. Կարապետյան, Հ.Հ. Սեմերջյան – Խոզի արյան պլազմայի ապիտակուցների ամինաթթվային կազմը 77

Մ.Ս. Մարտիրոսյան, Ա.Խ. Աղաջանյան – Պրոլինի կատաբոլիզմին մասնակցող ֆերմենտների ակտիվության կարգավորումը լոբու ընդակերի փոխակերպության տարբեր փուլերում 81

Պ.Ա. Ղազարյան, Լ.Ս. Սահակյան, Ա.Ռ. Եղիազարյան, Ա.Գ. Գրիգորյան, Մ.Կ. Բեգլարյան – 4-բութանոլիդոնների ազդեցությունը թաղանթային ֆոսֆոլիպիդների սինթեզի և քայքայման գործընթացների վրա իոնացնող ճառագայթման ժամանակ 86

Ռ.Ռ. Սադոյան, Կ.Գ. Ազարյան – Ցորենի դեպրեսիվ հիբրիդների բերքատվության որոշ ցուցանիշները 91

Ն.Վ. Ադամյան, Կ.Ա. Ջիվանյան – Առնետների և տնային հավերի լյարդի վերականգնողական գործընթացներում միջհյուսվածքային փոխհարաբերությունների դերի մասին 96

ԵՐԿՐԱԲԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

Ռ.Ա. Հարությունյան – Խդեբանցի ոսկու հանքաբերնակման երկրաբանական կառուցվածքի հիմնական գծերը և հեռանկարները 101

ԱՇԽԱՐՀԱԳՐՈՒԹՅՈՒՆ

Ռ.Խ. Գագինյան, Պ.Գ. Դավթյան, Ա.Վ. Խոյեցյան – Արարատյան դաշտի հողերի դեգրադացիայի ռիսկի գնահատումը Արարատի մարզի օրինակով 108

ՀԱՂՈՐԴՈՒՄՆԵՐ

Գ.Ա. Բաղդասարովա – Կոմպակտ ուռուցիկ բազմությունների վերջավոր չափողականության հայտանիշներ 115

Վ.Ռ. Բարսեղյան – Էտապ առ էտապ փոփոխվող գծային համակարգերի օպտիմալ ղեկավարման խնդրի մասին ժամանակի միջանկյալ պահերին դրված ֆազային սահմանափակումների դեպքում 118

Ի.Վ. Գոգինյան, Ջ.Ա. Գևորգյան, Ջ.Հ. Վարդանյան – Լեյցին-ամինատրանսֆերազային ակտիվության համեմատական ուսումնասիրությունը քրոմատոգրաֆիկ և գունաչափական մեթոդներով 121

Լ.Հ. Նավասարդյան – N^{15}-ի ներառումը *Candida guilliermondii WKM U–42* խմորասնկերի սպիտակուցների մեջ 124

Է.Վ. Դայան – Կենտրոնական հեմոդինամիկայի վիճակի գնահատականը նախավիրահատական շրջանում 127

Ք.Գ. Ավագյան, Ա.Վ. Պողոսյան – Սպիտակի շրջանի Աստվածածին սարի բուսականությունը և ֆլորիստական կազմը 131

Բ.Մ. Սուլեյման – Կարտոֆիլի արմատային համակարգի պաթոգենմիկոէկկրիսոտրոֆների վրա *Trichoderma viride* սնկի ազդեցությունը 134

Է.Գ. Յավրույան, Գ.Յու. Պապով, Ն.Վ. Գզրարյան, Վ.Տ. Հայրապետյան – Հայաստանի կաթնասունների ֆաունայի համար ձեռքաթևավորների (*Chiroptera*) երեք նոր տեսակ 137

Հ.Ա. Աղինյան, Ա.Հ. Աղինյան – Հայաստանի Հանրապետության ստորերկրյա ջրերի մոնիտորինգի ներկա վիճակը և խնդիրները 139

ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆԻ ԳԻՏԱԿԱՆ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ ЕРЕВАНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

Բնական գիտություններ 1, 2002 Естественные науки

Математика

УДК 513.8

И.М. КАРАХАНЯН

ОБ УРАВНЕНИИ $hx-xk=c$ В БАНАХОВОЙ АЛГЕБРЕ A С ЭРМИТОВЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ h,k

В данной работе изучается вопрос разрешимости уравнения $hx-xk=c$, где h, k – эрмитовы элементы слабо полной банаховой алгебры A. Доказывается (теорема 1) критерий разрешимости уравнения $hx-xk=c$, который позволяет (теорема 2) получить следующий алгебраический критерий разрешимости этого уравнения. Для разрешимости в A уравнения $hx-xk=c$ необходимо и достаточно подобие матриц $\begin{pmatrix} h, & 0 \\ 0, & k \end{pmatrix}$ и $\begin{pmatrix} h, & c \\ 0, & k \end{pmatrix}$.

Пусть A – комплексная, слабо полная (в частности рефлексивная или гильбертова (см. [1,2]) банахова алгебра с единицей $\mathbf{1}$ и пусть $\|\mathbf{1}\|=1$, $\|ab\|\le\|a\|\,\|b\|$ для всех элементов $a, b\in A$. Напомним, что линейный функционал $\varphi: A\to C$ называется *состоянием*, если $\|\varphi\|=\varphi(\mathbf{1})=1$. Пусть $P(A)$ обозначает множество всех состояний, которое есть слабо-звездочно выпуклый компакт в A^*. Множество $V(a)=\{\varphi(a) : \varphi\in P(A)\}$ называется (*алгебраическим*) *числовым образом* элемента $a\in A$. Заметим, что если A – подалгебра в алгебре BL (H) всех ограниченных линейных операторов, действующих в комплексном гильбертовом пространстве H, и оператор $T\in A$, то V(T) совпадает с замыканием *обычного числового образа* оператора T (см.[3]). Напомним, что элемент $h\in A$ называется *эрмитовым*, если $V(h)\subset R$, где R – поле вещественных чисел. Это условие равносильно тому, что $\|\exp(ith)\|=1$ для всех $t\in R$.

В работах [4–6] для операторной алгебры A=BL (X), где X – комплексное банахово (в частности гильбертово) пространство, изучалась разрешимость однородного уравнения $ax-xb=c$, где операторы $a, b, c\in$ BL (X).

В настоящей работе исследуется разрешимость уравнения $hx-xk=c$, где $h, k\in A$ есть эрмитовы элементы.

Пусть A – комплексная, слабо полная банахова алгебра с единицей. Обозначим через $H(A)$ множество всех эрмитовых элементов алгебры A, которая является замкнутым R-линейным подпространством в A. Если $a\in A$, то нетрудно видеть, что $V(a)=\prod_{\lambda\in C}\Delta(\lambda_j\,\|\lambda\mathbf{1}-a\|)$, где $\Delta(\lambda_j\,\|\lambda\mathbf{1}-a\|)=\{\xi\in C : |\xi-\lambda|\le\|\lambda\mathbf{1}-a\|\}$, откуда следует, что $Sp(a)\subset V(a)$, где $Sp(a)$ –

спектр элемента a.

Предложение 1. Пусть элемент $\mathbf{h} \in H(A)$ *и* $\varphi \in P(A)$. *Тогда*

$$\lim_{r\to+\infty} \frac{1}{\pi i}\int_{-r}^{r}\langle(\mathbf{h}-\lambda\mathbf{1})^{-1},\ \varphi\rangle ds = \mathrm{sgn}\,t, \quad \text{где } \lambda = s+it \in \boldsymbol{C},\ \langle\cdot,\varphi\rangle = \varphi(\cdot). \qquad (1)$$

Доказательство. Пусть $K_{\mathbf{h}}(\lambda) = \langle \frac{\mathbf{1}}{\lambda} + (\mathbf{h}-\lambda\mathbf{1})^{-1},\ \varphi\rangle$. Тогда $K_{\mathbf{h}}(\lambda) =$

$= -\frac{1}{\lambda^2}\langle \mathbf{h}\,(\mathbf{1}-\frac{\mathbf{h}}{\lambda})^{-1},\ \varphi\rangle$, откуда следует, что

$$|\lambda K_{\mathbf{h}}(\lambda)| \le \frac{\mathbf{1}}{|\lambda|}\,|\langle \mathbf{h}\,(\mathbf{1}-\frac{\boldsymbol{h}}{\lambda})^{-1},\ \varphi\rangle| \le \frac{M}{|\operatorname{Im}\lambda|}.$$

Используя интегральную формулу Коши, получаем, что $\lim\limits_{r\to+\infty}\int_{-r}^{r} K_h(\lambda)\,ds = 0$,

откуда следует $\lim\limits_{r\to+\infty}\frac{1}{\pi i}\int_{-r}^{r}\langle(\mathbf{h}-\lambda\mathbf{1})^{-1},\ \varphi\rangle ds = -\frac{\varphi(\mathbf{1})}{\pi i}\lim\limits_{r\to+\infty}\int_{-r}^{r}\frac{ds}{\lambda} = \mathrm{sgn}\,t$, так как $\varphi \in P(A)$. Предложение 1 доказано.

Для $t>0$, $r>0$ рассмотрим элемент $x_{t,r} = x\,(\mathbf{h}, \mathbf{k}, \mathbf{c};\ t, r) \in \boldsymbol{A}$, определяемый по формуле

$$x_{t,r} = \frac{1}{2\pi i}\int_{-r}^{r}\left(\boldsymbol{h}-\bar{\lambda}\,\boldsymbol{1}\right)^{-1}\mathbf{c}\,(\mathbf{k}-\lambda\,\mathbf{1})^{-1}ds.$$

Тогда

$$\|x_{t,r}\| \le \frac{2\|\boldsymbol{c}\|}{\pi t}\sqrt{arctg\frac{r+\|\boldsymbol{h}\|}{t}\cdot arctg\frac{r+\|\boldsymbol{k}\|}{t}} \le \frac{\|\boldsymbol{c}\|}{t},$$ т. е. $t\,\|x_{t,r}\| \le \|\boldsymbol{c}\|$ при всех $r>0$.

В силу слабой полноты банаховой алгебры $\boldsymbol{A}$ рассмотрим элемент $x_t = x\,(\boldsymbol{h}, \boldsymbol{k}, \boldsymbol{c};\ t) \in \boldsymbol{A}$ как слабый интеграл $x_t = w-\lim\limits_{r\to\infty} x_{t,r}$, который будем писать в виде

$$x_t = \frac{1}{2\pi i}\int_{-\infty}^{\infty}(\boldsymbol{h}-\bar{\lambda}\boldsymbol{1})^{-1}\boldsymbol{c}(\boldsymbol{k}-\lambda\boldsymbol{1})^{-1}ds. \qquad (2)$$

Предложение 2. Пусть $t>0$. *Тогда для элемента* $x_t \in \boldsymbol{A}$ *выполняется неравенство* $t\,\|x_t\| \le \|\boldsymbol{c}\|$.

Доказательство. Так как $\|x_t\| = \sup\{|\langle x_t,\varphi\rangle|:\ \varphi \in P(\boldsymbol{A})\}$, то

$$|\langle x_t,\varphi\rangle| \le \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left|\langle(\boldsymbol{h}-\bar{\lambda}\boldsymbol{1})^{-1}\boldsymbol{c}(\boldsymbol{k}-\lambda\boldsymbol{1})^{-1};\varphi\rangle\right|ds \le \frac{\|\boldsymbol{c}\|}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left\|(\boldsymbol{h}-\bar{\lambda}\boldsymbol{1})^{-1}\right\|\left\|(\boldsymbol{k}-\lambda\boldsymbol{1})^{-1}\right\|ds \le$$

$$\le \frac{\gamma\|\boldsymbol{c}\|}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left\|(\boldsymbol{h}-\lambda\boldsymbol{1})^{-1}\right\|\cdot\left\|(\boldsymbol{k}-\lambda\boldsymbol{1})^{-1}\right\|ds,$$

где $\gamma = 1.92 \pm 0.04$ (см.[7]).

Ввиду того что

$$\int_{-\infty}^{\infty}\left\|(\boldsymbol{h}-\lambda\boldsymbol{1})^{-1}\right\|^2 ds \le \int_{-\infty}^{\infty}\frac{d\lambda}{|s|^2} = \frac{\pi}{t},\quad \int_{-\infty}^{\infty}\left\|(\boldsymbol{k}-\lambda\boldsymbol{1})^{-1}\right\|^2 ds \le \frac{\pi}{t},$$

при $t>0$ получаем, что $|\langle x_t,\varphi\rangle| \le \frac{\|\boldsymbol{c}\|}{t}$, откуда $t\|x_t\| \le \|\boldsymbol{c}\|$. Предложение 2

доказано.

Предложение 3. Элемент $x_t \in \mathbf{A}$ *есть единственное решение уравнения*

$$(h+it1)x - x(k-it1) = c, \tag{3}$$

где $t>0$.

Доказательство. Пусть элемент $x_0 \in A$ – решение уравнения (3) и пусть $\lambda = s+it \in C$. Тогда

$$(h+it1-s1)\,x_0 - x_0(k-it1-s1) = c, \text{ т.е. } (h-\bar{\lambda}1)x_0 - x_0(k-\lambda 1) = c.$$

Отсюда имеем, что

$$x_0(k-\lambda 1)^{-1} - (h-\bar{\lambda}1)^{-1}x_0 = (h-\bar{\lambda}1)^{-1}c(k-\lambda 1)^{-1}.$$

Тогда для $\varphi \in$ P(A) получаем, что

$$\langle x_0(k-\lambda 1)^{-1},\varphi\rangle - \langle (h-\bar{\lambda}1)^{-1}x_0;\varphi\rangle = \langle (h-\bar{\lambda}1)^{-1}c(k-\lambda 1)^{-1};\varphi\rangle,$$

откуда $\lim\limits_{r\to\infty}\dfrac{1}{2\pi i}\int\limits_{-r}^{r}\left\{\langle x_0(k-\lambda 1)^{-1};\varphi\rangle - \langle (h-\bar{\lambda}1)^{-1}x_0;\varphi\rangle\right\}ds =$

$$= \lim_{r\to\infty}\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{-r}^{r}\langle (h-\bar{\lambda}1)^{-1}c(k-\lambda 1)^{-1},\varphi\rangle ds\,.$$

Так как

$$\lim_{r\to\infty}\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{-r}^{r}\langle x_0(k-\lambda 1)^{-1};\varphi\rangle ds = \frac{1}{2}\langle x_0,\varphi\rangle \quad \text{и} \quad \lim_{r\to\infty}\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{-r}^{r}\langle (h-\bar{\lambda}1)^{-1}x_0,\varphi\rangle ds = -\frac{1}{2}\langle x_0,\varphi\rangle,$$

то в итоге получаем, что $\langle x_0,\varphi\rangle = \langle x_t,\varphi\rangle$. Откуда следует, что $x_t = x_0$, так как *P(A)* разделяет точки алгебры A. Таким образом, если решение существует, то оно единственно.

Теперь покажем, что элемент $x_t \in A$ – решение уравнения (3). Так как

$$(h+it1)x_t - x_t(k-it1) = (h-\bar{\lambda}1)x_t - x_t(k-\lambda 1),$$

то для $\varphi \in$ имеем

$$\langle (h+it1)x_t,\varphi\rangle - \langle x_t(k-it1),\varphi\rangle = \langle (h-\bar{\lambda}1)x_t,\varphi\rangle - \langle x_t(\mathrm{k}-\lambda\mathbf{1}),\varphi\rangle =$$

$$= \lim_{r\to\infty}\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{-r}^{r}\left\{\langle c(k-\lambda 1)^{-1},\varphi\rangle - \langle (h-\bar{\lambda}1)^{-1}c,\varphi\rangle\right\}ds = \langle c,\varphi\rangle.$$

Таким образом элемент x_t – решение уравнения (3).

Предложение 3 доказано.

Замечание. Так как $V(h+it1) = V(h)+it$, $V(k-it1) = V(k)-it$ и $V(h)$, $V(k) \subset R$, то $V(h+it1)\cap V(k-it1) = \varnothing$ и поэтому $Sp(h+it1)\cap Sp(k-it1) = \varnothing$.

Поэтому уравнение (3) имеет единственное решение, которое можно записать также по многомерной формуле

$$x_t = -\frac{1}{4\pi^2}\int\limits_{\gamma(h+it1)}\int\limits_{\gamma(k-it1)}\frac{((h+it1)-\lambda 1)^{-1}c((k-it1)-\mu 1)^{-1}}{\lambda-\mu}d\lambda d\mu.$$

Теорема 1. Для того чтобы уравнение $hx-xk=c$, *где* $h,k \in H(A)$, $c \in A$, *было разрешимо в алгебре* A, *необходимо и достаточно, чтобы*

числовое множество $\{\|x_t\| : t > 0\}$ *было ограничено. При этом условии существует слабо сходящаяся последовательность элементов* $\{x_{t_n}\}$ *при* $t_n \to 0$, *и всякая такая слабо сходящаяся последовательность стремится к решению данного уравнения.*

Доказательство. Пусть $x_0 \in A$ – решение уравнения $hx - xk = c$. Тогда $(h - \bar{\lambda}I)x_0 - x_0(k - \lambda I) = c + 2itx_0$, где $\lambda = s + it \in \mathbf{C}$.

Отсюда имеем, что

$$x_0(k - \lambda I)^{-1} - (h - \bar{\lambda}I)^{-1} x_0 = (h - \bar{\lambda}I)^{-1} c(k - \lambda I)^{-1} + 2it(h - \bar{\lambda}I)^{-1} x_0 (k - \lambda I)^{-1}.$$

Если $\varphi \in P(A)$, то

$$\lim_{r\to\infty} \frac{1}{2\pi i} \int_{-r}^{r} \left\{ \langle x_0(k - \lambda I)^{-1}, \varphi \rangle - \langle (h - \bar{\lambda}I)^{-1} x_0, \varphi \rangle \right\} ds =$$

$$= \lim_{r\to\infty} \frac{1}{2\pi i} \int_{-r}^{r} \langle (h - \bar{\lambda}I)^{-1} c(k - \lambda I)^{-1}, \varphi \rangle ds +$$

$$+ 2it \lim_{r\to\infty} \frac{1}{2\pi i} \int_{-r}^{r} \langle (h - \bar{\lambda}I)^{-1} x_0 (k - \lambda I)^{-1}, \varphi \rangle ds .$$

В итоге получаем, что

$$\langle x_0, \varphi \rangle = \langle x(h,k,c;t), \varphi \rangle + 2it \langle x(h,k,x_0;t), \varphi \rangle = \langle x_t, \varphi \rangle + 2it \langle x(h,k,x_0;t), \varphi \rangle .$$

В силу предложения 2 имеем, что

$$t\|x(h,k,x_0;t)\| \le \|x_0\|.$$

Следовательно, $\|x_t\| \le 3\|x_0\|$, т.е. числовое множество $\{\|x_t\| : t > 0\}$ ограничено.

Обратно, если множество $\{\|x_t\| : t > 0\}$ ограничено, то существует последовательность элементов $\{x_{t_n}\} \subset A$, которая при $t_n \to 0$ слабо сходится к некоторому элементу $x_0 \in A$. Так как при каждом n элемент $x_{t_n} \in A$ есть решение уравнения

$$(h + it_n I)x - x(k - it_n I) = c,$$

то в итоге имеем, что x_0 – решение уравнения $hx - xk = c$.

Теорема доказана.

Теорема 2. Пусть элементы $h, k \in A$, $c \in A$. *Тогда для разрешимости уравнения* $hx - xk = c$ *необходимо и достаточно, чтобы матрицы* $\begin{pmatrix} h, & c \\ 0, & k \end{pmatrix}$ *и* $\begin{pmatrix} h, & 0 \\ 0, & k \end{pmatrix}$ *были подобны.*

Доказательство. Если уравнение разрешимо, т.е. существует элемент $x_0 \in A$, что $hx_0 - x_0 k = c$, то

$$\begin{pmatrix} I, & -x_0 \\ 0, & I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h, & 0 \\ 0, & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I, & x_0 \\ 0, & I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h, & hx_0 - x_0 k \\ 0, & k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h, & c \\ 0, & k \end{pmatrix}.$$

Наоборот, пусть

$$\begin{pmatrix} h, & c \\ 0, & k \end{pmatrix} = Q^{-1}\begin{pmatrix} h, & 0 \\ 0, & k \end{pmatrix} Q$$

Так как

$$\begin{pmatrix} k, & 0 \\ -c, & h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0, & I \\ -I, & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} h, & c \\ 0, & k \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0, & -I \\ I, & 0 \end{pmatrix}$$

и

$$\begin{pmatrix} h, & 0 \\ -c, & k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0, & I \\ I, & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} k, & c \\ 0, & h \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0, & I \\ I, & 0 \end{pmatrix},$$

то в итоге

$$\begin{pmatrix} k, & 0 \\ -c, & h \end{pmatrix} = Q_1^{-1}\begin{pmatrix} k, & 0 \\ 0, & h \end{pmatrix} Q_1,$$

где

$$Q_1 = \begin{pmatrix} 0, & I \\ I, & 0 \end{pmatrix} Q \begin{pmatrix} 0, & -I \\ I, & 0 \end{pmatrix}, \; Q_1^{-1} = \begin{pmatrix} 0, & I \\ -I, & 0 \end{pmatrix} Q^{-1} \begin{pmatrix} 0, & I \\ I, & 0 \end{pmatrix}.$$

Таким образом

$$\begin{pmatrix} k - \lambda I, & 0 \\ -c, & h - \lambda I \end{pmatrix} = Q_1^{-1}\begin{pmatrix} k - \lambda I, & 0 \\ 0, & h - \lambda I \end{pmatrix} Q_1,$$

где $\lambda = s + it \in \mathbf{C}$, $t \to 0$, откуда

$$\begin{pmatrix} (h - \lambda I)^{-1}, & 0 \\ -(h - \lambda I)^{-1} c (k - \lambda I)^{-1}, & (k - \lambda I)^{-1} \end{pmatrix} = Q_1^{-1}\begin{pmatrix} (h - \lambda I)^{-1}, & 0 \\ 0, & (k - \lambda I)^{-1} \end{pmatrix} Q_1.$$

Умножим слева обе части полученного соотношения на матрицу $\begin{pmatrix} I, & 0 \\ 0, & I - 2it(h - \bar{\lambda} I)^{-1} \end{pmatrix}$. Тогда получим

$$\begin{pmatrix} (h - \lambda I)^{-1}, & 0 \\ -(h - \bar{\lambda} I) c (k - \lambda I)^{-1}, & (k - \lambda I)^{-1} + (\bar{\lambda} - \lambda)(h - \bar{\lambda} I)^{-1}(k - \lambda I)^{-1} \end{pmatrix} =$$

$$= Q_1^{-1}\begin{pmatrix} (h - \lambda I)^{-1}, & 0 \\ 0, & (k - \lambda I)^{-1} \end{pmatrix} Q_1 - \begin{pmatrix} I, & 0 \\ 0, & -2it(h - \bar{\lambda} I)^{-1} \end{pmatrix} Q_1^{-1}\begin{pmatrix} (h - \lambda I)^{-1}, & 0 \\ 0, & (k - \lambda I)^{-1} \end{pmatrix} Q_1.$$

Применяя к обеим частям данного тождества процедуру слабого интегрирования

$$\lim_{r \to \infty} \frac{1}{2\pi i} \int_{-r}^{r} \langle \cdot, \varphi \rangle ds,$$

получим

$$\begin{pmatrix} \left(\frac{1}{2}\langle I, \varphi \rangle\right), & 0 \\ -\langle x_t, \varphi \rangle, & \left\langle \frac{1}{2} I + Z_t, \varphi \right\rangle \end{pmatrix} = \frac{1}{2}\operatorname{sgn} t \begin{pmatrix} I, & 0 \\ 0, & I \end{pmatrix} - 2it \begin{pmatrix} \langle I, \varphi \rangle, & 0 \\ 0, & \frac{1}{2}\langle I, \varphi \rangle \end{pmatrix} Q_1^{-1} \begin{pmatrix} \frac{1}{2}\langle I, \varphi \rangle, & 0 \\ 0, & \frac{1}{2}\langle I, \varphi \rangle \end{pmatrix} Q_1,$$

где $\varphi \in \mathrm{P}(A)$, $Z_t = -2it \lim\limits_{r \to \infty} \frac{1}{2\pi i} \int_{-r}^{r} \left\langle (h - \bar{\lambda} I)^{-1}(k - \lambda I)^{-1}, \varphi \right\rangle ds.$

Так как при $t > 0$ $\|Z_t\| < \gamma$ и правая часть полученного соотношения ограничена, то множество $\{\|x_t\|_{t>0}\}$ ограничено. Остается сослаться на теорему 1. Теорема доказана.

Кафедра механики сплошной среды

Поступила 27.11.2000

ЛИТЕРАТУРА

1. **Наймарк М.А.** Нормированные кольца. М.: Наука, 1968.
2. **Bonssal J.F. and Duncan J.** Complete normed algebras. Springer-Verlag, 1973.
3. **Халмош П.** Гильбертовы пространства в задачах. М.: Мир, 1970.
4. **Далецкий Ю.Л., Крейн М.Г.** Устойчивость решений дифференциальных уравнений в банаховом пространстве. М.: Наука, 1970.
5. **Rosenblum M.** – Proc Amer. Math. Soc. 1969, v.20, p. 115–120.
6. **Гантмахер Ф.Р.** Теория матриц. М.: Наука, 1970.
7. **Gorin E.A.** – Russian Journal of Mathematical Physics, 1997, v.8, N1, p.117–118.

Ի.Մ. ԿԱՐԱԽԱՆՅԱՆ

ԲԱՆԱԽԻ A ՀԱՆՐԱՀԱՇՎՈՒՄ h, k ԷՐՄԻՏՅԱՆ ԳՈՐԾԱԿԻՑՆԵՐՈՎ $hx-xk=c$ ՀԱՎԱՍԱՐՄԱՆ ՄԱՍԻՆ

Ամփոփում

Տվյալ աշխատանքում ուսումնասիրվում է $hx-xk=c$ հավասարման լուծելիության հարցը, որտեղ h, k -ն թույլ լրիվ A Բանախի հանրահաշվի էրմիտյան տարրերն են: Հոդվածում (թեորեմ 1) ապացուցվում է հավասարման լուծելիության հայտանիշ, որը թույլ է տալիս (թեորեմ 2) ստանալ այդ հավասարման համար հետևյալ հանրահաշվական հայտանիշը: Որպեսզի $hx-xk=c$ հավասարումը ունենա լուծում A -ում, անհրաժեշտ է և բավարար, որ $\begin{pmatrix} h, & 0 \\ 0, & k \end{pmatrix}$ և $\begin{pmatrix} h, & c \\ 0, & k \end{pmatrix}$ մատրիցները լինեն նման :

I.M. KARAKHANIAN

ON THE EQUATION $hx-xk=c$ IN BANACH ALGEBRA A, WITH HERMITIAN COEFFICIENTS h, k

Summary

This work investigates the problem of solvability on the equation $hx-xk=c$, with Hermitian coefficients h, k of weak complete Banach algebra A. In the article (theorem 1) the criterion of solvability of equation $hx-xk=c$ is proved which implies (theorem 2) the following algebraic criterion of solvability. For solvability in A the equation $hx-xk=c$ the similarity of matrixes $\begin{pmatrix} h, & 0 \\ 0, & k \end{pmatrix}$ and $\begin{pmatrix} h, & c \\ 0, & k \end{pmatrix}$ is necessary and sufficient.

ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆԻ ԳԻՏԱԿԱՆ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ ЕРЕВАНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

Բնական գիտություններ 1, 2002 Естественные науки

Математика

УДК 517.948.25

Г.Г. СААКЯН

О ПОЛНОТЕ СОБСТВЕННЫХ ФУНКЦИЙ ДВУХПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДИРАКА

Равенство Парсеваля доказывается для элементов энергетического пространства $L^2_{\Delta_0}(I)$, порожденного двухпараметрической краевой задачей Дирака.

§1. Постановка задачи, предварительные результаты. Вопросы полноты собственных функций многопараметрических спектральных задач, впервые затронутые Гильбертом в начале века, активно начали изучаться в последние 30 лет (см., напр., [1–8]). В работе рассматривается следующая двухпараметрическая задача Дирака:

$$S\frac{dy^r(x_r)}{dx_r}+G_r(x_r)y^r(x_r)=\sum_{s=1}^{2}\lambda_s A_{rs}(x_r)y^r(x_r),\quad 0\le x_r\le \ell_r,\quad r=1,2, \tag{1.1}$$

с краевым условием

$$y^r(\ell_r)=\rho_r y^r(0),\ \text{где}\ |\rho_r|=1. \tag{1.2}$$

Здесь $G_r(x_r), A_{rs}(x_r)$ $(s,r=1,2)$ – непрерывные на $[0,\ell_r]$ вещественные, симметричные матрицы порядка 2×2, λ_1,λ_2 – комплексные параметры, $y^r(x_r)=(y_1^r(x_r),y_2^r(x_r))$ – C^2-значные неизвестные вектор-функции. S – сигнатурная матрица: $S^*=-S$, $S^2=-E$ (E – единичная матрица порядка 2×2).

Пусть $H_r=L^2[0,\ell_r]$, $r=1,2$, – гильбертово пространство C^2-значных вектор-функций $f^r(x_r)=(f_1^r(x_r),f_2^r(x_r))$, $0\le x_r\le \ell_r$, таких,что

$$<f^r\,|\,f^r>=\int_0^{\ell_r}<f^r(x_r),f^r(x_r)>dx<\infty,\quad r=1,2, \tag{1.3}$$

где $<\cdot,\cdot>$ – знак скалярного произведения в C^2, а $<\cdot|\cdot>_r$ – знак скалярного произведения в H_r, $r=1,2$. Обозначим через H пространство $H_1\otimes H_2$. Элементами H будут всевозможные тензорные произведения произвольных двух вектор-функций $f^1(x_1)=(f_1^1(x_1),f_2^1(x_1))\in H_1$ и $f_1^2(x_2)=(f_1^2(x_2),f_2^2(x_2))\in H_2$, определяемые в H как четырехмерные вектор-функции:

$$f(x)=f^1(x_1)\otimes f^2(x_2)=(f_1^1(x_1)f_1^2(x_2),f_1^1(x_1)\times \times f_2^2(x_2),f_2^1(x_1)f_1^2(x_2),f_2^1(x_1)f_2^2(x_2)). \tag{1.4}$$

Определим в H скалярное произведение $<<\cdot|\cdot>>$ по формуле

$$<< f \mid g >> = \int_I << f(x),g(x) >> dx, \quad I=[0,\ell_1]\times[0,\ell_2]\subset R^2, \tag{1.5}$$

где $<<\cdot,\cdot>>$ – знак скалярного произведения в $C^2\otimes C^2$. Предполагается, что H пополнено в его собственном скалярном произведении. Нетрудно показать, что H будет гильбертовым пространством.

Тензорное произведение двух двухмерных матриц $A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22}\end{pmatrix}$ и $B=\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22}\end{pmatrix}$ определяется как следующая четырехмерная матрица:

$$A\otimes B=\begin{pmatrix} a_{11}b_{11} & a_{11}b_{12} & a_{12}b_{11} & a_{12}b_{12} \\ a_{11}b_{21} & a_{11}b_{22} & a_{12}b_{21} & a_{12}b_{22} \\ a_{21}b_{11} & a_{21}b_{12} & a_{22}b_{11} & a_{22}b_{12} \\ a_{21}b_{21} & a_{21}b_{22} & a_{22}b_{21} & a_{22}b_{22}\end{pmatrix}.$$

Определение 1.1. Если при $\lambda=\lambda^0=(\lambda_1^0,\lambda_2^0)\in C^2$ система (1.1) имеет решение $\{y^1(x_1,\lambda),y^2(x_2,\lambda)\}\not\equiv\{0,0\}$, удовлетворяющее условиям (1.2), то $\lambda=\lambda^0$ называется собственным значением, а тензор $y^1(x_1,\lambda)\otimes y^2(x_2,\lambda)$ – собственной функцией задачи (1.1), (1.2), соответствующей собственному значению λ_0. Множество собственных значений называется точечным спектром этой задачи и обозначается σ_p.

Пусть $A(x)\ (x\in I)$ – непрерывная вещественная симметричная матрица-функция, которая при каждом $x\in I$ является ограниченным оператором в $C^2\otimes C^2$. $A(x)$ называется положительным оператором, если

$$\int_I << A(x)f(x),f(x) >> dx > 0 \tag{1.6}$$

при любом $f(x)\not\equiv 0$ на I, $f(x)=f^1(x_1)\otimes f^2(x_2)\in L^2(I)$.

Пусть $A(x)$ – положительный оператор. Определим для f и g из $L^2(I)$ скалярное произведение в виде $[f,g]=<< Af,g >>$. Полученное при этом (энергетическое) пространство также будет гильбертовым (см. [9]). Обозначим его через $L_A^2(I)$.

Нетрудно проверить, что имеет место

Лемма 1.1. Если C^2-значная функция $y^r(x_r)$ удовлетворяет граничным условиям (1.2), то справедливо равенство

$$< Sy^r(l_r), y^r(l_r) >=< Sy^r(0), y^r(0) >. \tag{1.7}$$

Введем обозначения

$$\Delta_0=\Delta(x)=A_{11}(x_1)\otimes A_{22}(x_2)-A_{12}(x_1)\otimes A_{21}(x_2). \tag{1.8}$$

Имеет место следующая

Теорема 1.1. Если Δ_0 – оператор положительного типа в $L^2(I)$, то

а) собственные значения задачи (1.1), (1.2) вещественны ,

б) собственные функции $y(x,\lambda), z(x,\lambda)$, соответствующие различным собственным значениям $\lambda=(\lambda_1,\lambda_2)$, $\mu=(\mu_1,\mu_2)$, Δ_0-ортогональны, т.е.

$$<<\Delta_0 y\,|\,z>>=\int_I <<\Delta_0 y(x,\lambda),z(x,\mu)>>dx=0. \qquad (1.9)$$

Доказательство. Умножая уравнение (1.1) скалярно на y^r справа, затем слева, получим уравнения

$$<S\frac{d}{dx_r}y^r,y^r>+<G_r y^r,y^r>=\sum_{s=1}^{2}\lambda_s<A_{rs}y^r,y^r>,\ r,s=1,2, \qquad (1.10)$$

$$<y^r,S\frac{d}{dx_r}y^r>+<y^r,G_r y^r>=\sum_{s=1}^{2}\bar{\lambda}_s<y^r,A_{rs}y^r>,\ r,s=1,2. \qquad (1.11)$$

Вычитывая из равенства (1.10) равенство (1.11) и учитывая соотношения $G_r^*=G_r$, $A_{rs}^*=A_{rs}$, $S^*=-S$, r,s,= 1,2, найдем

$$\frac{d}{dx}<Sy^r,y^r>=\sum_{s=1}^{2}(\lambda_s-\bar{\lambda}_s)<A_{rs}y^r,y^r> \qquad (1.12)$$

или

$$<Sy^r(l_r),y^r(l_r)>-<Sy^r(0),y^r(0)>=\sum_{s=1}^{2}(\lambda_s-\bar{\lambda}_s)\alpha_{rs}, \qquad (1.13)$$

где

$$\alpha_{rs}=\int_0^l <A_{rs}y^r,y^r>dx_r,\quad r,s,=1,2. \qquad (1.14)$$

В силу соотношения (1.7) левая часть соотношения (1.13) равна нулю. Отсюда следует, что

$$\sum_{s=1}^{2}(\lambda_s-\bar{\lambda}_s)\alpha_{rs}=0,\quad r=1,2. \qquad (1.15)$$

Поскольку $det(\alpha_{rs})=\int_I <<\Delta_0 y(x),y(x)>>dx>0$, то из (1.15) вытекает, что $\lambda_s-\bar{\lambda}_s=0$, $s=1,2$. Следовательно, собственные значения вещественны.

Пусть теперь $y(x,\lambda)$ и $z(x,\mu)$ – собственные функции задачи (1.1), (1.2), соответствующие собственным значениям λ и μ ($\lambda\neq\mu$):

$$y(x,\lambda)=y^1(x_1,\lambda)\otimes y^2(x_2,\lambda),\quad z(x,\mu)=z^1(x_1,\mu)\otimes z^2(x_2,\mu). \qquad (1.16)$$

Тогда, аналогично вышеизложенному, можно получить

$$\sum_{s=1}^{2}(\lambda_s-\mu_s)\int_0^{l_r}<A_{rs}y^r(x_r,\lambda),z^r(x_r,\mu)>dx_r=0,\quad r=1,2. \qquad (1.17)$$

Полученная алгебраическая система является однородной относительно $\lambda_s-\mu_s$ $(s=1,2)$. Определитель этой системы имеет вид

$$\int_I <<\Delta_0 y(x,\lambda),z(x,\mu)>>dx,$$

который в силу $\lambda\neq\mu$ должен быть нулем. Теорема доказана.

§2. Теорема полноты. Рассмотрим следующую двухпараметрическую задачу на собственные значения:

$$T_r f_r=\sum_{s=1}^{2}\lambda_s V_{rs}f_r,\quad r=1,2, \qquad (2.1)$$

где V_{rs}, $s=1,2$, – ограниченные самосопряженные операторы в сепарабель-

ном гильбертовом пространстве H_r и T_r – самосопряженные неограниченные операторы в H_r с областью определения $D(T_r)$, $r=1,2$.

Обозначим через V_{rs}^+ и T_r^+ операторы, действующие в $H=H_1\otimes H_2$ по формулам $V_{1s}^+=V_{1s}\otimes E$, $V_{2s}^+=E\otimes V_{2s}$, $s=1,2$, $T_1^+=T_1\otimes E$, $T_2^+=E\otimes T_2$.

Предположим, что выполняется следующее *условие определенности:* $\det\{< V_{rs}f^r \mid f^r >_r\}_{r,s=1,2}>0$ для всех $f^r\neq 0$ в H_r, $r=1,2$.

Известно, что при выполнении условия определенности и в предположении, что каждый оператор T_r имеет компактную резольвенту и $0\notin\rho(T_r)$ (резольвентное множество оператора T_r), справедлива

Теорема 2.1. (см., напр., [2]). Спектральная задача (2.1) обладает следующими свойствами:

а) собственные значения изолированы в R^2, конечнократны и в конечной части R^2 не имеют предельной точки;

б) если для каждой $f^r\in D(T_r)\subset H_r$, $r=1,2$, и $f=f^1\otimes f^2$ система уравнений

$$\sum_{s=1}^{2}V_{rs}^+g_s=T_r^+f \quad r=1,2, \tag{2.2}$$

разрешима в $H_1\otimes H_2$, то справедливо равенство Парсеваля

$$det\{< V_{rs}f^r \mid f^r >\}=\sum_m \mid det\{< V_{rs}f^r \mid h_{mr} >\}\mid^2, \quad s,r=1,2, \tag{2.3}$$

где $\{h_{mr}\}_{m=1}^{\infty}$ – система собственных ортонормированных векторов задачи (2.1) в смысле

$$det\{< V_{rs}h_{mr} \mid h_{nr} >\}=\delta_{mn}, \quad s,r=1,2.$$

Пусть $\mathfrak{I}_r$ – множество C^2-значных функций, удовлетворяющих условиям

1. $y^r(\ell_r)=\rho_r y^r(0), \mid\rho_r\mid=1$,
2. $y^r(x_r)\in L^2[0,\ell_r]$,
3. $y^r(x_r)$ абсолютно непрерывна на $[0,\ell_r]$,
4. $D_r y^r\equiv S\dfrac{dy^r}{dx_r}+G_r(x_r)y^r\in L^2[0,\ell_r]$.

Таким образом определяется дифференциальный оператор Дирака D_r с областью определения $\mathfrak{I}_r$, которая всюду плотна в пространстве $L^2[0,\ell_r]$.

Известно, (см., напр., [10]), что рассматриваемый оператор Дирака самосопряженный и имеет компактную резольвенту, причем, не нарушая общности рассуждений, можно предположить, что $0\notin\rho(T_r)$.

Таким образом, для доказательства теоремы полноты для задачи (1.1), (1.2) достаточно предположить положительную определенность оператора Δ_0 в пространстве $L^2(I)$ и проверить разрешимость системы (2.2). В нашем случае она имеет вид

$$\begin{cases} A_{11}^+g_1(x)+A_{12}^+g_2(x)=D_1^+f(x) \\ A_{21}^+g_1(x)+A_{22}^+g_2(x)=D_2^+f(x) \end{cases}, \tag{2.4}$$

где $f(x)=f^1(x_1)\otimes f^2(x_2)$ и $f^r(x_r)\in L^2[0,\ell_r]$, $r=1,2$; A^+_{rs}, D^+_r (r,s=1,2) – операторы, определенные в H по формулам $A^+_{1s}=A_{1s}\otimes E$, $A^+_{2s}=E\otimes A_{2s}$, s=1,2, $D^+_1=D_1\otimes E$, $D^+_2=E\otimes D_2$.

Предположим, что Δ_0 – обратимый положительный оператор. Тогда из системы уравнений (2.4) найдем

$$g_1(x)=\Delta_0^{-1}[D^+_1(x_1)A^+_{22}(x_2)-A^+_{12}(x_1)D^+_2(x_2)]f(x),$$

$$g_2(x)=\Delta_0^{-1}[A^+_{11}(x_1)D^+_2(x_2)-A^+_{21}(x_2)D^+_1(x_1)]f(x),\ x=(x_1,x_2)\in I.$$

Следовательно, $g_r(x)\in L^2_{\Delta_0}(I)$, r=1,2. Таким образом, доказана

Теорема 2.2. Если Δ_0 – оператор положительного типа в пространстве $L^2(I)$, то для любого тензора $\omega\in L^2_{\Delta_0}(I)$ справедливо равенство Парсеваля

$$\int_I \langle\langle \Delta_0\omega,\omega\rangle\rangle\, dx=\sum_k\left|\int_I \langle\langle \Delta_0\omega,u_m\rangle\rangle\, dx\right|^2, \tag{2.5}$$

где $\{u_m\}_{m=1}^{\infty}$ – система собственных ортонормированных векторов задачи (1.1), (1.2) в смысле

$$det\{\langle \Delta_0 u_m\,|\,u_k\rangle\}=\delta_{mk}.$$

Арцахский госуниверситет

Поступила 03.05.2001

ЛИТЕРАТУРА

1. **Atkinson F. V.** – Multiparameter Eigenvalue Problems. New York and London: Academic Press, 1972, v.1.
2. **Browne P. J.** – J. Math. Anal. and Appl., 1972, v.38, p. 553–568.
3. **Browne P. J.** – J. Math. Anal. Appl., 1977, v.60, p. 259–273.
4. **Browne P. J.** – Lect. Notes Math., 1982, v. 964, p. 95–109.
5. **Browne P.J., Sleeman B.D.** – Proc. Edinburg Math. Soc., 1986, v. 3, p. 343–348.
6. **Sleeman B. D.** Some aspects of Multi-parameter spectral theory, Dep. Math. Univ. Scotland, 1970, p. 81–94.
7. **Volkmer Hans** – Proc. Edinburg Math. Soc., 1996, 39, v.1, p. 111–132.
8. **Berezansky Vu.M., Konstantinov A.Yu.** – Укр. мат. журн., 1992, т. 44, N7, с. 901–913.
9. **Якубович В.А., Старжинский В.А.** Линейные уравнения с периодическими коэффициентами и их приложения. М.: Наука, 1972.
10. **Левитан Б.М., Саргсян И.С.** Операторы Штурма–Лиувилля и Дирака. М.: Наука, 1988.

Գ.Հ. ՍԱՀԱԿՅԱՆ

ԴԻՐԱԿԻ ԵՐԿՊԱՐԱՄԵՏՐԱԿԱՆ ԵԶՐԱՅԻՆ ԽՆԴՐԻ ՍԵՓԱԿԱՆ ՖՈՒՆԿՑԻԱՆԵՐԻ ԼՐԻՎՈՒԹՅԱՆ ՄԱՍԻՆ

Ամփոփում

Դիրակի երկպարամետրական խնդրով ծնված $L^2_{\Delta_0}(I)$ էներգետիկ տարածության տարրերի համար ապացուցվում է Պարսևալի հավասարումը:

G.H. SAHAKIAN

ON COMPLETNESS OF EIGENVECTORS FOR DIRAC TWO PARAMETER BOUNDARY PROBLEM

Summary

The Parseval identity is proved for elements of energetic space $L^2_{\Delta_0}(I)$, born by twoparametric Dirac system.

ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆԻ ԳԻՏԱԿԱՆ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ ЕРЕВАНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

Բնական գիտություններ 1, 2002 Естественные науки

Математика

УДК 517.51

Ж. А. БАБАЯН

ОБ ОДНОЙ БИОРТОГОНАЛЬНОЙ СИСТЕМЕ МЮНТЦЕВСКИХ ФУНКЦИЙ

Для квазиполиномов из мюнтцевских систем $\{x^{\gamma_k}\}, \{e^{-\gamma_k x}\}$, где числа $\{\gamma_k\}$ действительные, ортогональные системы в интегральном представлении впервые получены Бадаляном Г. В. [1, 2].

Ниже они приведены в представлении (2) для $\{e^{-\gamma_k x}\}$, которое остается без изменения и в наиболее общем случае кратных γ_k.

В этой связи актуальность построения биортогональной системы, основанной на двух последовательностях степеней, обусловлена тем, что с заданной последовательностью степеней $\{e^{-\gamma_k x}\}$ вводится еще другая последовательность $\{e^{-\lambda_k x}\}$, свобода выбора которой создает возможность во многом упростить применение создаваемого таким образом аппарата представления функций.

В работе [1] Г.В.Бадаляном получена ортогональная система из мюнтцевской системы квазиполиномов, соответствующая системе классических полиномов Лежандра на $[0, 1]$. Их аналоги по системе функций $\{e^{-\gamma_k x}\}$ и обобщения на случай, когда

$$\gamma = \{\gamma_k\}_0^\infty,\ 0 \le \gamma_0 \le \gamma_1 \le \gamma_2 \le \cdots,\ \sum_1^\infty \frac{1}{\gamma_k} = \infty, \tag{1}$$

представляются контурными интегралами вида

$$\hat{\chi}_n^l(x) = \hat{\chi}_n^l(x,\gamma) = \frac{\hat{\varkappa}_n}{2\pi i}\int_c e^{\zeta x}\frac{\prod_{\nu=0}^{n-1}(\zeta-\gamma_\nu)}{\prod_{\nu=0}^{n}(\zeta+\gamma_\nu)}d\zeta,\ x\in(0,\infty), \tag{2}$$

где $n = 1,2,\ldots$, и контур c охватывает окрестности точек $0, -\gamma_1, -\gamma_2, \ldots, -\gamma_n$, а $\hat{\varkappa}_n$ удобно взятое число, оно определится ниже.

Раскрывая контурный интеграл путем вычисления вычетов подынтегральной функции в (2), с учетом кратности повторения чисел γ_k, а именно тогда, когда

$$\gamma_0 = 0 < \gamma_1 = \gamma_2 = \ldots \gamma_{\mu_1} = p_1 < \gamma_{\mu_1+1} = \ldots \gamma_{\mu_1+\mu_2} = p_2 < \ldots, \tag{1'}$$

получаем, что функции (2) также можно представить в виде суммы

$$\hat{\chi}_n^{(l)}(x) = \hat{æ}_n \sum_{k=1}^{n} e^{-p_k x} \sum_{\nu=0}^{\mu_k - 1} a_{k\nu} x^{\nu}, \; x \in (0,\infty), \tag{2'}$$

где $n = \sum_{k=1}^{m} \mu_k$, μ_k – кратность повторения чисел γ_k в $(1')$.

При этом подходящим выбором чисел $\hat{æ}_n$ получается, что

$$\left\| \hat{\chi}_n^{(l)}(x) \right\|_{L^2(0,\infty)} = \left(\int_0^{\infty} \left| \hat{\chi}_n^{(l)}(x) \right|^2 dx \right)^{1/2} = 1. \tag{3}$$

А вообще

$$\int_0^{\infty} \hat{\chi}_n^{(l)}(x) \hat{\chi}_{n'}^{(l)}(x) dx = \delta_{n,n'} \begin{cases} 0, & n \neq n', \\ 1, & n = n'. \end{cases} \tag{4}$$

В данной работе наряду с последовательностью (1) вводится еще другая, вообще говоря, произвольная последовательность чисел

$$\lambda = \{\lambda_\nu\}_0^{\infty}, \; 0 < \lambda_0 < \lambda_1 \le \lambda_2 \le \lambda_3 \le \ldots \lambda_n \le \ldots, \qquad \sum_1^{\infty} \frac{1}{\lambda_k} = \infty, \tag{5}$$

и вместе с функциями (2) рассматриваются и функции видов

$$\hat{\chi}_k(x) = \frac{\hat{æ}_k}{2\pi i} \int_c e^{\zeta x} \frac{\prod_{\nu=0}^{k-1} (\zeta - \lambda_\nu)}{\prod_{\nu=0}^{k} (\zeta + \gamma_\nu)} d\zeta \tag{6}$$

и

$$\hat{\chi}_k^*(x) = \frac{\hat{æ}_k^*}{2\pi i} \int_c e^{\zeta x} \frac{\prod_{\nu=0}^{k-1} (\zeta - \gamma_\nu)}{\prod_{\nu=0}^{k} (\zeta + \lambda_\nu)} d\zeta, \quad x \in (0,\infty), \tag{7}$$

где $k = 1,2,\ldots$, и последовательности чисел $\gamma = \{\gamma_\nu\}$ и $\lambda = \{\lambda_\nu\}$ определены соответственно в (1) и (5).

Доказывается , что системы (6) и (7) квазиполиномов из мюнтцевских систем $\{e^{-\gamma_k x}\}$ и $\{e^{-\lambda_k x}\}$ на $(0,\infty)$ составляют биортогональную систему. А при выборе $\hat{æ}_k = \hat{æ}_k^* = (\gamma_k + \lambda_k)^{1/2}$ указанная система становится нормальной.

Таким образом, в случае ортогональной системы (2) $\{\lambda_k\}$ не вводится, там имеем дело только с одной последовательностью $\{\gamma_k\}$, и актуальность результатов настоящей статьи заключается в том, что наряду с $\{\gamma_k\}$ вводим другую свободно выбранную последовательность $\{\lambda_k\}$, которая существенно проще $\{\gamma_k\}$, чем и предоставляется возможность упрощения рядов Фурье по полиномам из системы $\{e^{-\gamma_k x}\}$.

§1. Биортогональные системы функций типа $\hat{\chi}_n^{(l)}(x)$.

Имеют место следующие утверждения.

Теорема 1.1. Системы функций (6) и (7) на $(0,\infty)$ составляют биортогональную систему при весовой функции $p(x) = 1$, а при выборе

$$\hat{æ}_k = \hat{æ}_k^* = (\gamma_k + \lambda_k)^{1/2} \tag{8}$$

полученная система становится нормальной.

На самом деле для функций $\hat{\chi}_k(x)$ и $\hat{\chi}_k^*(x)$, контуры интегралов могут быть заменены на $(\sigma - i\infty, \sigma + i\infty)$ и $(\sigma' - i\infty, \sigma' + i\infty)$, где

$\sigma > -\gamma_0, \sigma' > -\lambda_0$,

$$\int_0^\infty \hat{\chi}_m(x)\hat{\chi}_n(x)dx = \frac{(\gamma_m+\lambda_m)^{1/2}(\gamma_n+\lambda_n)^{1/2}}{2\pi i}\int_{\sigma-i\infty}^{\sigma-i\infty}\prod_{\nu=0}^{m}\frac{(\zeta-\lambda_\nu)d\zeta}{(\zeta+\gamma_\nu)(\zeta-\lambda_m)}\frac{1}{2\pi i}\cdot$$
$$\cdot\int_{\sigma'-i\infty}^{\sigma'+i\infty}\prod_{\nu=0}^{n}\frac{(\zeta'-\gamma_\nu)}{(\zeta'+\lambda_\nu)}\frac{d\zeta'}{(\zeta'-\gamma_n)}\int_0^\infty e^{(\zeta+\zeta')x}dx. \qquad (9)$$

При этом можно взять $-\gamma_0 < \sigma < 0$, $-\lambda_0 < \sigma' < 0$, и поэтому

$$\int_0^\infty e^{(\zeta+\zeta')x}dx = -\frac{1}{\zeta+\zeta'}, \text{ т.к. } Re(\zeta+\zeta')<0.$$

Примем $Re(\zeta+\zeta') = Re(\zeta'-(-\zeta)) = \sigma'-(-\sigma)$, где $\sigma < -\sigma'$, тогда из (9) будем иметь

$$\int_0^\infty \hat{\chi}_m(x)\hat{\chi}_n^*(x)dx = \frac{\hat{æ}_m\hat{æ}_n^*}{2\pi i}\int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty}\prod_{\nu=0}^{m}\frac{(\zeta-\lambda_\nu)}{(\zeta+\gamma_\nu)}\frac{d\zeta}{\zeta-\lambda_m}\frac{1}{2\pi i}\cdot$$
$$\cdot\int_{\sigma'-i\infty}^{\sigma'+i\infty}\prod_{\nu=0}^{n}\frac{(\zeta'-\gamma_\nu)}{(\zeta'+\lambda_\nu)}\frac{d\zeta'}{\zeta'-\gamma_n}\frac{-1}{\zeta+\zeta'}, \qquad (9')$$

где $\sigma' = Re\zeta' < -Re\zeta = -\sigma$, поэтому

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{\sigma'-i\infty}^{\sigma'+i\infty}\prod_{\nu=0}^{n}\frac{(\zeta'-\gamma_\nu)}{(\zeta'+\lambda_\nu)}\frac{d\zeta'}{\zeta'-\gamma_n}\frac{-1}{\zeta'-(-\zeta)} = \operatorname*{Res}_{\zeta'=-\zeta}\prod_{\nu=0}^{n}\frac{(\zeta'-\gamma_\nu)}{(\zeta'+\lambda_\nu)}\frac{1}{\zeta'-\gamma_n}\frac{-1}{\zeta'-(-\zeta)} =$$
$$= \prod_{\nu=0}^{n}\frac{-\zeta-\gamma_\nu}{-\zeta+\lambda_\nu}\frac{1}{-\zeta-\gamma_n}.$$

Возвращаясь к $(9')$ и полагая $m \neq n$, будем иметь

$$\int_0^\infty \hat{\chi}_m(x)\hat{\chi}_n^*(x)dx = \frac{\hat{æ}_m\hat{æ}_n^*}{2\pi i}\int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty}\prod_{\nu=0}^{m}\frac{(\zeta-\lambda_\nu)}{(\zeta+\gamma_\nu)}\frac{d\zeta}{\zeta-\lambda_m}\prod_{\nu=0}^{n}\frac{-\zeta-\gamma_\nu}{-\zeta+\lambda_\nu}\frac{1}{-\xi-\gamma_n} =$$
$$= \frac{-\hat{æ}_m\hat{æ}_n^*}{2\pi i}\int_{\sigma'-i\infty}^{\sigma'+i\infty}\prod_{\nu=0}^{m}\frac{\zeta-\lambda_\nu}{\zeta+\gamma_\nu}\prod_{\nu=0}^{n}\frac{\zeta+\gamma_\nu}{\zeta-\lambda_\nu}\frac{-d\zeta}{(\zeta-\lambda_m)(\zeta+\gamma_n)}. \qquad (9'')$$

При $m \neq n$ подынтегральная рациональная функция стремится к нулю в бесконечности не менее быстрее, чем $O\left(\frac{1}{\zeta^2}\right)$, а справа от линии $(\sigma - i\infty, \sigma + i\infty)$ особых точек не имеет.

Поэтому интеграл правой части обращается в нуль, значит

$$\int_0^\infty \hat{\chi}_m(x)\hat{\chi}_n^*(x)dx = 0 \text{ при } m \neq n.$$

Пусть теперь $m = n$, тогда в правой части после сокращения в подынтегральном выражении получим

$$\int_0^\infty \hat{\chi}_m(x)\hat{\chi}_n^*(x)dx = \hat{æ}_m\hat{æ}_n^*\frac{1}{2\pi i}\int_c\frac{-d\zeta}{(\zeta-\lambda_n)(\zeta+\gamma_n)},$$

где полюсы в точках $\zeta = \lambda_n$ и $\zeta = -\gamma_n$ находятся на разных сторонах линии интегрирования $(\sigma - i\infty, \sigma + i\infty)$. Поэтому имеет место равенство

$$-\frac{1}{2\pi i}\int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty}\frac{d\zeta}{(\zeta-\lambda_n)(\zeta+\gamma_n)} = \frac{1}{\lambda_n+\gamma_n}, \quad -\gamma_n < \sigma < \lambda_n.$$

Следовательно,

$$\int_0^\infty \hat{\chi}_m(x)\hat{\chi}_n^*(x)dx = \frac{(\lambda_n+\gamma_n)^{1/2}(\lambda_n+\gamma_n)^{1/2}}{\lambda_n+\gamma_n} = 1.$$

Теорема 1.1 доказана.

Если обозначить

$$R_k(\zeta) = \frac{\prod_{\nu=0}^{k-1}(\zeta-\lambda_\nu)}{\prod_{\nu=0}^{k}(\zeta+\gamma_\nu)},\quad R_k^*(\zeta) = \frac{\prod_{\nu=0}^{k-1}(\zeta-\gamma_\nu)}{\prod_{\nu=0}^{k}(\zeta+\lambda_\nu)}, k = 1, 2, \dots, \tag{10}$$

где последовательности чисел $\{\gamma_\nu\}$ и $\{\lambda_\nu\}$ определены в (1) и (5), то, учитывая, что и $\{R_k(\zeta)\}$ и $\{R_k^*(\zeta)\}$ принадлежат классу функций $L^2(-\infty,\infty)$ в правой полуплоскости, имеем

$$\begin{aligned}
\Im_{mn} &= \frac{\hat{æ}_m\hat{æ}_n^*}{2\pi i}\int_{-i\infty}^{i\infty} R_m(\zeta)\overline{R_n^*(\zeta)}d\xi = \frac{\hat{æ}_m\hat{æ}_n^*}{2\pi i}\int_{-i\infty}^{i\infty}\frac{\prod_{\nu=0}^{m-1}(\zeta-\lambda_\nu)}{\prod_{\nu=0}^{m}(\zeta+\gamma_\nu)}\cdot\frac{\prod_{\nu=0}^{n-1}\overline{(\zeta-\gamma_\nu)}}{\prod_{\nu=0}^{n}\overline{(\zeta+\lambda_\nu)}}d\zeta = \\
&= \frac{\hat{æ}_m\hat{æ}_n^*}{2\pi i}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\prod_{\nu=0}^{m-1}(iy-\lambda_\nu)}{\prod_{\nu=0}^{m}(iy+\gamma_\nu)}\frac{\prod_{\nu=0}^{n-1}(-iy-\gamma_\nu)}{\prod_{\nu=0}^{n}(-iy+\lambda_\nu)}dy = \\
&= \pm\frac{\hat{æ}_m\hat{æ}_n^*}{2\pi i}\int_{-i\infty}^{i\infty}\frac{\prod_{\nu=n+1}^{m}(\zeta-\lambda_\nu)}{\prod_{\nu=n+1}^{m}(\zeta+\gamma_\nu)}\frac{d\zeta}{(\zeta-\lambda_m)(\zeta+\gamma_n)}.
\end{aligned} \tag{11}$$

Отсюда и очевидно, что $\Im_{m,n} = \begin{cases} 0, m \neq n, \\ 1, m = n, \end{cases}$ так как при $m = n$

$$\Im_{n,n} = \frac{\hat{æ}_n\hat{æ}_n^*}{2\pi i}\int_{-i\infty}^{i\infty}\frac{d\zeta}{(\zeta+\gamma_n)(\zeta-\lambda_n)} = \frac{\hat{æ}_n\hat{æ}_n^*}{\lambda_n+\gamma_n} = 1.$$

Это значит, что

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{-i\infty}^{i\infty} R_m(\zeta)\overline{R_n^*(\zeta)}d\zeta = \begin{cases} 0, m \neq n, \\ 1, m = n, \end{cases} \tag{11'}$$

если только

$$\hat{æ}_n = (\gamma_n+\lambda_n)^{1/2} = \hat{æ}_n^*. \tag{12}$$

Таким образом доказана.

Теорема 1.1′. Для определенных в (10) систем функций $\{\hat{R}_n(\zeta)\}$ и $\{\hat{R}_n^*(\zeta)\}$ справедливы равенства (11′) при (12).

Перейдем теперь к получению для определенных соответственно в (6), (7) и (10) двух биортогональных систем формулы Кристоффеля–Дарбу. Речь идет о формулах

$$K_n(x,t) = \sum_{k=0}^{n}\hat{\chi}_k(x)\hat{\chi}_k^*(t), \tag{13}$$

$$H_n(z,\zeta) = \sum_{k=0}^{n}\hat{R}_k(\zeta)\overline{\hat{R}_k^*(z)},\quad n = 1,2,\dots\ . \tag{14}$$

С помощью известной формулы Р. Лагранжа (см. [2], гл.1, с. 48, (1.57), легко убедиться, что справедливы равенства

$$K_n(x,t)=\frac{1}{2\pi i}\int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty}e^{\zeta x}d\zeta\,\frac{1}{2\pi i}\int_{\sigma'-i\infty}^{\sigma'+i\infty}e^{zt}\left(\prod_{\nu=0}^{n}\frac{\zeta-\lambda_\nu}{\zeta+\gamma_\nu}\prod_{\nu=0}^{n}\frac{z-\gamma_\nu}{z+\lambda_\nu}-1\right)\frac{dz}{\zeta+z}, \tag{15}$$

$$H_n(\zeta,z)=\sum_{k=0}^{n}\hat{R}_k(\zeta)\overline{\hat{R}_k^*(z)}=\left(\prod_{\nu=0}^{n}\frac{\zeta-\lambda_\nu}{\zeta+\gamma_\nu}\overline{\prod_{\nu=0}^{n}\frac{z-\gamma_\nu}{z+\gamma_\nu}}-1\right)\frac{dz}{\zeta+\bar{z}}, \tag{16}$$

где $n=1,2,\ldots$ Поэтому можно считать доказанными следующие теоремы.

Теорема 1.2. Для определенной в (6), (7) биортогональной на $(0,\infty)$ системы функций $\{\hat{\chi}_k(x)\}$ и $\{\hat{\chi}_k^*(t)\}$ справедлива формула Кристоффеля–Дарбу (15).

Теорема 1.2′. Для определенной в (10) биортогональной на $(-\infty,\infty)$ системы $\{\hat{R}_k(\zeta)\}$ и $\{\hat{R}_k^*(\zeta)\}$ справедлива формула Кристоффеля–Дарбу (16).

§ 2. Случай комплексных последовательностей $\{\gamma_\nu\}$ и $\{\lambda_\nu\}$.

Ниже покажем, что теоремы 1.1, 1.1′, 1.2, 1.2′ останутся в силе, если вместо последовательностей (1) и (5) рассмотреть пару последовательностей комплексных чисел $\{\gamma_\nu\}$ и $\{\lambda_\nu\}$:

$$0<Re\,\gamma_0<Re\,\gamma_1\le Re\,\gamma_2\le\ldots, \tag{17}$$

$$0<Re\,\lambda_0<Re\,\lambda_1\le Re\,\lambda_2\le\ldots. \tag{18}$$

Начнем с рассмотрения биортогональности систем функций $\{\hat{R}_n(\zeta)\}$ и $\{\hat{R}_n^*(\zeta)\}$, где

$$\hat{R}_n(\zeta)=\hat{æ}_n\frac{\prod_{\nu=0}^{n-1}(\zeta-\bar{\lambda}_\nu)}{\prod_{\nu=0}^{n}(\zeta+\gamma_\nu)},\quad \hat{æ}_n=\sqrt{\gamma_n+\bar{\lambda}_n}, \tag{19}$$

и

$$\hat{R}_n^*(\zeta)=\hat{æ}_n^*\frac{\prod_{\nu=0}^{n-1}(\zeta-\bar{\gamma}_\nu)}{\prod_{\nu=0}^{n}(\zeta+\lambda_\nu)},\quad \hat{æ}_n^*=\sqrt{\bar{\gamma}_n+\lambda_n}, \tag{20}$$

где $n=1,2,\ldots$

Рассмотрим интеграл

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{-i\infty}^{i\infty}\hat{R}_m(\zeta)\overline{\hat{R}_n^*(\zeta)}d\zeta=\frac{\hat{æ}_m\overline{\hat{æ}_n^*}}{2\pi i}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\prod_{\nu=0}^{m-1}(iy-\bar{\lambda}_\nu)}{\prod_{\nu=0}^{m}(iy+\gamma_\nu)}\overline{\left(\frac{\prod_{\nu=0}^{n-1}(iy-\bar{\gamma}_\nu)}{\prod_{\nu=0}^{n}(iy+\lambda_\nu)}\right)}idy=$$

$$=\frac{\hat{æ}_m\overline{\hat{æ}_n^*}}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\prod_{\nu=0}^{m-1}(iy-\bar{\lambda}_\nu)\prod_{\nu=0}^{n-1}(-iy-\gamma_\nu)}{\prod_{\nu=0}^{m}(iy+\gamma_\nu)\prod_{\nu=0}^{n}(-iy+\bar{\lambda}_\nu)}dy. \tag{21}$$

Осюда очевидно, что, при 1) $m>n$

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{-\infty}^{\infty}\hat{R}_m(iy)\overline{\hat{R}_n^*(iy)}dy=\pm\frac{\hat{æ}_m\overline{\hat{æ}_n^*}}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\prod_{\nu=n+1}^{m}(iy-\bar{\lambda}_\nu)}{\prod_{\nu=n+1}^{m}(iy+\gamma_\nu)}\frac{dy}{(iy-\bar{\lambda}_m)(iy+\gamma_n)}=0,$$

т.к. подынтегральная функция при $y \to \infty$ убывает со скоростью $O\left(\frac{1}{y^2}\right)$ и, кроме того, в правой полуплоскости она не имеет особенностей.

Аналогично будет в случае 2) $m < n$, а потому и тогда

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{-i\infty}^{i\infty}\hat{R}_m(\zeta)\hat{R}_n^*(\zeta)d\zeta = 0. \qquad (21')$$

Остается случай 3) $m = n$, тогда

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{-i\infty}^{i\infty}\hat{R}_m(\zeta)\overline{\hat{R}_n^*(\zeta)}d\zeta = \frac{\hat{æ}_n\overline{\hat{æ}_n^*}}{2\pi i}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{idy}{(iy+\gamma_n)(-iy+\overline{\lambda}_n)} =$$

$$= \hat{æ}_m\overline{\hat{æ}_n^*}\operatorname*{Res}_{iy=-\gamma_n}\frac{1}{(iy+\gamma_n)(-iy+\overline{\lambda}_n)} = \frac{\hat{æ}_m\overline{\hat{æ}_n^*}}{\gamma_n+\overline{\lambda}_n} = 1.$$

Таким образом доказана

Теорема 2.1′. Для определенных в (19) и (20) систем функций $\{\hat{R}_m(\zeta)\}$ и $\{\hat{R}_n^*(\zeta)\}$ справедливы равенства

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{-\infty}^{\infty}\hat{R}_m(\zeta)\overline{\hat{R}_n^*(\zeta)}d\zeta = \begin{cases}0, & m \neq n,\\ 1, & m = n.\end{cases} \qquad (22)$$

Заметим теперь, что для систем функций

$$\hat{\chi}_k(x) = \frac{\hat{æ}_k}{2\pi i}\int_c e^{\zeta x}\frac{\prod_{\nu=0}^{k-1}(\zeta-\overline{\lambda}_\nu)}{\prod_{\nu=0}^{k}(\zeta+\gamma_\nu)}d\zeta, \quad \hat{æ}_k = (\gamma_k+\overline{\lambda}_k)^{1/2}, \qquad (23)$$

$$\hat{\chi}_k^*(x) = \frac{\hat{æ}_k^*}{2\pi i}\int_c e^{\zeta x}\frac{\prod_{\nu=0}^{k-1}(\zeta-\overline{\gamma}_\nu)}{\prod_{\nu=0}^{k}(\zeta+\lambda_\nu)}d\zeta, \quad \hat{æ}_k^* = (\gamma_k+\overline{\lambda}_k)^{1/2}, \qquad (24)$$

по сравнению с (20), согласно равенству Парсеваля, получаем аналог теоремы (2.1′).

Теорема 2.1. Для определенных в (23) и (24) систем функций $\{\hat{\chi}_n(x)\}$ и $\{\hat{\chi}_n^*(x)\}$ справедливы равенства

$$\int_0^{\infty}\hat{\chi}_m(\zeta)\overline{\hat{\chi}_n^*(\zeta)}d\zeta = \begin{cases}0, & m \neq n,\\ 1, & m = n.\end{cases} \qquad (25)$$

Этим доказаны биортогональности двух пар систем функций $\{\hat{R}_n(\zeta)\}$ и $\{\hat{R}_n^*(\zeta)\}$, а также $\{\hat{\chi}_n(x)\}$ и $\{\hat{\chi}_n^*(x)\}$.

Ниже будут получены удобные для применения формулы типа формул Кристоффеля–Дарбу для рассматриваемых двух пар биортогональных систем.

Здесь также начнем с пары систем функций $\{\hat{R}_k(\zeta)\}$ и $\{\hat{R}_k^*(\zeta)\}$.

На этот раз нужную формулу получим прямым путем.

Рассмотрим разности вида

$$\prod_{\nu=0}^{k}\frac{(\zeta-\overline{\lambda}_\nu)}{(\zeta+\gamma_\nu)}\overline{\prod_{\nu=0}^{k}\frac{(z-\overline{\gamma}_\nu)}{(z+\lambda_\nu)}} - \prod_{\nu=0}^{k-1}\frac{(\zeta-\overline{\lambda}_\nu)}{(\zeta+\gamma_\nu)}\overline{\prod_{\nu=0}^{k-1}\frac{(z-\overline{\gamma}_\nu)}{(z+\lambda_\nu)}} =$$

$$=\prod_{\nu=0}^{k-1}\frac{(\zeta-\bar{\lambda}_\nu)}{(\zeta+\gamma_\nu)}\overline{\left(\frac{z-\bar{\gamma}_\nu}{z+\lambda_\nu}\right)}\left(\frac{\zeta-\bar{\lambda}_\nu}{\zeta+\gamma_\nu}\overline{\frac{\bar{z}-\gamma_k}{z+\lambda_k}}-1\right). \tag{26}$$

Обозначим

$$\prod_{\nu=0}^{k-1}\frac{(\zeta-\bar{\lambda}_\nu)}{(\zeta+\gamma_\nu)}\overline{\left(\frac{z-\bar{\gamma}_\nu}{z+\lambda_\nu}\right)}=\prod_{\nu=0}^{k}\frac{(\zeta-\bar{\lambda}_\nu)}{(\zeta+\gamma_\nu)}\frac{\bar{z}-\gamma_\nu}{\bar{z}-\bar{\lambda}_\nu}=Q_{n-1}(\zeta,z). \tag{27}$$

Из (26) согласно (27) получим

$$Q_k(\zeta,z)-Q_{k-1}(\zeta,z)=Q_{k-1}(\zeta,z)\left(\frac{\zeta-\bar{\lambda}_k}{\zeta+\gamma_k}\frac{\bar{z}-\gamma_k}{\bar{z}+\bar{\lambda}_k}-1\right)=$$

$$=\frac{Q_{k-1}(\zeta,z)}{(\zeta+\gamma_k)(\bar{z}+\bar{\lambda}_k)}\left(\zeta\bar{z}-\zeta\gamma_k-\bar{\lambda}_k\bar{z}-\bar{\lambda}_k\gamma_k-(\zeta\bar{z}+\zeta\bar{\lambda}_k+\gamma_k\bar{z}+\gamma_k\bar{\lambda}_k)\right)=$$

$$=\frac{Q_{k-1}(\zeta,z)}{(\zeta+\gamma_k)(\bar{z}+\lambda_k)}\cdot(\gamma_k+\bar{\lambda}_k)(\zeta+\bar{z})= \tag{26'}$$

$$=-\frac{\prod_{\nu=0}^{k-1}(\zeta-\bar{\lambda}_\nu)\prod_{\nu=0}^{k-1}(\bar{z}-\gamma_\nu)}{\prod_{\nu=0}^{k}(\zeta+\gamma_\nu)\prod_{\nu=0}^{k}(\bar{z}+\bar{\lambda}_\nu)}(\gamma_k+\bar{\lambda}_k)(\zeta+\bar{z}).$$

Согласно (19) и (20), обозначим еще

$$\hat{R}_k(\zeta)=(\gamma_n+\bar{\lambda}_n)^{1/2}\frac{\prod_{\nu=0}^{k-1}(\zeta-\bar{\lambda}_\nu)}{\prod_{\nu=0}^{k}(\zeta+\gamma_\nu)},\quad \hat{R}_k^*(\zeta)=(\overline{\gamma_n}+\lambda_n)^{1/2}\frac{\prod_{\nu=0}^{k-1}(\zeta-\bar{\gamma}_\nu)}{\prod_{\nu=0}^{k}(\zeta+\lambda_\nu)}. \tag{28}$$

Тогда получим , что

$$\hat{R}_k(\zeta)\hat{R}_k^*(\zeta)=-\frac{Q_k(\zeta,z)-Q_{k-1}(\zeta,z)}{\zeta+\bar{z}}. \tag{29}$$

Придав в (26) значения $k=0,1,2,\ldots,n$ и сложив полученные равенства, получим

$$\sum_{k=0}^{n}\hat{R}_k(\zeta)\overline{\hat{R}_k^*(\zeta)}=\left(\prod_{\nu=0}^{n}\frac{(\zeta-\bar{\lambda}_\nu)}{(\zeta+\gamma_\nu)}\overline{\prod_{\nu=0}^{n}\frac{(z-\bar{\gamma}_\nu)}{(z+\lambda_\nu)}}-1\right)\frac{-1}{\zeta+\bar{z}}. \tag{30}$$

Это и будет формула Кристоффеля–Дарбу для биортонормальных систем функций $\{\hat{R}_n(\zeta)\}$ и $\{\hat{R}_n^*(\zeta)\}$ на случай комплексных последовательностей чисел $\{\gamma_\nu\}$ и $\{\lambda_\nu\}$, определенных соответственно в (17) и (18).

Таким образом доказана

Теорема 2,2'. Для определенных в (19) и (20) систем функций $\{\hat{R}_n(\zeta)\}$ и $\{\hat{R}_n^*(\zeta)\}$ справедливы равенства

$$H_n(\zeta,z)=\sum_{k=0}^{n}\hat{R}_n(\zeta)\overline{\hat{R}_n^*}(z)=\left(\prod_{\nu=0}^{n}\frac{(\zeta-\bar{\lambda}_\nu)}{(\zeta+\gamma_\nu)}\overline{\prod_{\nu=0}^{n}\frac{(z-\bar{\gamma}_\nu)}{(z+\lambda_\nu)}}-1\right)\frac{1}{\zeta+\bar{z}}. \tag{30'}$$

Соответствующая формула Кристоффеля–Дарбу для прообразов систем функций $\{\hat{R}_n(\zeta)\}$ и $\{\hat{R}_n^*(\zeta)\}$ теоремы (2.2′) переносится в такую же формулу для систем функций

$$\{\hat{\chi}_n(x)\} \quad \text{и} \quad \{\hat{\chi}_n^*(x)\}.$$

Следовательно, может считаться доказанной также следующая теорема.

Теорема 2.2 . Для определенных в (23) и (24) систем функций справедливы равенства

$$\sum_{k=0}^{n} \hat{\chi}_k(x)\overline{\hat{\chi}_k^*(x)} = \frac{1}{2\pi i}\int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} e^{\zeta x} d\zeta \frac{1}{2\pi i}\int_{\sigma'-i\infty}^{\sigma'+i\infty} e^{\bar{z}x}\left(\prod_{\nu=0}^{n}\frac{(\zeta-\bar{\lambda}_\nu)}{(\zeta+\gamma_\nu)}\overline{\frac{(z-\bar{\gamma}_\nu)}{(z+\lambda_\nu)}}-1\right)\frac{-dz}{\zeta+\bar{z}},$$

где $\sigma>0, \quad \sigma'>0, \quad x\in[0,\infty)$.

Выражаю глубокую признательность проф. Г.В. Бадаляну за постановку задачи и полезные обсуждения.

Кафедра алгебры и геометрии *Поступила 29.03.2001*

ЛИТЕРАТУРА

1. **Бадалян Г. В.** – Изв. АН Арм. ССР. 1955, т. VIII, № 5, с.1–28 и 1956,т. IX, № 1, с. 3–22.
2. **Бадалян Г. В.** Квазистепенной ряд и квазианалитические классы функций. М.: Наука, 1990.

Ժ.Ա. ԲԱԲԱՅԱՆ

ՄՅՈՒՆՏՑԻ ՖՈՒՆԿՑԻԱՆԵՐԻ ՄԻ ԲԻՕՐԹՈԳՈՆԱԼ ՀԱՄԱԿԱՐԳԻ ՄԱՍԻՆ

Ամփոփում

Մյունցի $\{x^{\gamma_k}\}$, $\{e^{-\gamma_k x}\}$ (γ_k-երը իրական թվեր են) ֆունկցիաներից կազմված քվազիբազմանդամների օրթոգոնալ համակարգերը առաջին անգամ ինտեգրալային տեսքով ստացել է Հ. Վ. Բադալյանը [1, 2]: $\{e^{-\gamma_k x}\}$ -ի դեպքում նրանք բերված են հոդվածում (2) ներկայացման տեսքով, ըստ որում, այն մնում է անփոփոխ նաև ավելի ընդհանուր՝ բազմապատիկ γ_k-երի դեպքում:

Այդ կապակցությամբ երկու աստիճանային հաջորդականությունների վրա հիմնված բիորթոգոնալ համակարգի կառուցման կարևորությունն այն է, որ $\{e^{-\gamma_k x}\}$հաջորդականության հետ միասին ստեղծվում է հնարավորություն ազատ ընտրել այնպիսի $\{e^{-\lambda_k x}\}$ հաջորդականություն, որը կարող է շատ բաներում հեշտացնել ֆունկցիաների ներկայացման այդպիսով ստեղծված ապարատի կիրառությունը:

J. A. BABAYAN

ON A BIORTOGONAL SYSTEM OF MUNTS FUNCTION

Summary

Munts quazipolinomial orthogonal systems from the $\{x^{\gamma_k}\}$ and $\{e^{-\gamma_k x}\}$, (γ_k are real numbers) have been for the first time derived in an integral representation by H.V. Badalian [1, 2]. In the case of $\{e^{-\gamma_k x}\}$ they are considered in the article as (2) which remains without change in a more general case for multiple γ_k.

In this connection the importance of developing a two power sequences based biorthogonal system is that together with the sequence $\{e^{-\gamma_k x}\}$ it creates a possibility of free selection another sequence $\{e^{-\gamma_k x}\}$ simplifying the application of functions representation apparatus.

ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆԻ ԳԻՏԱԿԱՆ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ ЕРЕВАНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

Բնական գիտություններ 1, 2002 Естественные науки

Математика

УДК 517.95

А. В. ЦУЦУЛЯН

КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ КВАЗИЛИНЕЙНЫХ ВЫРОЖДАЮЩИХСЯ УРАВНЕНИЙ ВЫСОКОГО ПОРЯДКА

В статье исследуется разрешимость краевых задач для квазилинейных эволюционных уравнений высокого порядка, вырождающихся на границе в двух направлениях с разными весовыми показателями. Устанавливается их однозначная разрешимость в специальным образом построенных весовых функциональных пространствах.

Пусть Ω – ограниченная область евклидова пространства R^n с достаточно гладкой границей $\Gamma = \partial\Omega$, где $\Omega = \Omega_0 \times (0,b)$, $\Gamma = \Gamma^* \cup \Omega_0 \cup \Omega_b$, $\Omega_0 \subset R^{n-1}$, $\Gamma^* = \partial\Omega_0 \times (0,b)$.

Для нелинейного вырождающегося уравнения порядка $2m$ $(m \geq 1)$ вида

$$L(u) = \sum_{|\sigma| \leq m} (-1)^{|\sigma|} D^\sigma A_\sigma(x, D^\gamma u) = f(x); |\gamma| \leq m, x \in \Omega, \tag{0.1}$$

рассмотрим следующую краевую задачу:

$$D^s u\Big|_{\Omega_0} = 0;\ s = 0,1,\dots,s_\alpha - 1 : D^s u\Big|_{\Omega_b} = 0;\ s = 0,1,\dots,s_\beta - 1, \tag{0.2}$$

$$D^\sigma u\Big|_{\Gamma^*} = 0;\ |\sigma| \leq m-1,$$

где σ и γ – мультииндексы, $x^* = (x_1,\dots,x_{n-1})$, $x = (x_1,\dots,x_n)$, а числа s_α, s_β зависят от характера вырождения и будут определены ниже.

Функции $A_\sigma(x, \xi_\gamma)$ нелинейны и зависят, вообще говоря, от всех ξ_γ с $|\gamma| \leq m$. Ниже будут приведены условия на коэффиценты $A_\sigma(x, \xi_\gamma)$ уравнения (0.1).

Задача (0.1)–(0.2) в случае вырождения символа лишь при $x_n = 0$ (на Ω_0) решена в [1].

§1. Функциональные пространства и классы операторов. Пусть $\alpha > 0, \beta > 0$. Обозначим через $W^m_{p,\alpha,\beta}(\Omega)$ весовой класс функций $u(x)$, определенных на Ω, для которых конечна норма

$$\|u\|^p = \left|u, W^m_{p,\alpha,\beta}(\Omega)\right|^p = \sum_{|\sigma| \leq m} \int_\Omega x_n^\alpha (b - x_n)^\beta \left|D^\sigma u\right|^p dx. \tag{1.1}$$

Класс $W^m_{p,\alpha,\beta}(\Omega)$ является банаховым пространством с нормой (1.1)

(см. [2]).

Через $\dot{W}^m_{p,\alpha,\beta}(\Omega)$ обозначим замыкание по норме $W^m_{p,\alpha,\beta}(\Omega)$ линейного многообразия $C_0^\infty(\Omega)$ финитных бесконечно дифференцируемых функций.

Опишем теперь класс рассматриваемых операторов.

i) Функции

$$A_\sigma(x,\xi_\gamma)\in C^1(\overline{\Omega}\times R^n);|\sigma|\le m;|\gamma|\le m;\ p>2;$$
$$\alpha\ge 0;\beta\ge 0;\alpha\ne kp-1;\beta\ne kp-1;\ k=1,\dots,m,$$

при этом справедливы следующие оценки:

$$\left|A_\sigma(x,\xi_\gamma)\right|\le c_1\sum_{|\gamma|\le m}x_n^\alpha(b-x_n)^\beta\left|\xi_\gamma\right|^{p-1}, \tag{1.2}$$

$$\left|\frac{\partial A_\sigma}{\partial\xi_\gamma}\right|\le c_2\sum_{|\gamma|\le m}x_n^\alpha(b-x_n)^\beta\left|\xi_\gamma\right|^{p-2}, \tag{1.3}$$

где $c_1,c_2>0$ – некоторые постоянные.

ii) Существуют постоянные $\mu_i>0,\ i=0,1,2$, такие, что для любых $x\in\Omega,\xi\in R^n$ справедливы оценки:

$$\mu_0x_n^\alpha(b-x_n)^\beta|\xi|^p\le\sum_{|\sigma|\le m}A_\sigma(x,\xi_\gamma)\xi_\sigma\le\mu_1x_n^\alpha(b-x_n)^\beta|\xi|^p,|\gamma|\le m, \tag{1.4}$$

$$\sum_{|\sigma|,|\gamma|\le m}\frac{\partial A_\sigma}{\partial\xi_\gamma}\xi_\sigma\xi_\gamma\ge\mu_2\sum_{|\gamma|\le m}x_n^\alpha(b-x_n)^\beta\left|\xi_\gamma\right|^p. \tag{1.5}$$

Для выявления структуры пространств $W^m_{p,\alpha,\beta}(\Omega)$ установим следующее

Предложение 1. Для элементов $u(x)\in W^m_{p,\alpha,\beta}(\Omega)$ имеет место неравенство

$$\left|D^{m-k}u(x),L_p(\Omega_0)\right|^p\le cx_n^{kp-1-\alpha}(b-x_n)^{kp-1-\beta}\left|u(x),W^m_{p,\alpha,\beta}(\Omega)\right|^p;k=1,2,\dots,m. \tag{1.6}$$

Доказательство. Сначала докажем (1.6) для $k=1$. В силу плотности $\dot{C}^m$ (класс финитных, m раз непрерывно дифференцируемых функций) в $W^m_{p,\alpha,\beta}(\Omega)$ неравенство (1.6) достаточно доказать при $u\in\dot{C}^m$. Отметим (см. [2]), что для любого $u(x)\in W^m_{p,\alpha,\beta}(\Omega)$ существуют постоянные $c_1,c_2>0$, такие, что

$$\begin{aligned}c_1\left|u,W^m_{p,\alpha,\beta}(\Omega)\right|^p&\le\left|u,W^m_{p,\alpha,0}(\Omega_0\times(0,b/2))\right|^p+\\&+\left|u,W^m_{p,0,\beta}(\Omega_0\times(b/2,b))\right|^p\le c_2\left|u,W^m_{p,\alpha,\beta}(\Omega)\right|^p.\end{aligned} \tag{1.7}$$

Теперь оценим $\left|D^{m-1}u\right|^p$ по отдельности для $x_n\in(0,b/2)$ и $x_n\in(b/2,b)$.

Пусть $x_n\in(0,b/2)$ и $\alpha<p-1$. Тогда можем записать

$$\left|D^{m-1}u\right|^p=\left|\int_0^{x_n}\frac{\partial D^{m-1}u(x^*,\tau)}{\partial\tau}d\tau\right|^p=\left|\int_0^{x_n}\tau^{-\alpha/p}\tau^{\alpha/p}\frac{\partial D^{m-1}u(x^*,\tau)}{\partial\tau}d\tau\right|^p\le$$
$$\le\left[\int_0^{x_n}\tau^{-\alpha q/p}d\tau\right]^{p/q}\int_0^{x_n}\tau^\alpha\left|D^mu\right|^pd\tau.$$

Теперь, интегрируя обе части неравенства по Ω, получим

$$\int_{\Omega_0}\left|D^{m-1}u\right|^p dx^* \le cx_n^{p-1-\alpha}\int_{\Omega_0}\int_0^{x_n}\tau^\alpha\left|D^m u\right|^p d\tau dx^* \le cx_n^{p-1-\alpha}\left|u, W^m_{p,\alpha,0}(\Omega_0\times(0,b/2))\right|^p.$$

Пусть теперь $\alpha > p-1$. Тогда имеет место равенство

$$D^{m-1}u = D^{m-1}u(x^*, b/2) - \int_{x_n}^{b/2}\frac{\partial D^{m-1}u(x^*,\tau)}{\partial\tau}d\tau. \qquad (1.8)$$

Умножая это равенство на $x_n^{\alpha/p}$ и интегрируя по x_n от 0 до $b/2$, получим

$$\frac{1}{p}\int_0^{b/2}\left|D^{m-1}u(x^*, b/2)x_n^{\alpha/p}\right|^p dx_n \le \int_0^{b/2}\left[\left|x_n^{\alpha/p}D^{m-1}u\right|^p + x_n^{\alpha/p}\left|\int_{x_n}^{b/2}\frac{\partial D^{m-1}u(x^*,\tau)}{\partial\tau}d\tau\right|^p\right]dx_n.$$

Применяя неравенство Коши–Буняковского, можем записать

$$\int_0^{b/2}x_n^{\alpha/p}\left|\int_{x_n}^{b/2}\frac{\partial D^{m-1}u(x^*,\tau)}{\partial\tau}d\tau\right|^p dx_n \le \int_0^{b/2}x_n^{\alpha/p}dx_n\left[\int_{x_n}^{b/2}\tau^{-q\alpha/p}d\tau\right]^{p/q}\int_{x_n}^{b/2}\tau^\alpha\left|\frac{\partial D^{m-1}u(x^*,\tau)}{\partial\tau}\right|^p d\tau.$$

С другой стороны,

$$\left|\int_{x_n}^{b/2}\frac{\partial D^{m-1}u(x^*,\tau)}{\partial\tau}d\tau\right|^p \le \left[\int_{x_n}^{b/2}\tau^{-q\alpha/p}d\tau\right]^{p/q}\int_{x_n}^{b/2}\tau^\alpha\left|\frac{\partial D^{m-1}u(x^*,\tau)}{\partial\tau}\right|^p d\tau \le cx_n^{p-1-\alpha}\int_{x_n}^{b/2}\tau^\alpha\left|\frac{\partial D^{m-1}u(x^*,\tau)}{\partial\tau}\right|^p d\tau.$$

После этого из (1.8) получаем

$$\left|D^{m-1}u\right|^p \le p\left(\left|D^{m-1}u(x^*, b/2)\right|^p + \left|\int_{x_n}^{b/2}\frac{\partial D^{m-1}u(x^*,\tau)}{\partial\tau}d\tau\right|^p\right)$$

и, следовательно, имея в виду условие $a > p-1$, получим

$$\left|D^{m-1}u\right|^p \le cx_n^{p-1-\alpha}\int_{x_n}^{b/2}\tau^\alpha\left|\frac{\partial D^{m-1}u(x^*,\tau)}{\partial\tau}\right|^p d\tau. \qquad (1.9)$$

Теперь, интегрируя обе части неравенства (1.9) по Ω_0, имеем

$$\int_{\Omega_0}\left|D^{m-1}u\right|^p dx^* \le cx_n^{p-1-\alpha}\left|u, W^m_{p,\alpha,0}(\Omega_0\times(0,b/2))\right|^p. \qquad (1.10)$$

Таким образом, мы доказали, что при любых $\alpha \ge 0, \alpha \ne p-1$ справедливо неравенство (1.8). Аналогичными рассуждениями при $x_n \in (b/2, b)$ доказывается, что

$$\int_{\Omega_0}\left|D^{m-1}u\right|^p dx^* \le c(b-x_n)^{p-1-\beta}\left|u, W^m_{p,0,\beta}(\Omega_0\times(b/2,b))\right|^p. \qquad (1.11)$$

Теперь, используя (1.7), (1.10), (1.11), получим неравенство (1.6) при $k=1$.

Пусть теперь $k=2$. Сначала оценим $\left|D^{m-2}u\right|^p$ для $x_n \in (0, b/2)$ и $a < 2p-1$. Тогда можем записать

$$\left|D^{m-2}u\right|^p = \left|\int_0^{x_n}\frac{\partial D^{m-2}u(x^*,\tau)}{\partial\tau}d\tau\right|^p \le \left[\int_0^{x_n}\tau^{-q\alpha/p}d\tau\right]^{p/q}\int_0^{x_n}\tau^\alpha\left|D^{m-1}u\right|^p d\tau \le$$

$$\le cx_n^{p-1-\alpha}\int_0^{x_n}\tau^{p-1}\int_0^{x_n}\tau^\alpha\left|D^m u\right|^p d\tau d\tau.$$

Отсюда следует, что

$$\left|D^{m-2}u\right|^p \le cx_n^{p-1-\alpha}\int_0^{x_n}\tau^{p-1}d\tau\int_0^{x_n}\tau^{\alpha}\left|D^m u\right|^p d\tau = cx_n^{2p-1-\alpha}\int_0^{x_n}\tau^{\alpha}\left|D^m u\right|^p d\tau.$$

Интегрируя обе части последнего неравенства по Ω_0, получим

$$\int_{\Omega_0}\left|D^{m-2}u\right|^p dx^* \le cx_n^{2p-1-\alpha}\int_{\Omega_0}\int_0^{b/2}\tau^{\alpha}\left|D^m u\right|^p d\tau dx^* \le cx_n^{2p-1-\alpha}\left|u, W^m_{p,\alpha,0}(\Omega_0\times(0,b/2))\right|^p. \quad (1.12)$$

Пусть теперь $a > 2p-1$. Тогда, проводя аналогичные рассуждения, как при $k=1$, получим

$$\left|D^{m-2}u\right|^p \le cx_n^{p-1-\alpha}\int_{x_n}^{b/2}\tau^{\alpha}\left|D^{m-1}u\right|^p d\tau.$$

Теперь, используя неравенство (1.9), имеем

$$\left|D^{m-2}u\right|^p \le cx_n^{2p-1-\alpha}\int_{x_n}^{b/2}\tau^{\alpha}\left|D^m u\right|^p d\tau. \quad (1.13)$$

Интегрируя неравенство (1.13) по Ω_0, приходим к оценке

$$\int_{\Omega_0}\left|D^{m-2}u\right|^p dx^* \le cx_n^{2p-1-\alpha}\left|u, W^m_{p,\alpha,0}\left(\Omega_0\times\left(0,b/2\right)\right)\right|^p. \quad (1.14)$$

Таким образом, мы доказали, что при любых $\alpha \ge 0, \alpha \ne 2p-1$ справедливо неравенство (1.14). Аналогичными рассуждениями при $x_n \in \left(b/2, b\right)$ получаем

$$\int_{\Omega_0}\left|D^{m-2}u\right|^p dx^* \le c(b-x_n)^{2p-1-\beta}\left|u, W^m_{p,0,\beta}\left(\Omega_0\times\left(b/2,b\right)\right)\right|^p. \quad (1.15)$$

Используя теперь (1.7), (1.14), (1.15), получаем неравенство (1.6) при $k=2$. По индукции доказывается неравенство (1.6) при $k=3,4,\ldots,m$.

Доказательство завершено.

Следствие 1. Если $1-\frac{1}{p}\le\frac{\alpha}{p}\le m-\frac{1}{p}$, $1-\frac{1}{p}\le\frac{\beta}{p}\le m-\frac{1}{p}$ и $\frac{\alpha}{p}+\frac{1}{p};\frac{\beta}{p}+\frac{1}{p}$ не равны ни одному из чисел $1,2,\ldots,m$, то функциональное пространство $\dot{W}^m_{p,\alpha,\beta}(\Omega)$ имеет следующую структуру:

$$\begin{aligned}\dot{W}^m_{p,\alpha,\beta}(\Omega) = \{u\in W^m_{p,\alpha,\beta}(\Omega);\ D^s u\big|_{\Omega_0} = 0, s=0,1,\ldots,s_\alpha-1,\\ D^s u\big|_{\Omega_b} = 0, s=0,1,\ldots,s_\beta-1,\ D^\sigma u\big|_{\Gamma^*} = 0; |\sigma|\le m-1\},\end{aligned} \quad (1.16)$$

где s_α и s_β – целые числа, удовлетворяющие неравенствам

$$\frac{1+\alpha}{p}\le s_\alpha < \frac{1+\alpha}{p}+1;\ \frac{1+\beta}{p}\le s_\beta < \frac{1+\beta}{p}+1 \text{ (см. [2]).}$$

Всюду в дальнейшем будем предполагать, что

$$1-\frac{1}{p}\le\frac{\alpha}{p}\le m-\frac{1}{p},\ 1-\frac{1}{p}\le\frac{\beta}{p}\le m-\frac{1}{p}. \quad (1.17)$$

Замечание 1. При $s_\alpha = m$ (или $s_\beta = m$) в определении нормы (1.1) в $W^m_{p,\alpha,\beta}(\Omega)$ можно взять сумму только по $|\sigma| = m$. Действительно, тогда из

равенства $\left|u, W^m_{p,\alpha,\beta}(\Omega)\right|^p = 0$ следует, что $D^{m-1}u$ – постоянное число, но так как $D^{m-1}u(x)\big|_{\Omega_0} = 0$ (или $D^{m-1}u\big|_{\Omega_b} = 0$), имеем $D^{m-1}u \equiv 0$. Аналогично проведя рассуждения для $|\sigma| \le m-2$, получим $u(x) \equiv 0$.

Замечание 1 фактически означает, что при выполнении его условий пространство $W^m_{p,\alpha,\beta}(\Omega)$ не содержит постоянных функций (отличных от тождественного нуля).

§ 2. Решение краевой задачи. В этом параграфе будет доказана однозначная разрешимость задачи (0.1), (0.2). Определим оператор $L : \dot{W}^m_{p,\alpha,\beta}(\Omega) \to \left(\dot{W}^m_{p,\alpha,\beta}(\Omega)\right)^*$ по формуле

$$\langle L(u), v\rangle = \sum_{|\sigma|\le m} \int_\Omega A_\sigma(x, D^\gamma u) D^\sigma v dx, |\gamma| \le m, \tag{2.1}$$

где $u, v \in \dot{W}^m_{p,\alpha,\beta}(\Omega)$, $\left(\dot{W}^m_{p,\alpha,\beta}(\Omega)\right)^*$ – сопряженное пространство, т.е. пространство линейных непрерывных функционалов над $\dot{W}^m_{p,\alpha,\beta}(\Omega)$, а $\langle L(u), v\rangle$ – значение функционала $L(u)$ на v. Разрешимость задачи опирается на одну важную теорему теории монотонных операторов, доказанную в [3]. Для полноты изложения приведем ее формулировку.

Пусть X – действительное сепарабельное рефлексивное пространство Банаха, X^* – сопряженное пространство, т. е. пространство линейных непрерывных функционалов над X. Значение функционала $\omega \in X^*$ на элементе $u \in X$ обозначим через $<\omega, u>$.

Рассмотрим оператор (вообще говоря, нелинейный) $A : X \to X^*$.

Теорема А ([3], теорема 11). Пусть монотонный оператор $A : X \to X^*$ удовлетворяет следующим двум условиям.

I^0. Для любого $u \in X$ справедливо неравенство $< A(u), u > \ge c(\|u\|)\|u\|$, где $c(r)$ – функция вещественного переменного r, такая, что $\lim\limits_{r\to\infty} c(r) = +\infty$, $\|u\|$ – норма в пространстве X.

II^0. Оператор A полунепрерывен в том смысле, что он переводит всякую сильно сходящуюся в X последовательность $u_n \to u$ в слабо сходящуюся последовательность $A(u_n) \to A(u)$. Тогда оператор $A : X \to X^*$ осуществляет отображение "на", т.е. для любого $h \in X^*$ уравнение $A(u) = h$ имеет, по крайней мере, одно решение в пространстве X.

Теорема 2.1. Пусть оператор L, действующий из пространства $\dot{W}^m_{p,\alpha,\beta}(\Omega)$ в $\left(\dot{W}^m_{p,\alpha,\beta}(\Omega)\right)^*$, удовлетворяет условиям i), ii). Тогда он является монотонным, полунепрерывным и коэрцитивным.

Доказательство. Сперва докажем, что оператор L определен корректно. Оценим интеграл (2.1), используя условие (1.2).

$$\left|\sum_{|\sigma|\le m}\int_\Omega A_\sigma(x, D^\gamma u) D^\sigma v dx\right| \le \sum_{|\sigma|\le m}\left[\int_\Omega x_n^\alpha (b-x_n)^\beta \left|D^\sigma v\right|^p dx\right]^{1/p}\left[\int_\Omega x_n^{-q\alpha/p}(b-x_n)^{-q\beta/p}\cdot\right.$$

$$\left.\cdot\left|A_\sigma(x, D^\gamma u)\right|^q dx\right]^{1/q} \le c\sum_{|\sigma|\le m}\left[\int_\Omega x_n^\alpha (b-x_n)^\beta \left|D^\sigma v\right|^p dx\right]^{1/p}\left[\int_\Omega x_n^\alpha (b-x_n)^\beta \left|D^\gamma u\right|^p dx\right]^{1/q} < \infty,$$

так как $u, v \in \dot{W}^m_{p,\alpha,\beta}(\Omega)$.

Из условия (1.4) следует коэрцитивность оператора L:

$$\langle L(u), u\rangle = \sum_{|\sigma|\le m} \int_\Omega A_\sigma(x, D^\gamma u) D^\sigma u dx \ge \mu_0 \sum_{|\gamma|\le m} \int_\Omega x_n^\alpha (b - x_n)^\beta \left|D^\gamma u\right|^p dx = h(\|u\|)\|u\|, \quad (2.2)$$

где $h(r) = \mu_0 r^{p-1} \to \infty$ при $r \to \infty$.

Теперь докажем полунепрерывность оператора L, т. е. что он всякую сильно сходящуюся последовательность пространства $\dot{W}^m_{p,\alpha,\beta}(\Omega)$ переводит в последовательность, слабо сходящуюся в сопряженном пространстве.

Пусть $u \in \dot{W}^m_{p,\alpha,\beta}(\Omega)$ и последовательность $\{u_k(x)\}_{k=1}^\infty, u_k \in \dot{W}^m_{p,\alpha,\beta}(\Omega)$, такова, что $\|u_k - u\| \to 0$ при $k \to \infty$. (2.3)

Для любого $v \in \dot{W}^m_{p,\alpha,\beta}(\Omega)$ имеем в силу (1.3)

$$\left|\langle L(u_k) - L(u), v\rangle\right| = \left|\sum_{|\sigma|\le m} \int_\Omega \left[A_\sigma(x, D^\gamma u_k) - A_\sigma(x, D^\gamma u)\right] D^\sigma v dx\right| =$$

$$= \left|\sum_{|\sigma|\le m} \int_\Omega \int_0^1 \frac{\partial A_\sigma(x, D^\gamma u + \tau D^\gamma(u_k - u))}{\partial \xi_\gamma} D^\gamma(u_k - u) D^\sigma v d\tau dx\right| \le$$

$$\le c_2 \sum_{|\sigma|\le m} \int_\Omega \int_0^1 x_n^\alpha (b - x_n)^\beta \left|D^\gamma u + \tau D^\gamma(u_k - u)\right|^{p-2} \left|D^\gamma(u_k - u)\right| \left|D^\sigma v\right| d\tau dx \le$$

$$\le c_3 \sum_{|\sigma|\le m} \int_\Omega x_n^\alpha (b - x_n)^\beta \left[\left|D^\gamma u\right|^{p-2} + \left|D^\gamma(u_k - u)\right|^{p-2}\right] \left|D^\gamma(u_k - u)\right| \left|D^\sigma v\right| dx \le \quad (2.4)$$

$$\le c_3 \sum_{|\sigma|\le m} \int_\Omega x_n^\alpha (b - x_n)^\beta \left(\left|D^\gamma u\right|^{p-2} \left|D^\gamma(u_k - u)\right| \left|D^\sigma v\right| dx + \left|D^\gamma(u_k - u)\right|^{p-1} \left|D^\sigma v\right|\right) dx \le$$

$$\le c_4 \sum_{|\sigma|\le m} \int_\Omega x_n^\alpha (b - x_n)^\beta \left[\left(\left|D^\gamma u\right|^{p-1} + \left|D^\sigma v\right|^{p-1}\right) \left|D^\gamma(u_k - u)\right| + \left|D^\gamma(u_k - u)\right|^{p-1} \left|D^\sigma v\right|\right] dx.$$

Оценим теперь интегралы правой части последнего неравенства. Имеем в силу (2.3)

$$\int_\Omega x_n^\alpha (b - x_n)^\beta \left|D^\gamma u\right|^{p-1} \left|D^\gamma(u_k - u)\right| dx \le \left[\int_\Omega x_n^\alpha (b - x_n)^\beta \left|D^\gamma u\right|^p dx\right]^{1/q} \cdot$$

$$\cdot \left[\int_\Omega x_n^\alpha (b - x_n)^\beta \left|D^\gamma(u_k - u)\right|^p dx\right]^{1/p} \le \|u\|^{p-1} \|u_k - u\| \to 0 \quad (2.5)$$

при $k \to \infty$.

Остальные интегралы в (2.4) оцениваются аналогично. Таким образом, из (2.4), (2.5) следует, что

$$\left|\langle L(u_k), v\rangle - \langle L(u), v\rangle\right| \to 0 \text{ при } k \to \infty \quad (2.6)$$

и полунепрерывность оператора L доказана.

Установим теперь монотонность оператора L. Для любых $u, v \in \dot{W}^m_{p,\alpha,\beta}(\Omega)$ в силу (1.5) имеем

$$\langle L(u) - L(v), u - v\rangle = \sum_{|\sigma|\le m} \int_\Omega \left[A_\sigma(x, D^\gamma u) - A_\sigma(x, D^\gamma v)\right] D^\sigma(u - v) dx =$$

$$= \sum_{|\sigma|\le m} \int_\Omega \int_0^1 \frac{\partial A_\sigma(x, D^\gamma v + \tau D^\gamma(u - v))}{\partial \tau} D^\gamma(u - v) D^\sigma(u - v) d\tau dx \ge$$

$$\geq \mu_2 \sum_{|\gamma|\leq m\Omega} \int x_n^{\alpha}(b-x_n)^{\beta}\left|D^{\gamma}(u-v)\right|^p dx \geq 0,$$

и монотонность оператора L доказана.

Доказательство завершено.

Определение. Элемент $u \in \dot{W}^m_{p,\alpha,\beta}(\Omega)$ является обобщенным решением задачи (0.1)–(0.2), если для любого $v \in \dot{W}^m_{p,\alpha,\beta}(\Omega)$ имеет место равенство

$$\langle L(u),v\rangle = \sum_{|\sigma|\leq m} \int_{\Omega} A_{\sigma}(x,D^{\gamma}u)D^{\sigma}v dx = \int_{\Omega} fv dx, \tag{2.7}$$

где $f \in \left(\dot{W}^m_{p,\alpha,\beta}(\Omega)\right)^*$.

Теорема 2.2. Пусть оператор L, действующий из пространства $\dot{W}^m_{p,\alpha,\beta}(\Omega)$ в $\left(\dot{W}^m_{p,\alpha,\beta}(\Omega)\right)^*$, удовлетворяет условиям i), ii). Тогда для любого $f \in \left(\dot{W}^m_{p,\alpha,\beta}(\Omega)\right)^*$ обобщенное решение задачи (0.1)–(0.2) существует и единственно.

Доказательство. Существование обобщенного решения непосредственно следует из теоремы 2.1 и теоремы А.

Докажем единственность обобщенного решения. Пусть функции $u_1(x)$ и $u_2(x)$ из $\dot{W}^m_{p,\alpha,\beta}(\Omega)$ являются обобщенными решениями задачи (0.1)–(0.2). Тогда имеют место равенства $\langle L(u_1),v\rangle = \langle f,v\rangle$ и $\langle L(u_2),v\rangle = \langle f,v\rangle$, $\forall v \in \dot{W}^m_{p,\alpha,\beta}(\Omega)$. Отсюда получаем

$$\langle Lu_1 - Lu_2, v\rangle = 0, \forall v \in \dot{W}^m_{p,\alpha,\beta}(\Omega). \tag{2.8}$$

Полагая в равенстве (2.8) $v(x) = u_1(x) - u_2(x)$ и учитывая монотонность оператора L, имеем $0 = \langle L(u_1) - L(u_2), u_1 - u_2\rangle \geq \mu_0 \|u_1 - u_2\|^p$. Следовательно, $u_1(x) \equiv u_2(x)$.

Доказательство завершено.

§ 3. Разрешимость начально-краевой задачи. В этом параграфе исследуется смешанная краевая задача для нелинейного вырождающегося эволюционного уравнения вида

$$u_t + L(u) = f(t,x) \tag{3.1}$$

в цилиндре $Q_T = (0,T)\times\Omega$, а оператор L определен выражением (0.1) и

$$u\big|_{t=0} = u_0(x), x \in \Omega, \tag{3.2}$$

$$D^s u\big|_{\Omega_0} = 0; s = 0,1,\ldots,s_{\alpha}-1 : D^s u\big|_{\Omega_b} = 0;\ s = 0,1,\ldots,s_{\beta}-1,$$

$$D^{\sigma} u\big|_{\Gamma^*} = 0;\ |\sigma| \leq m-1, 0 \leq t \leq T. \tag{3.3}$$

Разрешимость задачи (3.1)–(3.3) опирается на одну общую теорему существования, доказанную в [3]. Для полноты изложения приведем ее формулировку. С этой целью введем обозначения. Пусть X – банахово пространство, а X^* – пространство линейных непрерывных функционалов над X. Обозначим через $L_p(0,T;X)(p>1)$ пространство функций $u(t):[0,T]\to X$ с нормой

$$\|u\|^p = \int_0^T \|u(t)\|_X^p dt, \tag{3.4}$$

где $\|\cdot\|_X$ – норма банахова пространства X.

Пусть, далее, $A(t,u)$ – нелинейный оператор, зависящий от параметра $t\in[0,T]$, действующий из пространства $L_p(0,T;X)$ в сопряженное пространство $L_q(0,T;X^*)$, $1/p+1/q=1$.

Рассмотрим следующую задачу Коши:

$$u'+A(t,u)=h, \tag{3.5}$$

$$u\big|_{t=0}=u_0, \tag{3.6}$$

где $h(t)$ – произвольно заданный элемент пространства $L_q(0,T;X^*)$.

Обозначим наконец через $H(u_0)$ пространство функций $u(t)\in$ $\in L_p(0,T;X)$ таких, что $u'\in L_q(0,T;X^*), u(0)=u_0, u_0\in X$.

Теорема B ([3], теорема 13). Пусть выполнены следующие условия:

1) для почти всех $t\in[0,T]$ и любого $u(t)\in L_p(0,T;X)$ справедливо неравенство

$$\langle A(t,u),u\rangle \ge c_0\|u\|_X^p - k(t), \tag{3.7}$$

с некоторой постоянной $c_0>0, k(t)$ – ограниченная функция;

2) оператор $A(t,u): L_p(0,T;X)\to L_q(0,T;X^*)$ ограничен и полунепрерывен.

Тогда отображение $L(u)=u'+A(t,u): H(u_0)\to L_q(0,T;X^*)$ есть эпиморфизм, т. е. для любого $h\in L_q(0,T;X^*)$ задача (3.5)–(3.6) разрешима.

Пусть в условиях теоремы B пространство $X=\dot{W}^m_{p\alpha\beta}(\Omega)$. Тогда имеет место следующая

Теорема 3.1. Пусть оператор L удовлетворяет условиям i), ii) параграфа 1, а $f\in L_p\left(0,T;\left(\dot{W}^m_{p\alpha\beta}(\Omega)\right)^*\right)$. Тогда для любого $u_0\in\dot{W}^m_{p\alpha\beta}(\Omega)$ задача (3.1)–(3.3) имеет единственное обобщенное решение $u\in L_p\left(0,T;\dot{W}^m_{p\alpha\beta}(\Omega)\right)$.

Доказательство (существование). Сначала докажем, что оператор L действует ограниченным образом из пространства $L_p\left(0,T;\dot{W}^m_{p\alpha\beta}(\Omega)\right)$ в $L_q\left(0,T;\left(\dot{W}^m_{p\alpha\beta}(\Omega)\right)^*\right)$.

Пусть B – произвольное ограниченное множество пространства

$$L_p\left(0,T;\dot{W}^m_{p\alpha\beta}(\Omega)\right): B=\left\{u\in L_p\left(0,T;\dot{W}^m_{p\alpha\beta}(\Omega)\right), \|u\|\le R<\infty\right\}. \tag{3.8}$$

Зафиксируем произвольный элемент $u^*\in B$ и $t\in[0,T]$. Рассмотрим линейный функционал

$$l(v)=L(u^*,v)\overset{\text{def}}{=}\int_0^T\langle L(u^*),v\rangle dt=\sum_{|\sigma|\le m}\int_0^T\int_\Omega A_\sigma(x,D^\gamma u^*)D^\sigma v\,dx\,dt \tag{3.9}$$

на пространстве $L_p\left(0,T;\dot{W}^m_{p\alpha\beta}(\Omega)\right)$. Из условия i) имеем

$$\left|\langle L(u^*),v\rangle\right|=\left|\sum_{|\sigma|,|\gamma|\le m}\int_\Omega A_\sigma(x,D^\gamma u^*)D^\sigma v\,dx\right|\le\left[\sum_{|\sigma|,|\gamma|\le m}\int_\Omega x_n^{-q\alpha/p}(b-x_n)^{-q\beta/p}\cdot\right.$$

$$\left.\cdot\left|A_\sigma(x,D^\gamma u^*)\right|^q dx\right]^{1/q}\left[\sum_{|\sigma|\le m}\int_\Omega x_n^\alpha(b-x_n)^\beta\left|D^\sigma v\right|^p dx\right]^{1/p}\le c_1\left[\sum_{|\gamma|\le m}x_n^\alpha(b-x_n)^\beta\left|D^\gamma u^*\right|^p dx\right]^{1/q}\cdot \tag{3.10}$$

$$\cdot\left[\sum_{|\sigma|\le m}\int_{\Omega} x_n^{\alpha}(b-x_n)^{\beta}\left|D^{\sigma}v\right|^{p}dx\right]^{1/p}=c_1\left\|u^{*}\right\|^{p-1}_{W^m_{p,\alpha,\beta}}\left\|v\right\|_{W^m_{p,\alpha,\beta}},$$

где $c_1>0$ – некоторая постоянная.

Интегрируя последнее неравенство по $t\in[0,T]$, получим

$$\left|L(u^{*},v)\right|\le c_1\left(\int_0^T\left\|v\right\|^p_{W^m_{p,\alpha,\beta}}dt\right)^{1/p}\left\|u^{*}\right\|^{1/q}_p\le CR^{1/q}\left\|v\right\|_p. \qquad (3.11)$$

Вводя обозначение

$$\left\|u\right\|'_q=\left(\int_0^T\left\|u\right\|^p_{(W^m_{p,\alpha,\beta})^{*}}dt\right)^{1/q}, \qquad (3.12)$$

из (3.11) получим

$$\left\|L(u^{*})\right\|'_q\le CR^{1/q}, \qquad (3.13)$$

откуда следует ограниченность образа множества B в пространстве $L_q\left(0,T;\left(\dot{W}^m_{p,\alpha,\beta}(\Omega)\right)^{*}\right)$.

Монотонность и полунепрерывность оператора L нетрудно доказать, используя схему доказательства теоремы 3.1 с учетом того, что коэффициенты уравнения не зависят от временной переменной.

Затем с применением теоремы B, доказывается существование обобщенного решения задачи (3.1)–(3.3).

(Единственность). Пусть $u_1,u_2\in H(u_0)$ – два решения задачи (3.1)–(3.3), отвечающее одному и тому же начальному условию $u_0\in\dot{W}^m_{p,\alpha,\beta}(\Omega)$. Тогда их разность удовлетворяет тождествам

$$(u_1-u_2)_t+L(u_1)-L(u_2)=0, \qquad (3.14)$$

$$(u_1-u_2)\big|_{t=0}=0. \qquad (3.15)$$

Из тождества (3.14) имеем для почти всех $\tau\in[0,T]$

$$\int_0^{\tau}\left\langle(u_1-u_2)_t,u_1-u_2\right\rangle dt+\int_0^{\tau}\left\langle L(u_1)-L(u_2),u_1-u_2\right\rangle dt=0, \qquad (3.16)$$

при этом сходимость интегралов обусловлена принадлежностью $(u_1-u_2)_t$ и $L(u)$ пространству $L_q\left(0,T;\left(\dot{W}^m_{p,\alpha,\beta}(\Omega)\right)^{*}\right)$. В силу монотонности оператора L из (3.16) следует, что

$$\int_0^{\tau}\left\langle(u_1-u_2)_t,u_1-u_2\right\rangle dt=\frac{1}{2}\int_0^{\tau}\frac{\partial}{\partial t}\left\|u_1-u_2\right\|^2_{L_2}dt\le 0.$$

Поскольку $p>2$, то очевидно, что $u_1-u_2\in L_2(0,T;L_2(\Omega))$. Теперь с учетом начального условия (3.15) из последнего неравенства вытекает

$$\int_{\Omega}\left|u_1(x,\tau)-u_2(x,\tau)\right|^2dx=0.$$

Отсюда в силу произвольности τ заключаем, что $u_1\equiv u_2$ в цилиндре Q_T.

Доказательство теоремы 3.1 завершено.

Иджеванский филиал ЕГУ

Поступила 02.10.2001

ЛИТЕРАТУРА

1. **Акопян Г. С., Шахбагян Р. Л.** – Изв. НАН РА, Математика, 1996, т. 31, №3, с. 5–30.
2. **Кудрявцев Л.Д.** Труды МИАН СССР, 1984, т. 170, с. 161–190.
3. **Дубинский Ю.А.** – УМН, 1968, т. 23, вып. 1(139), с. 45–90.
4. **Никольский С.М., Лизоркин П.И., Мирошин Н.В.** – Изв. ВУЗ-ов, сер. математ., 1988, т. 8(315), с. 4–30.
5. **Тепоян Л.** – Изв. НАН РА, Математика, 1999, т. 34, №5, с. 48–56.

Ա. Վ. ՑՈՒՑՈՒԼՅԱՆ

ԵԶՐԱՅԻՆ ԽՆԴԻՐՆԵՐ ԲԱՐՁՐ ԿԱՐԳԻ ՎԵՐԱՍԵՐՎՈՂ ՔՎԱԶԻԳԾԱՅԻՆ ՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄՆԵՐԻ ՀԱՄԱՐ

Ամփոփում

Աշխատանքում ուսումնասիրվում են եզրային խնդիրներ բարձր կարգի քվազիգծային էվոլյուցիոն հավասարումների համար, ընդ որում վերասերումը իրականացվում է եզրի վրա երկու ուղղությամբ՝ տարբեր կշիռներով: Ապացուցվում է նրանց լուծման գոյությունը և միակությունը հատուկ կշռային տարածություններում:

A. V. TSUTSULIAN

BOUNDARY PROBLEMS FOR HIGH ORDER DEGENERATE QUASILINEAR EQUATIONS

Summary

In this paper we consider boundary problems for high order quasilinear evolution equations, that are degenerate on boundary in two directions with different weights. It is proved that there exists a solution in special weighted functional spaces and the solution is unique.

ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆԻ ԳԻՏԱԿԱՆ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ ЕРЕВАНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

Բնական գիտություններ 1, 2002 Естественные науки

Математика

УДК 514.75

В.А. НЕРСЕСЯН

ДОПУСТИМЫЕ КОМПЛЕКСЫ ТРЕХМЕРНЫХ ПЛОСКОСТЕЙ ПРОЕКТИВНОГО ПРОСТРАНСТВА $\mathbf{P}^6$ (II)

В работе продолжается изучение допустимых комплексов трехмерных плоскостей в шестимерном пространстве $\mathbf{P}^6$, начатое в [1]. Доказывается, что однопараметрическое семейство конусов второго порядка с трехмерными плоскими образующими и одномерной вершиной, которая описывает развертывающуюся поверхность, определяет четырехпараметрическое допустимое семейство плоскостей E^3. Ими являются все трехмерные образующие к этим конусам. Также доказывается, что если взять в пространстве $\mathbf{P}^6$ четырехпараметрическое семейство трехмерных плоскостей, содержащих фиксированную прямую l и касающихся двух гиперконусов с общей одномерной вершиной l, то получим допустимое семейство трехмерных плоскостей. Соответствующее семейство касательных четырехмерных плоскостей образовано пересечениями касательных гиперплоскостей к конусам – в точках касания с ними трехмерной плоскости.

I. Пусть $\{A_0,...,A_6\}$ – репер пространства $\mathbf{P}^6$. Как известно (см. [2]), уравнения инфинитезимального перемещения репера в пространстве $\mathbf{P}^6$ имеют вид $dA_i=\omega_i^j A_j$, $i,j,l=0,...,6$, где формы ω_i^j удовлетворяют структурным уравнениям $d\omega_i^j=\omega_i^l\wedge\omega_l^j$. Главными на семействе трехмерных плоскостей, натянутых на точки A_0, A_N, A_3, являются формы

$$\omega_0^4,\omega_0^\alpha,\omega_N^4,\omega_N^\alpha,\omega_3^4,\omega_3^\alpha,\ N=1;2,\ \alpha,\beta=5;6,$$

а на семействе четырехмерных плоскостей, натянутых на точки A_0, A_ξ, – формы $\omega_0^\alpha,\omega_\xi^\alpha$, $\xi=1;2;3;4$.

Пусть K – четырехпараметрическое семейство трехмерных плоскостей E^3. Точку $Q\in\mathbf{P}^6$ назовем нефокальной, если через нее проходит однопараметрическое семейство трехмерных плоскостей E^3, т.е. конус K_Q – четырехмерный. Пусть семейство K допустимое. Обозначим через $\pi(E^3)$ касательную плоскость к семейству K вдоль плоскости E^3, а через π – семейство плоскостей $\pi(E^3)$. Канонизируем репер так, чтобы точки $A_0, A_N, A_3\in E^3$, а $A_0, A_\xi\in\pi(E^3)$. Будем считать формы ω_0^5,ω_1^6 линейно независимыми. Тогда формы $\omega_0^5,\omega_1^6,\omega_4^\alpha$ образуют базис на семействе π. Ус-

ловие допустимости семейства K означает, что на выбранном семействе реперов выполняются уравнения (см. [1])

$$\omega_1^5=0,\quad \omega_2^5=A_{16}^{51}\omega_1^6,\quad \omega_3^5=0,\quad \omega_0^6=0,\quad \omega_2^6=0,\quad \omega_3^6=A_{35}^{60}\omega_0^5. \qquad (1)$$

В статье [1] мы изучали случай, когда $A_{16}^{51}\neq 0, A_{35}^{60}\neq 0$.

2. Пусть среди коэффициентов A_{16}^{51} и A_{35}^{60} только один отличен от нуля. Всегда можем считать, что $A_{16}^{51}=0$. Тогда канонизацией репера можно коэффициент A_{35}^{60} привести к единице, а уравнения (1) примут вид

$$\omega_1^5=0,\quad \omega_2^5=0,\quad \omega_3^5=0,\quad \omega_0^6=0,\quad \omega_2^6=0,\quad \omega_3^6=\omega_0^5. \qquad (2)$$

Если продифференцировать уравнения (2) внешним образом и применить к ним лемму Картана, то получим, что

$$\begin{cases}\omega_1^0=m\omega_0^5+n\omega_1^6+l\omega_4^5, & -\omega_6^5=n\omega_0^5+g\omega_1^6+s\omega_4^5,\\ \omega_1^4=l\omega_0^5+s\omega_1^6+q\omega_4^5, & \omega_2^0=\alpha\omega_0^5+C\omega_4^5,\\ \omega_3^0-\omega_6^5=Q\omega_0^5+L\omega_4^5, & \omega_3^4=L\omega_0^5-p\omega_4^5,\\ \omega_0^3-\omega_5^6=a\omega_0^5+b\omega_1^6+c\omega_4^6, & \omega_0^1=b\omega_0^5+t\omega_1^6+h\omega_4^6,\\ \omega_0^4=c\omega_0^5+h\omega_1^6+p\omega_4^6, & \omega_2^3=A\omega_0^5+B\omega_1^6+C\omega_4^6,\\ \omega_2^1=B\omega_0^5+D\omega_1^6, & \omega_3^1=\pi\omega_0^5+\mu\omega_1^6-h\omega_4^5,\\ \omega_3^3-\omega_6^6-\omega_0^0+\omega_5^5=\sigma\omega_0^5+\pi\omega_1^6-c\omega_4^5+L\omega_4^6 & \omega_2^4=C\omega_0^5.\end{cases}$$

Рассмотрим формы, которые смещают нашу трехмерную плоскость, т.е. $\omega_0^4,\omega_1^4,\omega_2^4,\omega_3^4$. Сначала дифференцируем уравнение $\omega_2^4=C\omega_0^5$ внешним образом. В частности получим, что $pC=0$. Если $p=0$, то имеем $\omega_0^4=c\omega_0^5+h\omega_1^6$, $\omega_2^4=C\omega_0^5$, $\omega_3^4=L\omega_0^5$. А это значит, что семейство трехмерных плоскостей E^3 зависит не более чем от трех параметров, что противоречит нашему предположению. Значит $p\neq 0, C=0$, а также $\alpha=0$. Теперь дифференцируем остальные уравнения

$$\omega_0^4=c\omega_0^5+h\omega_1^6+p\omega_4^6,\quad \omega_1^4=l\omega_0^5+s\omega_1^6+q\omega_4^5,\quad \omega_3^4=L\omega_0^5-p\omega_4^5.$$

Выражения $\Delta c,\Delta h,\ldots,\Delta p$ ковариантных дифференциалов соответствующих функций показывают, что репер можно канонизировать так, чтобы коэффициенты $p=1, c=0, h=0, s=0, q=0, L=0$. Имеем также $A=0, B=0, lD=0$. Раскрывая результат дифференцирования по лемме Картана, получим, что

$$\begin{cases}\omega_5^4+\omega_3^3=a_1\omega_0^5+a_2\omega_1^6+a\omega_4^5+a_3\omega_4^6, & \omega_4^1=a_2\omega_0^5+a_4\omega_1^6+b\omega_4^5+a_5\omega_4^6,\\ 2\omega_4^4-\omega_0^0-\omega_6^6=a_3\omega_0^5+a_5\omega_1^6+a_6\omega_4^6, & \omega_6^4=b_1\omega_1^6+b_2\omega_4^5-n\omega_4^6,\\ \omega_1^3=b_2\omega_1^6+b_3\omega_4^5, & \omega_4^0-\omega_6^4=u_1\omega_0^5+u_2\omega_4^5+Q\omega_4^6,\\ 2\omega_4^4-\omega_5^5-\omega_3^3=U_2\omega_0^5+u_3\omega_4^5, & m=0.\end{cases}$$

Из уравнения $\omega_2^3=0$ получаем $\omega_1^3=\lambda\omega_1^6$. Тогда $b_3=0, b_2=\lambda$. Непосредственное вычисление показывает, что уравнение $\omega_1^6=0$ вполне интегрируемое. Изучая уравнение

$$\omega_3^0-\omega_6^5=Q\omega_0^5,\quad \omega_0^3-\omega_5^6=a\omega_0^5,\quad \omega_3^3-\omega_6^6-\omega_0^0+\omega_5^5=\sigma\omega_0^5,$$

а также результаты их продолжений, мы приходим к вполне интегрируемой системе, что опять приводит к теореме (см. [1]). Но у нас вдобавок $\omega_2^0=0$. Это означает, что вершина конуса описывает развертывающуюся поверх-

ность, т.к. прямые (A_1A_2) являются касательными к кривой, которая описывается точкой A_2.

3. Пусть теперь оба коэффициента A_{16}^{51} и A_{35}^{60} в уравнениях (1) равны нулю. Тогда имеем, что

$$\omega_1^5=0,\quad \omega_2^5=0,\quad \omega_3^5=0,\quad \omega_0^6=0,\quad \omega_2^6=0,\quad \omega_3^6=0. \tag{3}$$

Дифференцируя уравнения (3) внешним образом и применяя к ним лемму Картана, получим, что

$$\begin{cases} \omega_2^0=\alpha\omega_0^5, & \omega_1^0=m\omega_0^5+n\omega_1^6+l\omega_4^5,\\ \omega_2^4=0, & -\omega_6^5=n\omega_0^5+g\omega_1^6+s\omega_4^5,\\ \omega_3^0=Q\omega_0^5, & \omega_1^4=l\omega_0^5+s\omega_1^6+q\omega_4^5,\\ \omega_3^4=0, & -\omega_5^6=a\omega_0^5+b\omega_1^6+c\omega_4^6,\\ \omega_2^1=B\omega_1^6, & \omega_0^1=b\omega_0^5+t\omega_1^6+h\omega_4^6,\\ \omega_3^1=\pi\omega_1^6, & \omega_0^4=c\omega_0^5+h\omega_1^6+p\omega_4^6. \end{cases} \tag{4}$$

Сначала дифференцируем уравнение $\omega_3^4=0$. Получим, что $pQ=0, q\pi=0$. Если бы $p=0$, то семейство трехмерных плоскостей E^3 зависило бы от трех параметров. Это противоречит нашему предположению. Поэтому $p\neq 0$. По той же причине $q\neq 0$. Но тогда $Q=0, \pi=0$. Дифференцируем теперь уравнение $\omega_2^4=0$. Получим, что $\alpha=0, B=0$. Дифференцируя формы ω_0^4 и ω_1^4 внешним образом, получим следующие уравнения:

$$\begin{cases} \Delta c\wedge\omega_0^5+\Delta h\wedge\omega_1^6+\left(q\omega_0^1-c\omega_0^4+p\omega_5^6\right)\wedge\omega_4^5+\Delta p\wedge\omega_4^6=0,\\ \Delta l\wedge\omega_0^5+\Delta s\wedge\omega_1^6+\Delta q\wedge\omega_4^5+\left(p\omega_1^0-s\omega_1^4+q\omega_6^5\right)\wedge\omega_4^6=0, \end{cases}$$

где $\Delta c, \Delta h, \ldots, \Delta q,$ – ковариантные дифференциалы соответствующих функций. Их выражения показывают, что репер можно канонизировать так, чтобы $c=h=l=s=0, p=1, q=1$. Тогда уравнения (4) примут вид $\omega_2^0=0$, $\omega_1^0=m\omega_0^5+n\omega_1^6$, $\omega_2^4=0$, $-\omega_6^5=n\omega_0^5+g\omega_1^6$, $\omega_3^0=0$, $\omega_3^4=0$, $-\omega_5^6=a\omega_0^5+b\omega_1^6$, $\omega_2^1=0$, $\omega_1^4=\omega_4^5$, $\omega_0^1=b\omega_0^5+t\omega_1^6$, $\omega_3^1=0$, $\omega_0^4=\omega_4^6$. Выясним геометрию этих уравнений. Уравнения $\omega_2^0=0$, $\omega_2^1=0$, $\omega_2^4=0$, $\omega_2^5=0$, $\omega_2^6=0$, $\omega_3^0=0$, $\omega_3^1=0$, $\omega_3^4=0$, $\omega_3^5=0$, $\omega_3^6=0$ показывают, что прямая (A_2A_3) неподвижна и наше семейство трехмерных плоскостей содержит эту прямую.

Известно, что многообразие двумерных плоскостей в проективном пространстве $\mathbf{P}^6$, содержащих данную прямую, имеет структуру проективного пространства $\mathbf{P}^4$. Наше семейство трехмерных плоскостей сводится к четырехпараметрическому семейству прямых в этом $\mathbf{P}^4$, допустимому в нашем смысле, т.е. такому, что при фиксации нефокальной точки получим конус, касательная двумерная плоскость к которому не зависит от выбора точки на прямой. Действительно, всякий репер нашего семейства в пространстве $\mathbf{P}^6$ определяет репер в $\mathbf{P}^4$ из точек $\overline{A}_0, \overline{A}_1, \overline{A}_4, \overline{A}_5, \overline{A}_6$ с теми же структурными уравнениями, но с исключением форм, содержащих индексы 2 и 3. Уравнения нашего комплекса прямых будут $\omega_1^5=0$, $\omega_0^6=0$, $\omega_1^4=\omega_4^5$, $\omega_1^0=m\omega_0^5+n\omega_1^6$, $-\omega_6^5=n\omega_0^5+g\omega_1^6$, $\omega_0^4=\omega_4^6$, $-\omega_5^6=a\omega_0^5+b\omega_1^6$,

$\omega_0^1 = b\omega_0^5 + t\omega_1^6$. Первые два уравнения показывают, что наши прямые $(\overline{A}_0\overline{A}_1)$ касаются двух гиперповерхностей в точках $\overline{A}_0$ и $\overline{A}_1$. Соотвествующие касательные гиперплоскости $(\overline{A}_0\overline{A}_1\overline{A}_4\overline{A}_5)$ и $(\overline{A}_1\overline{A}_0\overline{A}_4\overline{A}_6)$ пересекаются по двумерной плоскости $(\overline{A}_0\overline{A}_1\overline{A}_4)$. Докажем теперь обратное утверждение. Рассмотрим четырехпараметрическое семейство прямых в пространстве $\mathbf{P}^4$, касающихся двух гиперповерхностей. Пусть прямая натянута на точки (A_0A_1), причем точка A_0 описывает первую гиперповерхность, а точка A_1 – вторую. Выберем семейство реперов так, чтобы касательная плоскость в точке к первой гиперповерхности была натянута на $(A_0A_1A_4A_5)$, а ко второй – на $(A_1A_0A_4A_6)$. Они пересекаются по двумерной плоскости $(A_0A_1A_4)$. При таком выборе семейства реперов имеем $\omega_0^6 = 0, \omega_1^5 = 0$. Покажем, что наше семейство прямых допустимое. Пусть $P = x^0A_0 + x^1A_1$ – произвольная нефокальная точка на прямой (A_0A_1). Тогда $dP = (dx^0 + x^1\omega_1^0)A_0 + (dx^1 + x^0\omega_0^1)A_1 + (x^0\omega_0^4 + x^1\omega_1^4)A_4 + x^0\omega_0^5A_5 + x^1\omega_1^6A_6 = \theta P$, откуда получим, что $\omega_0^5 = 0$, $\omega_1^6 = 0$, $x^0\omega_0^4 + x^1\omega_1^4 = 0$. При этом касательная плоскость в любой другой точке $Q = y^0A_0 + y^1A_1 (y^0 \neq 0 \neq y^1)$ также будет совпадать с плоскостью $(A_0A_1A_4)$. Таким образом, семейство всех прямых в пространстве $\mathbf{P}^4$, касающихся двух гиперповерхностей, – допустимое семейство. Это семейство зависит от пяти параметров и дает в пространстве $\mathbf{P}^6$ пятипараметрическое допустимое семейство трехмерных плоскостей. Теперь достаточно выделить из него произвольное четырехпараметрическое подсемейство.

Итак, нами доказана следующая теорема:

Теорема. Если взять в пространстве $\mathbf{P}^6$ четырехпараметрическое семейство трехмерных плоскостей, содержащих фиксированную прямую l и касающихся двух гиперконусов с общей одномерной вершиной l, получим допустимое семейство трехмерных плоскостей. Соответствующее семейство касательных четырехмерных плоскостей образовано пересечениями касательных гиперплоскостей к конусам в точках касания с ними трехмерной плоскости семейства.

Кафедра алгебры и геометрии

Поступила 18.01.2001

ЛИТЕРАТУРА

1. **Нерсесян В.А.** – Ученые записки ЕГУ, 2001, №3, с. 35-39.
2. **Фиников С.П.** Проективная дифференциальная геометрия. М.– Л., 1937.
3. **Нерсесян В.А.** – Ученые записки ЕГУ, 1986, №2, с.34–38.

Վ.Ա. ՆԵՐՍԵՍՅԱՆ

P^6 ՊՐՈՅԵԿՏԻՎ ՏԱՐԱԾՈՒԹՅԱՆ ԵՌԱՉԱՓ ՀԱՐԹՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԹՈՒՅԼԱՏՐԵԼԻ ԿՈՄՊԼԵՔՍՆԵՐԸ. II

Ամփոփում

Աշխատանքում ուսումնասիրվում են եռաչափ հարթությունների թույլատրելի կոմպլեքսները P^6 պրոյեկտիվ տարածության մեջ: Ապացուցվում է, որ մեկ պարամետրից կախված երկրորդ կարգի կոների ընտանիքը եռաչափ ծնիչներով և միաչափ գագաթով, որը գծում է փռվող մակերևույթ, որոշում է չորս պարամետրերից կախված E^3 հարթությունների թույ լատրելի կոմպլեքս:

Ապացուցվում է նաև, որ եթե P^6 տարածությունում վերցնենք ֆիքսված l ուղիղը պարունակող և այն որպես ընդհանուր գագաթ ունեցող երկու հիպերկոներին շոշափող չորս պարամետրերից կախված եռաչափ հարթությունների ընտանիք, ապա կստանանք եռաչափ հարթությունների թույլատրելի կոմպլեքս:

V. A. NERSESIAN

POSSIBLE COMPLEXES OF THREE-DIMENSIONAL PLANES IN PROJECTIVE SPACE P^6. II

Summary

In the work possible complexes of three-dimensional planes in six-measured projective space P^6 are studied. It's proved that one-parametric family of cones of second order with three-dimensional flats forming and univariate top which describes unfold surface defines four-parametric possible family of planes E^3 which are all three-dimensional forming to this cones.

It's also proved that if we take in space P^6 four-parametric family of three-dimensional planes including fixed straight line l and touching two hypercone with one general univariate top l we will get possible family of three-dimensional planes. Corresponding family tangent of four-parametric family is formed by intersection of tangent hyperplanes to the cones in the sport of osculation of three-dimensional planes family with them.

ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆԻ ԳԻՏԱԿԱՆ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ ЕРЕВАНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

Բնական գիտություններ 1, 2002 Естественные науки

Механика

УДК 62-50

А.А.ГУКАСЯН, А.А.МАНУКЯН

О ГАРАНТИРОВАННОМ УПРАВЛЕНИИ МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ ПРИ НЕПОЛНОЙ ИНФОРМАЦИИ

Исследуется задача управления материальной точки, когда положение целевой точки известно с точностью некоторого множества и по мере приближения уточняется дискретно. С применением гарантированного подхода решена задача синтеза, оптимального по времени приведения на эллипс и отрезок.

1. Введение. В настоящее время в теории управления широко используется гарантированный подход к решению задач управления и оценивания [1–3]. Обычно динамика управляемой системы с функционалом записывается в виде

$$\dot{x} = f(x,u,t),\ u \in U,\ t_0 \le t \le T,$$
$$x(t_0) = x^0, x(T) = x^1, J = J[u] \to \min. \qquad (1.1)$$

Здесь $x \in R^n$ – фазовый вектор; u, U – вектор управления и множество его допустимых значений; x^0, x^1 – начальное и конечное значения фазового вектора. На практике не редки ситуации, когда в соотношениях (1.1) возникает неопределенность, описываемая некоторыми параметрами v, находящимися вне компетенции управляющей стороны. Эти параметры могут описывать, во-первых, неточность задания динамической модели объекта, т.е. функции f или множества U. Правую часть уравнений движения при этом обычно можно представить в виде $f(x,u,v,t)$, $v \in V \subset R^m$, где параметр v трактуется как постоянно действующая, изменяющаяся во времени помеха (возмущение). Во-вторых, могут быть неточно заданы точки x^0 или x^1, относительно которых известно лишь, что $x^0 \in D_0$, $x^1 \in D_1$, где D_i $(i = 0,1)$ – заданные множества. Здесь в роли параметров v оказываются координаты векторов x^0, x^1, напр., $x^1 = v$, $v \in D_1$. Параметры v могут формироваться в процессе движения под действием неопределенных, случайных факторов или другой активной действующей управляющей стороны. Одним из возможных и нередко используемых на практике подходов в этих условиях является гарантированный метод. При этом строятся управление u^*, называемое оптимальным гарантирующим, и соответствующее значение функционала J_*, такие, что в паре с любой реализацией v управление u^*

обеспечивает значение функционала, не превышающее J_*. Математически величины u^*, J_* удовлетворяют экстремальным соотношениям [3]:

$$J_* = \max_v \min_u J[u,v] = \max_v J[u^*,v]. \qquad (1.2)$$

Здесь рассматривается задача оптимального быстродействия материальной точки с неопределенностью целевого положения x^1, которая в процессе движения может уточняться дискретно и скачкообразно. В данном случае гарантированным временем приведения является величина $T_* = \max_{x^1} \min_u T$.

2. Задача гарантированного времени приведения на эллипс. Рассмотрим задачу гарантированного оптимального по времени приведения материальной точки на эллипс G (рис.1), движение которого описывается уравнениями

$$\dot{x}_1 = x_2, \quad \dot{x}_2 = u, \quad |u| \le 1, \qquad (2.1)$$

$$G = \{(x_1^2/R_1^2) + (x_2^2/R_2^2) \le 1\}, \quad \Gamma_G = \{(x_1^2/R_1^2) + (x_2^2/R_2^2) = 1\}.$$

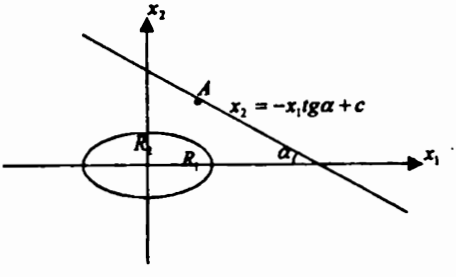


Рис. 1.

Пусть уточнение положения точки во время движения определяется по закону

$$h = \begin{cases} G, & x_2 > -x_1 tg\alpha + c, \\ 0, & x_2 \le -x_1 tg\alpha + c, \end{cases} \qquad (2.2)$$

где h – информационная функция [4].

Из принципа максимума [5] следует, что оптимально управляющая функция имеет релейный вид $u = \pm 1$, а фазовыми кривыми являются дуги парабол семейства

$$u = +1: x_1 = (1/2)x_2^2 + s_1 \ (s_1 = const),$$

$$u = -1: x_1 = -(1/2)x_2^2 + s_2 \ (s_2 = const). \qquad (2.3)$$

Оптимально гарантированное время приведения на элипс зависит от начальной позиции. Предполагается, что точкой пересечения семейства парабол (2.3) с линией является точка A с координатами $A(a,b)$, где $b = -atg\alpha + c$ (рис.1). Здесь возможны следующие случаи:

1) $x_1(L) \le x_1(M)$, где $x_1(L) = (R_1^2/2R_2^2) + (R_2^2/2)$, $x_1(M) = c/tg\alpha$.

а) $x_1(M) \le a \le x_1(N)$, где $x_1(N) = \left(1 + ctg\alpha + \sqrt{1 + 2ctg\alpha - 2R_1 tg^2\alpha}\right) / tg^2\alpha$.

В этом случае синтез оптимального приведения в любую точку $x(x_1, x_2)$ элипса имеет вид (рис.2)

$$u(x_1, x_2) = \begin{cases} -1, & FAB, \\ +1, & Bx. \end{cases} \qquad (2.4)$$

Время приведения в целевую точку, после простых вычислений будет

$$T_a(A,x) = 2\sqrt{a + (1/2)b^2 + (1/2)x_2^2 - x_1} + b + x_2 \ . \qquad (2.5)$$

Гарантированным временем приведения на эллипс в случае а) является

$$\max_{x\in G} T_a(A,x) = 2\sqrt{a+(1/2)b^2+(1/2)(x_2^*)^2 - x_1^*} + b + x_2^* = T_*(A,x^*),$$

т. е. время приведения в точку x^*. $T_a(A,x)$ является гладкой функцией относительно x_1, x_2. Из этого следует что максимум достигается на границе эллипса, т. е.

$$\max_{x\in G} T_a(A,x) = \max_{x\in \Gamma_G} T_a(A,x) \ . \tag{2.6}$$

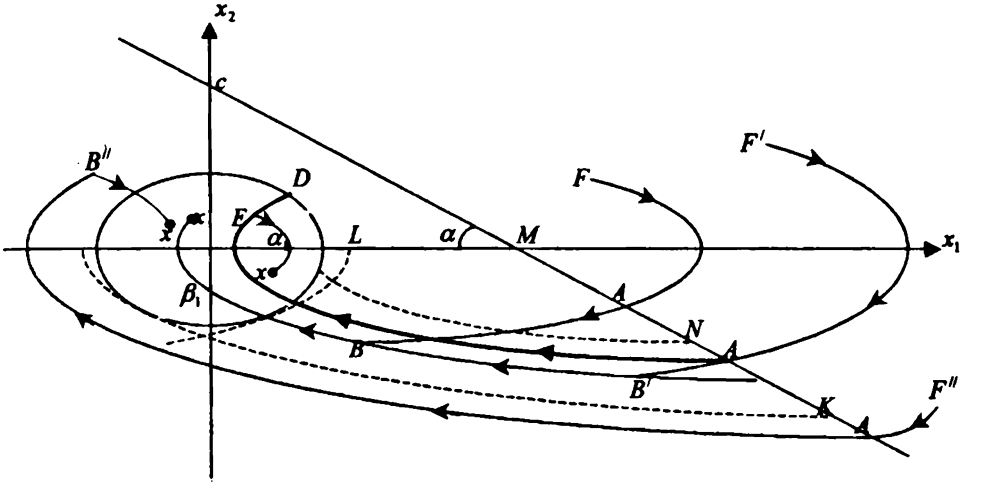


Рис. 2.

Применяя метод неопределенных коэффицентов Лагранжа, для решения задачи условного экстремума (2.6) получим уравнение четвертой степени относительно x_1, решение которого имеет вид [6]:

$$x_1 = \left(\sqrt{2\alpha_0} - \sqrt{-2\alpha_0 - 2p - \left(q\sqrt{2\alpha_0}/\alpha_0\right)} - (R_1/R_2)^2\right)\Big/2 \ , \tag{2.7}$$

$$\alpha_0 = \beta_0 - (p/3),$$

где

$$\beta_0 = \sqrt[3]{-(n/2)+\sqrt{(n^2/4)+(k^3/27)}} + \sqrt[3]{-(n/2)-\sqrt{(n^2/4)+(k^3/27)}}, \tag{2.8}$$

$$n = -(p^3/108)+(pr/3)-(q^2/8), k = -(p^2/12)-r,$$

$$p = (1/2)(R_1/R_2)^4 + (R_1/R_2)^2(b^2+2a) - R_1^2,$$

$$q = -(R_1/R_2)^6 - 3(R_1^4/R_2^2) - (R_1/R_2)^4(b^2+2a),$$

$$r = (5/16)(R_1/R_2)^8 - (1/4)(R_1/R_2)^6(b^2+2a) - (1/4)(R_1^6/R_2^4).$$

Целевое положение материальной точки при гарантированном управлении будет

$$x_1^* = \begin{cases} -R_1, & x_1 \le -R_1, \\ x_1, & x_1 > -R_1; \end{cases} \tag{2.9}$$

$$x_2^* = \sqrt{R_2^2 - (R_2/R_1)^2(x_1^*)^2} \ .$$

б) $x_1(K) \le a < \infty$,

где $x_1(K)=\begin{cases}\left(1+ctg\alpha+\sqrt{1+2ctg\alpha+2R_1tg^2\alpha}\right)\Big/tg^2\alpha, & R_1\ge R_2^2,\\ \left(1+ctg\alpha+\sqrt{1+2ctg\alpha+tg^2\alpha\left(R_2^2+(R_1/R_2)^2\right)}\right)\Big/tg^2\alpha, & R_1<R_2^2.\end{cases}$

Синтез оптимального приведения в любую точку $x(x_1,x_2)$ эллипса имеет вид (рис. 2)

$$u(x_1,x_2)=\begin{cases}-1, & F''A,\\ +1, & AB'',\\ -1, & B''x.\end{cases} \tag{2.10}$$

Время приведения в целевую точку будет

$$T_b(A,x)=2\sqrt{x_1+(1/2)x_2^2+(1/2)b^2-a}-b-x_2\ . \tag{2.11}$$

Гарантированным временем приведения на эллипс в случае б) является

$$\max_{x\in G}T_b(A,x)=\max_{x\in\Gamma_G}T_b(A,x)=2\sqrt{x_1^*+(1/2)(x_2^*)^2+(1/2)b^2-a}-b-x_2^*=T_*(A,x^*)\ .$$

Решая задачу условного экстремума, получим

$$x_1=\left(-\sqrt{2\alpha_0}+\sqrt{-2\alpha_0-2p+\left(q\sqrt{2\alpha_0}/\alpha_0\right)+(R_1/R_2)^2}\right)\Big/2\ , \tag{2.12}$$

где α_0,β_0,n,k определяются из (2.8), а

$$p=(1/2)(R_1/R_2)^4+(R_1/R_2)^2(b^2-2a)-R_1^2,$$
$$q=(R_1/R_2)^6+3(R_1^4/R_2^2)+(R_1/R_2)^4(b^2-2a),$$
$$r=(5/16)(R_1/R_2)^8+(1/4)(R_1/R_2)^6(b^2-2a)-(1/4)(R_1^6/R_2^4).$$

Целевое положение материальной точки при гарантированном управлении будет

$$x_1^*=\begin{cases}R_1, & x_1\ge R_1,\\ x_1, & x_1<R_1;\end{cases} \tag{2.13}$$

$$x_2^*=-\sqrt{R_2^2-(R_2/R_1)^2(x_1^*)^2}.$$

в) $x_1(N)\le a\le x_1(K)$.

Синтез оптимального управления в случае в) является

$$u_1(x_1,x_2)=\begin{cases}-1, & F'A\\ +1, & AE\\ -1, & Ex\end{cases}\quad x\in\alpha_1, \tag{2.14}$$

$$u_2(x_1,x_2)=\begin{cases}-1, & F'AB'\\ +1, & B'x\end{cases}\quad x\in\beta_1, \tag{2.15}$$

где (рис.2)

$$\alpha_1=\left\{(x_1,x_2);\left(x_1^2/R_1^2\right)+\left(x_2^2/R_2^2\right)\le 1;|x_2|<\sqrt{2x_1-2a+b^2}\right\},$$
$$\beta_1=\left\{(x_1,x_2);\left(x_1^2/R_1^2\right)+\left(x_2^2/R_2^2\right)\le 1;|x_2|\ge\sqrt{2x_1-2a+b^2}\right\}.$$

В случаях (2.14), (2.15) время приведения в целевую точку соответственно определяется из выражений

$$T^{(1)}(A,x)=T_b(A,x),\ (x\in\alpha_1)\ ,\qquad T^{(2)}(A,x)=T_a(A,x),\ (x\in\beta_1);$$

$T_b(A,x)$, $T_a(A,x)$ – соответственно из (2.11), (2.5).

Гарантированное время приведения в целевую точку определяется следующим образом:

$$T_*^{(1)} = \max_{x\in\alpha_1} T^{(1)}(A,x) = T^{(1)}\left(A, x^{*(1)}\right);$$

$$x_1^{*(1)} = \begin{cases} R_1, & x_1 \ge R_1, \\ x_1, & x_1(D) < x_1 < R_1, \\ x_1(D), & x_1 \le x_1(D); \end{cases} \tag{2.16}$$

$$x_2^{*(1)} = -\sqrt{R_2^{\,2} - (R_2/R_1)^2 \left(x_1^{*(1)}\right)^2},$$

где x_1 определяется из (2.12), а

$$x_1(D) = \left(-1 + \sqrt{1 - (R_2/R_1)^2\left(b^2 - 2a - R_2^{\,2}\right)}\right) \Big/ (R_2/R_1)^2;$$

$$T_*^{(2)} = \max_{x\in\beta_1} T^{(2)}(A,x) = T^{(2)}\left(A, x^{*(2)}\right);$$

$$x_1^{*(2)} = \begin{cases} -R_1, & x_1 \le -R_1, \\ x_1, & -R_1 < x_1 < x_1(D), \\ x_1(D), & x_1 \ge x_1(D); \end{cases} \tag{2.17}$$

$$x_2^{*(2)} = \sqrt{R_2^{\,2} - (R_2/R_1)^2 \left(x_1^{*(2)}\right)^2},$$

где x_1 определяется из (2.7). Гарантированное оптимальное время будет $T_* = \max\left\{T_*^{(1)}, T_*^{(2)}\right\}$.

2) $x_1(M) \le x_1(P) \le x_1(N)$, $x_1(M) \le a \le x_1(P)$,

где $x_1(P) = \left(ctg\alpha - 1 + \sqrt{1 - 2ctg\alpha + tg^2\alpha\left((R_1/R_2)^2 + R_2^{\,2}\right)}\right) \Big/ tg^2\alpha$.

Синтез оптимального управления будет (рис.3)

$$u_1(x_1, x_2) = \begin{cases} -1, & FAB' \\ +1, & B'x \end{cases} \Bigg| \; x \in \alpha_*, \tag{2.18}$$

$$u_2(x_1, x_2) = \begin{cases} -1, & FA \\ +1, & AB \\ -1, & Bx \end{cases} \Bigg| \; x \in \beta_*, \tag{2.19}$$

где

$$\alpha_* = \left\{(x_1, x_2); \left(x_1^{\,2}/R_1^{\,2}\right) + \left(x_2^{\,2}/R_2^{\,2}\right) \le 1; x_2 \ge -\sqrt{2a + b^2 - 2x_1}\right\},$$

$$\beta_* = \left\{(x_1, x_2); \left(x_1^{\,2}/R_1^{\,2}\right) + \left(x_2^{\,2}/R_2^{\,2}\right) \le 1; x_2 < -\sqrt{2a + b^2 - 2x_1}\right\}.$$

Время приведения в целевую точку соответственно определяется из выражений $T^{(1)}(A,x) = T_a(A,x)$, $(x \in \alpha_*)$, $T^{(2)}(A,x) = T_b(A,x)$, $(x \in \beta_*)$, $T_a(A,x)$, $T_b(A,x)$ – из (2.5), (2.11).

Гарантированное время приведения –

$$T_*^{(1)} = \max_{x\in\alpha_*} T^{(1)}(A,x) = T^{(1)}\left(A, x^{*(1)}\right),$$

$$x_1^{*(1)} = x_1, \; x_2^{*(1)} = \sqrt{R_2^{\,2} - (R_2/R_1)^2 \left(x_1^{*(1)}\right)^2}, \tag{2.20}$$

где x_1 определяется из (2.7);

$$T_*^{(2)} = \max_{x \in \beta_*} T^{(2)}(A, x) = T^{(2)}\left(A, x^{*(2)}\right),$$

$$x_1^{*(2)} = x_1,\ x_2^{*(2)} = -\sqrt{R_2^{\,2} - (R_2/R_1)^2 \left(x_1^{*(2)}\right)^2}\ , \qquad (2.21)$$

где x_1 определяется из (2.12).

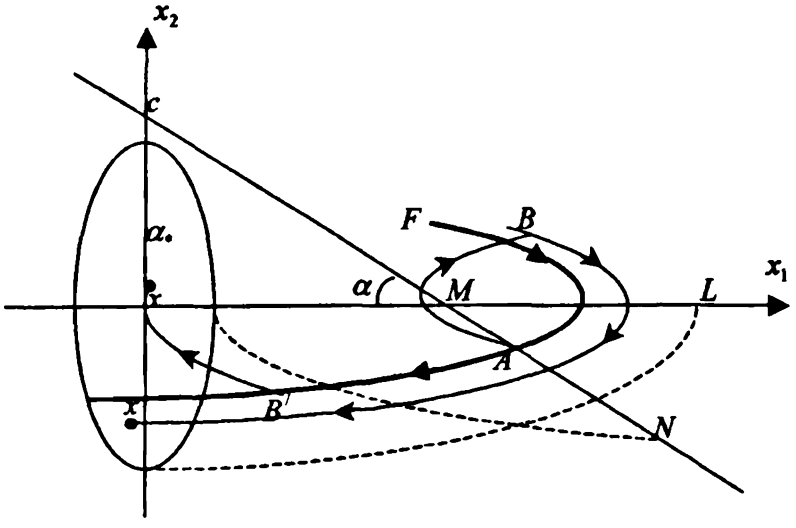


Рис. 3.

Гарантированное оптимальное время $T_* = \max\left\{T_*^{(1)}, T_*^{(2)}\right\}$. Оптимальное гарантированное управление будет

$$u^* = u\left(x_1^*, x_2^*\right). \qquad (2.22)$$

Остальные случаи приводятся к исследуемым.

3. Задача гарантированного времени приведения на отрезок. Рассмотрим задачу гарантированного оптимального по времени приведения точки (2.1) на отрезок, где информационная функция h в различии [4] изменяется по закону

$$h = \begin{cases} |A_1 B_1|, & x_1 > d_1, \\ |A_2 B_2|, & d_2 < x_1 \le d_1, \\ 0, & x_1 \le d_2, \end{cases} \qquad (3.1)$$

$\left(A_1(-a,0); B_1(a,0); A_2(b,0); B_2(c,0)\right)$, $-a \le b \le c \le a$.

Управляющая функция имеет релейный вид, а фазовыми кривыми являются дуги парабол (2.3). Точкой пересечения семейства парабол (2.3) с линией $x_1 = d_1$ является точка D_1 с координатами $D_1(d_1, \sigma_1)$, а с линией $x_1 = d_2$ – точка $D_2(d_2, \sigma_2)$ (рис.4). Здесь возможны следующие случаи:

1) $\sigma_2 \ge x_2(N)$, где $x_2(N) = -\sqrt{2(d_2 - a)}$.

Синтез оптимального приведения в любую точку x^1 (рис.4) отрезка $|A_1B_1|$ имеет вид

$$u(x_1, x_2) = \begin{cases} -1, & F_1D_2P_1, \\ +1, & P_1x^1. \end{cases} \tag{3.2}$$

Гарантированным временем приведения будет

$$\max_{b \le x^1 \le c} T(D_1, x^1) = \max_{b \le x^1 \le c} \left(2\sqrt{d_1 + (1/2)\sigma_1^2 - x^1} + \sigma_1 \right) = \\ = 2\sqrt{d_1 + (1/2)\sigma_1^2 - b} + \sigma_1 = T(D_1, A_2), \tag{3.3}$$

т. е. время приведения в точку A_2.

2) $x_2(E) \le \sigma_2 \le x_2(N)$, где $x_2(E) = -\sqrt{2(d_2 + a)}$.

а) $x_2(M) \le \sigma_2 \le x_2(N)$, где $x_2(M) = -\sqrt{2(d_2 - c)}$.

Синтез оптимального управления имеет вид

$$u(x_1, x_2) = \begin{cases} -1, & F_2D_2P_2, \\ +1, & P_2x^1. \end{cases} \tag{3.4}$$

Гарантированное оптимальное время приведения имеет вид (3.3).

б) $x_2(K) \le \sigma_2 \le x_2(M)$, где $x_2(K) = -\sqrt{2(d_2 - b)}$.

Синтез оптимального управления в случае б) является

$$u_1(x_1, x_2) = \begin{cases} -1, & F_3D_2 \\ +1, & D_2QP_3 \\ -1, & P_3x^1 \end{cases} \Bigg| \; \left(d_2 - (1/2)\sigma_2{}^2 \le x^1 \le c\right), \tag{3.5}$$

$$u_2(x_1, x_2) = \begin{cases} -1, & F_3D_2P_4 \\ +1, & P_4x^1 \end{cases} \Bigg| \; \left(b \le x^1 \le d_2 - (1/2)\sigma_2{}^2\right). \tag{3.6}$$

Точка Q имеет следующие координаты: $Q\left(d_2 - (1/2)\sigma_2{}^2, 0\right)$.

В случаях (3.5), (3.6) время приведения в целевую точку соответственно определяется из выражений

$$T^{(1)}(D_1, x^1) = \sigma_1 - 2\sigma_2 + 2\sqrt{x^1 - d_2 + (1/2)\sigma_2{}^2} \quad \left(d_2 - (1/2)\sigma_2{}^2 \le x^1 \le c\right),$$

$$T^{(2)}(D_1, x^1) = 2\sqrt{d_1 + (1/2)\sigma_1{}^2 - x^1} + \sigma_1 \quad \left(b \le x^1 \le d_2 - (1/2)\sigma_2{}^2\right).$$

Гарантированное оптимальное время приведения в целевую точку определяется следующим образом:

$$T_*^{(1)} = \max_{d_2 - (1/2)\sigma_2{}^2 \le x^1 \le c} T^{(1)}(D_1, x^1) = \sigma_1 - 2\sigma_2 + 2\sqrt{c - d_2 + (1/2)\sigma_2{}^2}, \tag{3.7}$$

т. е. в точку B_2;

$$T_*^{(2)} = \max_{b \le x^1 \le d_2 - (1/2)\sigma_2{}^2} T^{(2)}(D_1, x^1) = 2\sqrt{d_1 + (1/2)\sigma_1{}^2 - b} + \sigma_1, \tag{3.8}$$

т. е. в точку A_2.

Так как $\sigma_1 = -\sqrt{2d_2 - 2d_1 + \sigma_2{}^2}$, то $T(\sigma_2) = T_*^{(1)} - T_*^{(2)}$ является непрерывной функцией от σ_2, которая на концах интервала $[x_2(K), x_2(M)]$

изменяет знак. Следовательно, существует точка $\sigma_0 \in [x_2(K), x_2(M)]$, где $T(\sigma_0)=0$. То есть время оптимального приведения из точки

$$D_0\left(d_1, -\sqrt{2d_2 - 2d_1 + \sigma_0^2}\right) \in [l : (x_1 = d_1)] \tag{3.9}$$

в точки A_2 и B_2 одинаково.

в) $x_2(E) \le \sigma_2 \le x_2(K)$.

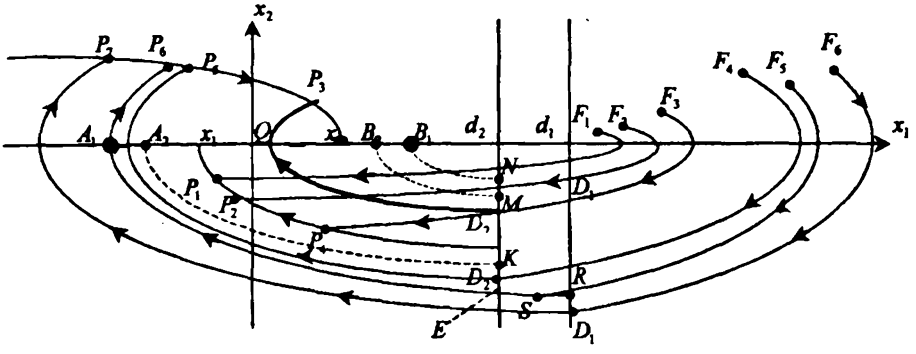


Рис. 4.

Синтез оптимального управления имеет вид

$$u(x_1, x_2) = \begin{cases} -1, & F_4 D_2, \\ +1, & D_2 P_5, \\ -1, & P_5 x^1, \end{cases} \tag{3.10}$$

а время приведения в целевую точку –

$$T(D_1, x^1) = \sigma_1 - 2\sigma_2 + 2\sqrt{x^1 - d_2 + (1/2)\sigma_2^2}\,.$$

Гарантированное оптимальное время приведения равно

$$\max_{b \le x^1 \le c} T(D_1, x^1) = T(D_1, B_2) = \sigma_1 - 2\sigma_2 + 2\sqrt{c - d_2 + (1/2)\sigma_2^2}\,,$$

т. е. равно времени приведения в точку B_2 (рис.3).

3) $\sigma_1 \ge x_2(R)$, $\sigma_2 \le x_2(E)$, где $x_2(R) = -\sqrt{2(d_1 + a)}$.

Синтез оптимального приведения в любую точку x^1 (рис.4) отрезка имеет вид

$$u(x_1, x_2) = \begin{cases} -1, & F_5 D_1 S, \\ +1, & S A_1 P_6, \\ -1, & P_6 x^1. \end{cases} \tag{3.11}$$

Гарантированным временем приведения будет

$$\max_{b \le x^1 \le c} T(D_1, x^1) = \max_{b \le x^1 \le c}\left(\sigma_1 + 2\sqrt{d_1 + a + (1/2)\sigma_1^2} + 2\sqrt{a + x^1}\right) =$$

$$= \sigma_1 + 2\sqrt{d_1 + a + (1/2)\sigma_1^2} + 2\sqrt{a + c} = T(D_1, B_2),$$

т. е. время приведения в точку B_2.

4) $\sigma_1 \le x_2(R)$.

Синтез оптимального управления имеет вид

$$u(x_1, x_2) = \begin{cases} -1, & F_6 D_1, \\ +1, & D_1 P_7, \\ -1, & P_7 x^1, \end{cases} \tag{3.12}$$

а время приведения в целевую точку –

$$T(D_1, x^1) = 2\sqrt{x^1 - d_1 + (1/2)\sigma_1^{\,2}} - \sigma_1 .$$

Гарантированное оптимальное время приведения в случае 4) равно

$$\max_{b \le x^1 \le c} T(D_1, x^1) = T(D_1, B_2) = 2\sqrt{c - d_1 + (1/2)\sigma_1^{\,2}} - \sigma_1 ,$$

т. е. равно времени приведения в точку B_2 (рис.4).

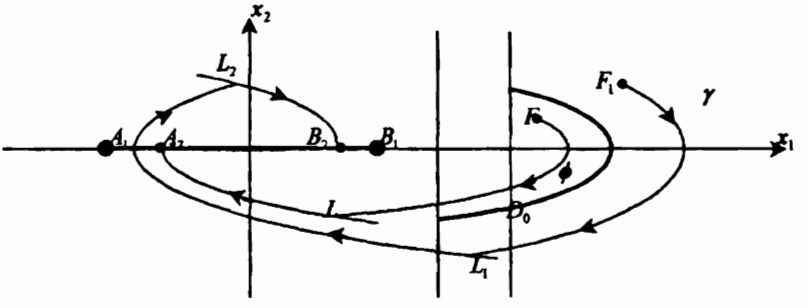


Рис. 5.

Итак, парабола семейства (2.3), проходящая через точку D_0 из (3.9), разделяет полуплоскость пассивного управления (наблюдения) $x_1 > d_1$ на две области ϕ и γ (рис.5). Если начальная позиция $(x_1^0, x_2^0) \in \beta$, то оптимальным гарантированным временем приведения материальной точки является время приведения в точку A_2, а если $(x_1^0, x_2^0) \in \gamma$, то – в точку B_2.

Синтез управления, обеспечивающий гарантированный результат по быстродействию, имеет вид

$$u_1^* = \begin{cases} -1, & FL \\ +1, & LA_2 \end{cases} \Bigg| \; x^0 \in \phi , \qquad\qquad u_2^* = \begin{cases} -1, & F_1 L_1 \\ +1, & L_1 L_2 \\ -1, & L_2 B_2 \end{cases} \Bigg| \; x^0 \in \gamma .$$

На рис.5 приведены качественные картины фазовых кривых и линий переключения управляющих функций, обеспечивающих решение задачи гарантированного управления на отрезке.

Кафедра теоретической механики *Поступила 23.06.2001*

ЛИТЕРАТУРА

1. **Черноусько Ф.Л., Меликян А.А.** Игровые задачи управления и поиска. М.: Наука, 1978, 272 с.
2. **Черноусько Ф.Л.** – Изв. АН СССР, ПММ, 1980, т.44, вып. 1.
3. **Меликян А.А.** – Изв. АН СССР, Техническая кибернетика, 1989, N2, с. 111–118.
4. **Гукасян А.А., Казарян В.С.** – Изв. НАН РА, Механика, 1996, N2, с. 42–50.
5. **Болтянский В.Г.** Математические методы оптимального управления. М.: Наука, 1966, 307 с.
6. **Курош А.Г.** Алгебраические уравнения произвольных степеней. М.: Наука, 1975, вып. 7, 320 с.

Ա.Ա. ՂՈՒԿԱՍՅԱՆ, Ա.Ա. ՄԱՆՈՒԿՅԱՆ

ՆՅՈՒԹԱԿԱՆ ԿԵՏԻ ԵՐԱՇԽԱՎՈՐՎԱԾ ՂԵԿԱՎԱՐՄԱՆ ՄԱՍԻՆ ՈՉ ԼՐԻՎ ԻՆՖՈՐՄԱՑԻԱՅԻ ԴԵՊՔՈՒՄ

Ամփոփում

Հետազոտվում է նյութական կետի ղեկավարման խնդիր, երբ կետի նպատակային դիրքը հայտնի է որևէ բազմության ճշտությամբ և դիսկրետ ձևով ճշգրտվում է նպատակային դիրքին մոտենալուն զուգընթաց: Երաշխավորված մեթոդի կիրառությամբ լուծված է ըստ ժամանակի օպտիմալ ղեկավարման խնդիրը, երբ նպատակային կետի դիրքը հայտնի է էլիպսի կամ հատվածի տեսքով:

A.A. GHUKASIAN, A.A. MANUKIAN

ABOUT GUARANTEED CONTROL MATERIAL POINTS AT THE INCOMPLETE INFORMATION

Summary

The problem of control of a material point when position of a target point is known with accuracy of some set is investigated and in process of approach is specified discretely. With application of the guaranteed approach the problem of synthesis, optimum reduction time for an ellipse and a piece is solved.

ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆԻ ԳԻՏԱԿԱՆ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ ЕРЕВАНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

Բնական գիտություններ 1, 2002 Естественные науки

Химия

УДК 531.1+547.554+661.185+661.312

М.Г. ГЕВОРКЯН, Н.М. БЕЙЛЕРЯН

ИЗУЧЕНИЕ КИНЕТИКИ И МЕХАНИЗМА РЕАКЦИИ ФЕНИЛДИЭТАНОЛАМИНА С ПЕРСУЛЬФАТОМ КАЛИЯ В ВОДЕ

II. ЗАКОНОМЕРНОСТИ НАКОПЛЕНИЯ ОКРАШЕННОГО ПРОДУКТА И ВЛИЯНИЕ ЩЕЛОЧИ И КИСЛОТЫ НА СКОРОСТЬ РЕАКЦИИ

Изучена кинетика накопления окрашенного продукта, а также влияние добавок кислоты и щелочи на скорость реакции фенилдиэтаноламина с персульфатом калия в воде при $T = 298 \pm 0.05K$. Установлено, что добавки H_2SO_4 замедляют реакцию в результате связывания амина в соответствующую соль. Характер влияния щелочи на изучаемую реакцию отличается от известных в литературе типов влияния щелочи на скорость амин-пероксидных реакций. Полученные данные объясняются изменением в присутствии $NaOH$ природы образующихся аминных радикалов, т. е. под влиянием $NaOH$ механизм окисления фенилдиэтаноламина персульфатом меняется.

Ранее [1] для изучения общего механизма реакции фенилдиэтаноламина (ФДЭА) с персульфатом калия (Р) в воде нами было изучено влияние кислорода, иминоксильного стабильного свободного радикала ($RN\dot{O}$), акрилонитрила (АН), а также начальных концентраций ФДЭА и Р на скорость их взаимодействия в воде. Было показано, что реакция радикальная с короткими цепями. Это может быть обусловлено возникновением свободных радикалов, образующихся из *A* и *P*. Инициирование полимеризации АН указывает на образование $SO_4^{\bar{\cdot}}$. Предполагается, что свободная валентность аминного радикала образуется либо на азоте, либо на кислороде в группе ОН, причем оба радикала недоступны кислороду и $RN\dot{O}$. Поэтому дальнейшее исследование реакции проведено на воздухе.

Общая скорость расхода *P* выражается уравнением (1) [1]:

$$-\frac{dP}{dt} = k_{эф}[P_0 - x]\left[A_0 - \frac{x}{2}\right]^n ,$$

где $0 \le n < 2$ в зависимости от $[A]_0$. Было установлено также, что образуется окрашенное вещество, обладающее характерным поглощением при $\lambda = 415 нм$, которое в зависимости от начальных условий (напр., при $[A]_0 \ge 1.3 \cdot 10^{-3} M$), меняя окраску, превращается в другие продукты.

Методы очистки использованных реагентов приведены в [1].

1. Закономерности накопления окрашенного продукта. Кинетика накопления I окрашенного продукта реакции изучалась колориметрически (прибор ФЭК–56 М, $\lambda = 415$*нм*, $l = 10$*мм*. Абсолютная погрешность измерений $\pm$ 1%). Предварительно было показано, что значение оптической плотности реакционной смеси в определенный момент времени пропорционально длине кюветы (l) и обратно пропорционально разбавлению реакционной смеси. Это свидетельствует о применимости закона Бугера–Ламберта–Бера в изучаемой системе [2]. Чтобы остановить реакцию в отобранной пробе, ее вдвое разбавляли водой. Реакция считалась остановленной, т.к. в течение 5 *мин* значение D не менялось, а его измерение длилось 1–2 мин.

В широком интервале концентраций амина $5 \cdot 10^{-4} M \le [A]_0 \le 5 \cdot 10^{-3} M$ и при $[P]_0 = 1 \cdot 10^{-3} M$ кинетические кривые накопления I окрашенного продукта реакции в координатах оптическая плотность (D)–время (t) имеют слабовыраженный сигмоидный вид, а, начиная с $[A]_0 \ge 1.3 \cdot 10^{-3} M$, они становятся колоколообразными. По мере увеличения $[A]_0$ до $5 \cdot 10^{-3} M$ скорость реакции закономерно растет до максимума, при этом $D_{мак}$ вначале увеличивается, дальше наблюдается его некоторое постоянство, затем максимум сужается, и время достижения $D_{мак}$ укорачивается (см. рис. 1). Все это характерно последовательным реакциям, а именно кинетике накопления промежуточного вещества с характерным поглощением при $\lambda = 415$*нм*.

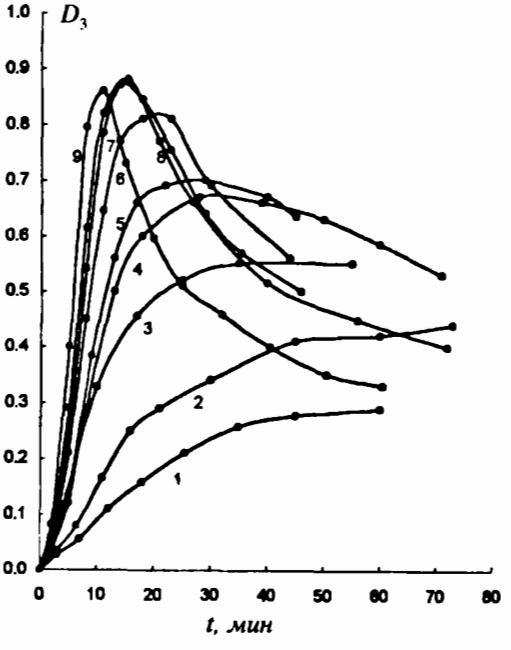


Рис. 1. Кинетические кривые оптической плотности реакционных смесей при $[P]$=const=$1 \cdot 10^{-3} M$ и переменной концентрации [ФДЭА], M: $1 - 5 \cdot 10^{-4}$; $2 - 6{,}7 \cdot 10^{-4}$; $3 - 1 \cdot 10^{-3}$; $4 - 1{,}3 \cdot 10^{-3}$; $5 - 1{,}5 \cdot 10^{-3}$; $6 - 2 \cdot 10^{-3}$; $7 - 2{,}5 \cdot 10^{-3}$; $8 - 3{,}75 \cdot 10^{-3}$; $9 - 5 \cdot 10^{-3}$. T=298 *K*.

При концентрациях $[A]_0 \le 1 \cdot 10^{-3} M$ скорость дальнейшего превращения I окрашенного продукта очень мала, и кинетические кривые не проходят через максимумы. В этой области концентраций $0.5 \cdot 10^{-3} M \le [A]_0 \le 1 \cdot 10^{-3} M$ и $[P]_0$ = const=$1 \cdot 10^{-3} M$ порядок реакции и по амину, и по P первый.

Таким образом, экспериментально установлено, что кинетический закон скорости реакции, определенный колориметрически, совпадает с законом скорости этой же реакции, определенной ранее йодометрически [1]:

$$-\frac{dP}{dt} = k_J (P_0 - 2x)(A_0 - x) \ ,$$

где $k_J = \dfrac{2{,}3 \cdot 2}{P_0 \cdot t} \lg \dfrac{2P_0 - x}{2(P - x)}$.

Применение колориметрического метода для изучения кинетики химических ре-

акций основано на однозначной связи оптической плотности реакционных смесей со скоростью реакции: $\frac{dD_t}{dt} = \alpha \frac{dx}{dt}$, где α – постоянная [2].

Для расчета $k_к([A]_0=[P]_0=1\cdot10^{-3}\ M)$ мы воспользовались следующими соотношениями: $[P]_0 = \alpha D_\infty$, $x = \alpha D_t$. Следовательно, $\alpha=[P]_0/D_\infty=x/D_t$, а $x=[P]_0\cdot D_t/D_\infty$. Здесь D_∞ – предельное значение оптической плотности данной реакционной смеси.

Подставив полученные значения P_0 и x, выраженные соответственно через D_∞ и D_t, в k_J, и принимая стехиометрию реакции $1P$: $1/2A$:$1/4D_{окр}$ ($D_{окр}$ – окрашенный продукт) [1], получим

$$k_k = \frac{1}{4}k_J = \frac{1}{2}\frac{2{,}3}{P_0\cdot t}\lg\frac{2\alpha\cdot D_\infty - \alpha D_t}{2(\alpha\cdot D_\infty - \alpha D_t)} = \frac{2{,}3}{2\cdot P_0\cdot t}\lg\frac{2D_\infty - D_t}{2(D_\infty - D_t)}.$$

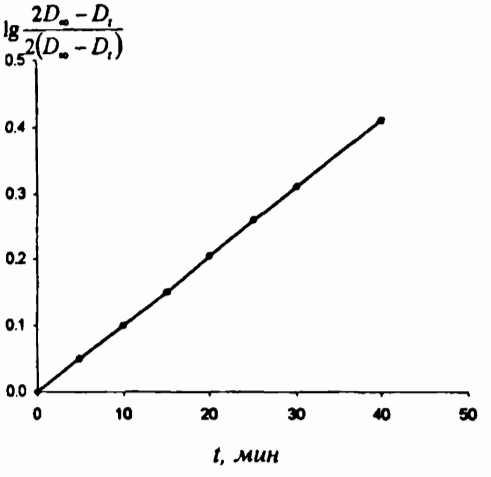


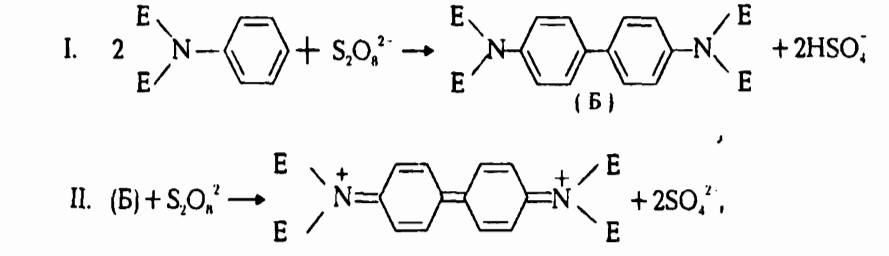
Рис. 2. Определение колориметрической константы скорости реакции с помощью безразмерных величин (D) при $[A]=[P]=1\cdot10^{-3}\ M$.

Из линейной зависимости $\lg\frac{2D_\infty - D_t}{2(D_\infty - D_t)}$ от t (см. рис. 2) найдено значение k_k=13,3*л/моль·мин* (при расчете k_k абсолютная ошибка 0,6 единиц, относительная – 4,5%).

Следует отметить, что при других стехиометрических коэффициентах (напр., $1P$:$1A$) соответствующие зависимости от t нелинейны.

Таким образом, при $[A]_0 \leq 1\cdot10^{-3}M$ кинетические данные по расходу Р и по образованию I окрашенного продукта реакции удовлетворяют одному и тому же уравнению. Отношение констант скоростей реакции, определенных йодометрически (k_J) и колориметрически (k_k), равно k_J/k_k=55,2 [1]/13,3≅4, как следует из стехиометрии реакции [1], чем и подтверждается принятый в [1] механизм взаимодействия ФДЭА +Р.

2. Механизм окисления фенилдиэтаноламина персульфатом. Учитывая стехиометрический коэффициент реакции ФДЭА+Р [1], наличие окраски продукта, по аналогии с механизмом окисления персульфатом изученного ранее третичного ароматического амина – диметиланилина [3], окисление ФДЭА можно представить следующим образом:



где $E = C_2H_5O$.

На первой стадии образуется *n,n'*–тетраэтоксидиаминодифенил (Б), который далее окисляется вторым ионом $S_2O_8^{2-}$ и превращается в дисульфат n,n'–тетраэтоксидиаминодифенила.

Для подтверждения природы продукта окисления аминоспирта из реакционной смеси ФДЭА+Р методом тонкослойной хроматографии на Al_2O_3 [4] выделен и накоплен окрашенный продукт окисления ФДЭА. Сняты ИК-спектры (прибор Specord–75 IR) исходного амина и продукта его окисления в вазелиновом масле. В спектре продукта имеются следующие изменения:

1) уменьшается интенсивность полос валентных и деформационных колебаний NH-групп при 1500, 1470 и 850$см^{-1}$ [5];
2) уменьшается как число, так и интенсивности полос поглощения при 1600, 735 и 690 $см^{-1}$, соответствующих фенильным кольцам;
3) в области 1600–1630$см^{-1}$ появляются валентные колебания $>C=N$-групп у сопряженных колец, а также усиливаются интенсивности сигналов при 1140 и 1120$см^{-1}$, соответствующих 1,4-замещенным фенильным кольцам.

3. Влияние щелочи и кислоты на скорость реакции. Для установления механизма реакции аминов с пероксидами большое внимание уделяется кислотно-основному катализу этих реакций [6]. В связи с этим нами изучено влияние основности среды на скорость реакции ФДЭА с *P*.

По литературным данным, добавки щелочи либо увеличивают скорость реакции аминов с персульфатом [6], либо не влияют на нее [3, 6]. Ускоряющее влияние щелочи объясняется увеличением в ее присутствии скорости депротонизации промежуточного кинетически активного амин-пероксидного комплекса [6] или облегчением отрыва электрона от молекулы амина [7]. Отсутствие ускоряющего действия щелочи в этих реакциях можно объяснить либо тем, что между амином и пероксидом комплекс не образуется, либо тем, что акт его депротонизации не лимитирует скорость процесса. При окислении персульфатом третичных аминов и аминоспиртов [6] в присутствии щелочи, помимо ускорения реакции, наблюдалось изменение ее механизма. Изменение механизма реакции в зависимости от основности среды выявлено также при окислении пероксидом бензоила фенилбензиламина [8]: в кислых средах окисляется преимущественно $-CH_2-$ группа бензильного радикала, в щелочных – фенильная группа.

При изучении влияния основности среды на скорость окисления персульфатом фенилдиэтаноламина оказалось, что добавки кислоты до $[H_2SO_4] \leq 1 \cdot 10^{-3} M$ уменьшают скорость накопления окрашенного продукта, а при $[H_2SO_4] \geq 2 \cdot 10^{-3} M$ процесс прекращается (рис. 3).

Замедляющее действие кислот на скорость амин-пероксидных реакций в литературе объясняется двояко: либо связыванием амина в соль [6] (в данном случае это более вероятно), либо стабилизацией промежуточного аминного катион-радикала [9] в случае, если реакция радикально-цепная. Обычно катион-радикалы ароматических аминов имеют интенсивную окраску [9]. Отсутствие окрашивания реакционной смеси в данном случае, очевидно, свидетельствует о том, что атом азота лишается свободной пары электронов и теряет способность к образованию с *P* кинетически активного комплекса с переносом заряда [6]. Замедляющее реакцию *A* и *P* действие кислот наблюдалось также при окислении бензиламина, анили-

на, метил- и диметиланилинов [3].

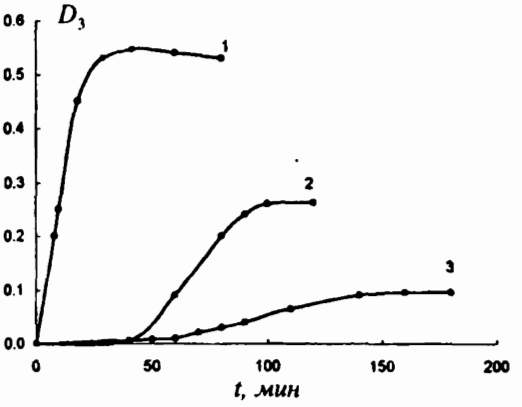


Рис. 3. Влияние добавок щелочи и кислоты на скорость образования окрашенного продукта реакции ФДЭА+P ([ФДЭА]=[P]=$1\cdot10^{-3}$ M : 1 – без добавок; 2 – [$NaOH$]=$1\cdot10^{-4}$ M; 3 – [H_2SO_4]=$1\cdot10^{-3}$ M; T=298 K).

Единственным исключением, при котором наблюдается кислотный катализ, является реакция пероксида бензоила с бензиламином в бензоле [10].

При введении же в реакционную смесь добавок $NaOH$ оказалось, что характер влияния щелочи на изучаемую реакцию зависит от наличия O_2 в реакционной среде. В анаэробных условиях добавки $NaOH$ незначительно уменьшают скорость расхода P в растворе фенилдиэтаноламина (рис. 4, кр. 2), в присутствии же O_2 они сильно уменьшают и колориметрически (рис. 3, кр. 2), и йодометрически (рис. 4, кр. 3, 4, 5) определяемые скорости реакции, причем по мере увеличения концентрации $NaOH$ скорость расхода P все более падает (рис. 4). При равной добавке [$NaOH$]=$1\cdot10^{-2}$ M скорость реакции значительно меньше в присутствии O_2 (кр. 5), чем в его отсутствие (кр. 2). Интересно отметить, что при наличии $NaOH$ колориметрически определяемая скорость реакции уменьшается в большей мере, а при [$NaOH$]=$1\cdot10^{-3}$ M ([A]=[P]=$1\cdot10^{-3}$ M), т. е. когда персульфат продолжает расходоваться (рис. 4, кр. 2), окрашивание реакционной смеси за 120*мин* полностью отсутствует.

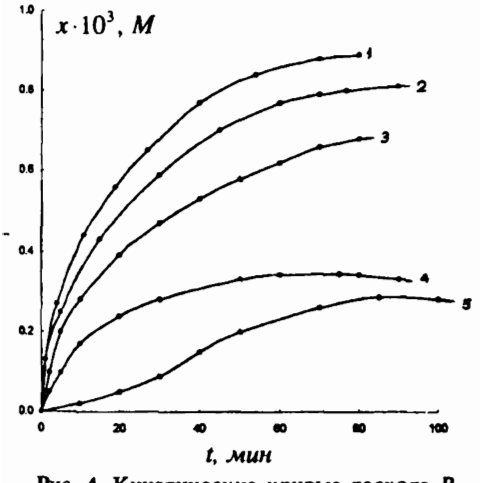


Рис. 4. Кинетические кривые расхода P в реакционной смеси P+ФДЭА ([P]=[ФДЭА]=$1\cdot10^{-3}$ M) в отсутствие $NaOH$ (кр. 1) и в его присутствии в анаэробных условиях (кр. 2) и на воздухе (кр. 3,4,5) при [NaOH], M: 1 – 0; 2 – $1\cdot10^{-2}$; 3 – $1\cdot10^{-3}$; 4 – $5\cdot10^{-3}$; 5 – $1\cdot10^{-2}$ (T=298 K).

Полученные экспериментальные данные можно объяснить с учетом того, что в присутствии $NaOH$ меняется реакционный центр в молекуле А. В молекуле фенилдиэтаноламина имеется несколько центров – это атом азота, откуда начинается процесс, атомы углерода в *о*- и *п*-положениях бензольного кольца, группы OH, а также $\alpha-CH_2$ группы в обоих N-оксиэтильных заместителях. По-видимому, в присутствии щелочи увеличивается реакционная способность центров, приводящая к образованию радикалов с неспаренным электроном на атоме α-углерода (в результате депротонизации H в связи α–C–H), которые на воздухе образуют новые нестабильные, но титруемые пероксиды:

$$-\ddot{N}-\underset{H}{\overset{|}{\underset{|}{C}}}-+O_2 \rightarrow -\ddot{N}-\underset{H}{\overset{|}{\underset{|}{C}}}OO\cdot \xrightarrow{RH} -\ddot{N}-\overset{|}{\underset{|}{C}}OOH + R^{\cdot}.$$

По мере увеличения концентрации щелочи концентрация пероксидов увеличивается, что и приводит к кажущемуся уменьшению йодометрически определяемой скорости расхода P. При этом меняется механизм реакции, и окрашенные ее продукты не детектируются.

Для подтверждения этого предположения изучено поглощение O_2 реакционной смесью ФДЭА+P как в присутствии, так и отсутствие щелочи. Оказалось, что O_2 поглощается только в присутствии щелочи, т.е. в условиях, когда окрашивание реакционной смеси не происходит, но наблюдается расход P.

Таким образом, соответствие между колориметрической и йодометрической константами скоростей, наблюдаемое в отсутствие щелочи, в ее присутствии будет нарушаться, что и свидетельствует об изменении механизма изучаемой реакции.

По аналогии с окислением ароматических аминов персульфатом [11], а также пероксидом бензоила [8] можно полагать также, что в щелочной среде окислению подвергается преимущественно фенильная группа ФДЭА.

Авторы выражают глубокую благодарность проф. Гайбакяну Д.С. за помощь при получении хроматограмм и ст. научн. сотруд. Мелик-Оганджанян Л.Г. за проведение спектрального анализа продукта реакции.

Кафедра физической и коллоидной химии

Поступила 20.05.1999,
после доработки 11.07.2001

ЛИТЕРАТУРА

1. **Геворкян М.Г., Бейлерян Н.М.** – Ученые записки ЕГУ, 2000, № 2, с.56.
2. Экспериментальные методы химической кинетики. (Под ред. Эмануэля Н.М. и Сергеева Г.Б.). М.: Высшая школа, 1980, с.26.
3. **Геворкян М.Г.** Кинетика и механизм окисления арил- и аралкил-аминов персульфатом калия: Автореф. дис. на соискание уч. ст. канд. хим. наук. Ер.: ЕГУ, 1970.
4. **Jan Y., Kolsek Y., Perpar M.** – Chem. J., 1957, b. 81, N5, p.353.
5. **Беллами Л.** Инфракрасные спектры сложных молекул. М.: ИЛ, 1963.
6. **Бейлерян Н.М.** Системы амин–перекись как источник свободных радикалов и своеобразные инициаторы радикальной полимеризации: Автореф. дис. на соискание уч. ст. докт. хим. наук. Ер.: ЕГУ, 1974.
7. **Безуглый Б., Бетлис Ю.** – ЖАХ, 1965, т. 20, вып. 9, с. 1000.
8. **Чалтыкян О.А., Бейлерян Н.М., Акопян С.А.** – Ученые записки ЕГУ, 1968, N 3, с. 102.
9. **Победимский Д.Г., Бучаченко А.А., Нейман М.Б.** – ЖФХ, 1968, т. 42, N 6, с. 1436.
10. **Бейлерян Н.М., Карапетян Ф.О., Чалтыкян О.А.** – Арм. хим. ж., 1966, т. 19, с. 828.
11. **Boyland E., Sims P.** – J. Chem. Soc., 1958, p. 4198.

Մ.Գ. ԳԵՎՈՐԳՅԱՆ, Ն.Մ. ԲԵՅԼԵՐՅԱՆ

ՋՐՈՒՄ ՖԵՆԻԼԴԻԷԹԱՆՈԼԱՄԻՆ – ԿԱԼԻՈՒՄԻ ՊԵՐՍՈՒԼՖԱՏ ՌԵԱԿՑԻԱՅԻ ԿԻՆԵՏԻԿԱՅԻ ԵՎ ՄԵԽԱՆԻԶՄԻ ՈՒՍՈՒՄՆԱՍԻՐՈՒԹՅՈՒՆԸ

II. ԳՈՒՆԱՎՈՐ ՆՅՈՒԹԻ ԿՈՒՏԱԿՄԱՆ ՕՐԻՆԱՉԱՓՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ ԵՎ ՀԻՄՔԻ ՈՒ ԹԹՎԻ ԱԶԴԵՑՈՒԹՅՈՒՆԸ ՌԵԱԿՑԻԱՅԻ ԱՐԱԳՈՒԹՅԱՆ ՎՐԱ

Ամփոփում

Ուսումնասիրված է 298 *K*-ում ջրում ֆենիլդիէթանոլամին–կալիումի պերսուլֆատ ռեակցիայի ընթացքում առաջացող գունավոր նյութի կուտակման կինետիկան, ինչպես նաև թթվի և հիմքի հավելույթների ազդեցությունը նշված ռեակցիայի արագության վրա:

Ցույց է տրված, որ H_2SO_4 հավելույթները դանդաղեցնում են ռեակցիան, որը հետևանքն է այն բանի, որ թթուն կապվում է ամինի հետ՝ առաջացնելով համապատասխան աղը: Հիշյալ ռեակցիայի վրա հիմքի ազդեցության բնույթը տարբերվում է գրականության մեջ հրատարակված այլ ամին–պերօքսիդ ռեակցիաների դեպքերից: Ստացված տվյալները բացատրել ենք, ընդունելով, որ հիմքի ներկայությամբ գոյացող ամինային ռադիկալների բնույթը փոխվում է, այսինքն *NaOH*-ի ազդեցությամբ փոխվում է ֆենիլդիէթանոլամինի պերսուլֆատով օքսիդացման մեխանիզմը:

M.G. GEVORGIAN, N.M. BEYLERIAN

STUDY OF THE KINETICS AND MECHANISM OF PHENYLDIETHANOLAMINE – POTASSIUM PERSULFATE REACTION IN WATER

II. THE REGULARITIES OF THE ACCUMULATION OF THE COLOURED PRODUCT AND THE INFLUENCE OF BASE AND ACID ON THE REACTION RATE

Summary

The kinetics of the accumulation of a coloured product, as well as the influence of base and acid additions on the phenyldiethanolamine–potassium persulfate reaction rate in water at 298 *K* have been studied.

It has been established that the addition of H_2SO_4 slows down the reaction which is result of amine's molecule binding to the corresponding salt. The base's action nature on the rate of the studied reaction differs from cases described in literature concerning amine-peroxide reactions. The obtained data are explained assuming that in presence of *NaOH* the nature of formed aminyl radicals is changed. It means that *NaOH* changes the mechanism of phenyldiethanolamine's oxidation by persulfate.

ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆԻ ԳԻՏԱԿԱՆ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ ЕРЕВАНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

Բնական գիտություններ 1, 2002 Естественные науки

Химия

УДК 577.112.388.2.66.081

А.Е. АГАДЖАНЯН, К.И. ЕГИЯН, Г.Ж. ОГАНЕСЯН, А.С. САГИЯН

ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОЦЕССОВ ВЫДЕЛЕНИЯ СМЕСИ АМИНОКИСЛОТ ИЗ КУЛЬТУРАЛЬНОЙ ЖИДКОСТИ L- ПРОЛИНА

Исследован процесс отделения взвесей из культуральной жидкости (КЖ) L-пролина и определены оптимальные технологические параметры процесса.

Сняты выходные кривые сорбции пролина при различных величинах pH фугата и определена величина pH, при которой происходит его максимальная сорбция до проскока на катионите. Получены кривые изотермы сорбции пролина с использованием исскуственного раствора и фугата на катионите КУ–2×8 и рассчитаны коэффициенты распределения аминокислот.

Исследована зависимость ширины фронта сорбции пролина от скорости потока фугата и определен оптимальный параметр процесса.

На основании полученных данных в производственных условиях проводили сорбцию пролина из фугата КЖ на 4*м*^{3} ионообменной колонке и сняты выходные кривые сорбции пролина и сопутствующих примесей на катионите КУ–2×8. Эти данные служили основой для разработки технологии получения смеси аминокислот из КЖ пролина.

L-пролин находит широкое применение в пищевой и химической промышленности, медицине, фармакологии, сельском хозяйстве и т.д. [1]. В связи с созданием высокоактивных штаммов-продуцентов L-пролина микробиологический способ его получения становится основным промышленным методом.

Культуральная жидкость (КЖ) пролина, полученная путем выращивания продуцента в питательной среде, имеющей источники углерода, азота, органические и минеральные добавки, содержит до 60*г/л* L-пролина и сопутствующих аминокислот (L-валин, D, L-аланин, L-изолейцин, L-глутаминовая кислота, L-лизин и глицин) в суммарном количестве не более 10–15% от общего содержания аминокислоты, а также биомассу, остаточный мел и сахар, пигменты, минеральные соли и др. балластные вещества.

Согласно оценкам экономистов, стоимость биологически активных веществ на ≈90% определяется затратами на выделение и очистку [2]. В патентной литературе стадии выделения пролина из КЖ в отличие от очистки изложены поверхностно [3–6].

Целью нашей работы является исследование некоторых стадий выделения смеси аминокислот из КЖ пролина и их оптимизация.

Условия эксперимента. Изотермы сорбции пролина на катионите КУ–2×8 в H^+-форме фракцией –0.4+0.325*мм* в статических условиях сняты методом переменной концентрации аминокислот при отношении объема раствора к весу смолы, равном 100 : 1.

Качество очистки КЖ от биомассы и взвесей оценивали по оптической плотности разбавленного фугата (фотоколориметр ФЭК–56 М на длине волны $\lambda = 440$ *нм*).

Выходные кривые сорбции пролина сняли на колонке сечением $7 см^2$ и высотой слоя катионита 40*см*. Скорость подачи жидкости регулировали перистальтическим насосом типа "Masterflex".

Подготовку катионита к работе проводили в соответствии с ГОСТ 10896–78 [7]. Растворы аминокислоты готовили из соответствующих препаратов фирмы "Reanal" квалификации ч.д.а. Использовались химикаты *NaOH, HCl, NaCl, KCl* и аммиачная вода марки х.ч. или ч.д.а.

Концентрацию пролина в растворе определяли спектрофотометрическим методом при использовании реакции флюорескамина с пролином и измеряли поглощение образовавшегося соединения в диоксане на спектрофотометре Specord M–40 при длине волны $\lambda_{max} = 313$*нм* [8].

Содержание пролина и сопутствующих аминокислот в растворе определяли так же на автоматическом анализаторе аминокислот AAA–339, а неорганических ионов – атомно-абсорбционным методом на приборе AAS–1.

Солевой состав фугата составлял 0.48*г-экв/л*, а концентрация пролина – 42.0*г/л*.

Результаты и обсуждение. При микробиологическом способе получения биологически активных веществ первым этапом является выделение биомассы и других взвесей из КЖ. Исследования проводились в двух направлениях: в первом случае – с использованием коагулянтов органического (полиакриламид) и неорганического (соли трехвалентного железа и алюминия, а также окись кальция) характера с дальнейшей термической обработкой и центрифугированием, а во втором – без использования коагулянтов.

Ввиду того, что опыты с использованием коагулянтов не дали хороших результатов, было исследовано влияние величины pH КЖ, температуры обработки подкисленной массы и скорости центрифугирования на показатели отделения взвесей без использования коагулянтов. Установлено, что технологически приемлемыми являются подкисление КЖ серной кислотой до pH 3.0–3.3, дальнейшая термическая обработка при 55–60^0*C* в течение 40*мин* и центрифугирование массы при скорости вращения 4500*об/мин* – 25*мин*. Для уменьшения потери пролина полученный осадок привели в контакт с водой при отношении твердой фазы к жидкой, равной 1:2, и образовавшуюся массу вновь подвергли центрифугированию. Жидкую фазу объединили с основным фугатом.

При микробиологическом способе получения пролина наиболее технологичным способом его отделения от сопутствующих примесей органического и неорганического характера является сорбция на сульфокатионите [3–6]. Исходя из этого расчетным путем [9] определяли формы нахождения пролина в растворе в зависимости от величины pH .

Расчеты показали, что для эффективного проведения ионообменного процесса сорбцию пролина на катионитах необходимо осуществлять при pH<1.5.

Для эффективного проведения поглощения сняты выходные кривые сорбции пролина на катионите КУ–2×8 в H^+-форме при различных величинах pH исходного фугата (рис.1).

Как видно из рис. 1, с увеличением pH фугата уменьшается емкость смолы по пролину до проскока. Если при малом значении pH фугата (1.1) фронт сорбций заострятся, то при ее повышении (3.5–6.0) он растянут. Из полученных данных следует, что сорбцию пролина из фугата КЖ на катионите необходимо проводить при величине pH фугата, равной 1.1

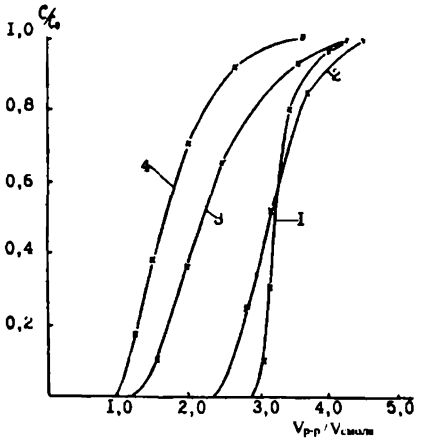


Рис. 1. Выходные кривые сорбции пролина на катионите КУ–2×8 в H^+-форме при различных pH фугата:
1 – 1.1; 2 – 1.75; 3 – 2.8; 4 – 6.2.

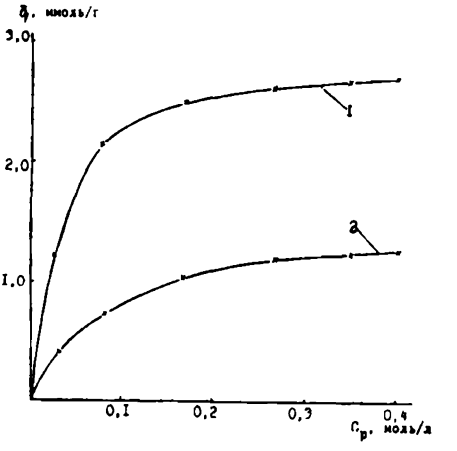


Рис. 2. Изотермы сорбции пролина:
1 – чистый раствор, 2 – фугат.

Равновесная обменная емкость катионита КУ–2×8 в H^+-форме по пролину из его чистого раствора и из фугата КЖ при pH 1.1 в статических условиях определена по изотерме сорбции. На основании полученных данных были построены изотермы сорбции при температуре раствора, равной 20°*C* (рис. 2).

Как видно из рис. 2, полученные для обоих растворов изотермы имеют выпуклую форму, что свидетельствует об избирательности процесса сорбции [10]. Из зависимости сорбционной способности катионита от равновесной концентрации пролина следует, что во всех исследуемых равновесных концентрациях пролина наблюдается возрастание сорбции.

При равновесной концентрации пролина в растворе 0.4*моль/л* емкость смолы по пролину из чистого раствора составляет 2.7*ммоль/г*, а из фугата – 1.23*ммоль/г*. Уменьшение емкости смолы по пролину обусловлено конкурирующим влиянием водородных ионов и присутствующих в фугате сопутствующих примесей различного рода.

На основании данных равновесных опытов были рассчитаны коэффициенты распределения (K_d) находящихся в фугате аминокислот на катионите по формуле

$$K_d = q/cV, \qquad (1)$$

где q – количество аминокислоты в фазе смолы (*ммоль/г*), c – ее концентрация в равновесном растворе (*ммоль/мл*), V – удельный объем смолы (*мл/г*).

Концентрации аминокислоты в исходном и равновесном растворе определяли с помощью аминокислотного анализатора, а по их разности – кон-

центрацию аминокислоты в фазе смолы. Результаты расчета приведены в таблице.

Как видно из таблицы, наименьшей избирательностью к катиониту обладает L-пролин. Из приведенных величин K_d аминокислот следует, что насколько длиннее углеродный радикал в молекуле аминокислоты, настолько селективнее происходит их сорбция на катионите.

Величины коэффициентов распределения (K_d) аминокислот на катионите КУ–2×8 в H^+-форме

Аминокислоты	K_d
пролин	1.45
лизин	11.4
глутаминовая кислота	1.77
глицин	4.03
аланин	4.26
валин	4.45
изолейцин	5.50

Так как с помощью сорбции на сульфокатионите невозможно очистить пролин от сопутствующих аминокислот, то вначале выделяют его в виде смеси аминокислот, а затем осуществляют очистку от остаточных сопутствующих примесей.

Ввиду того что процесс сорбции пролина из фугата проводится в динамических условиях, изучено влияние скорости потока раствора на показатели сорбции.

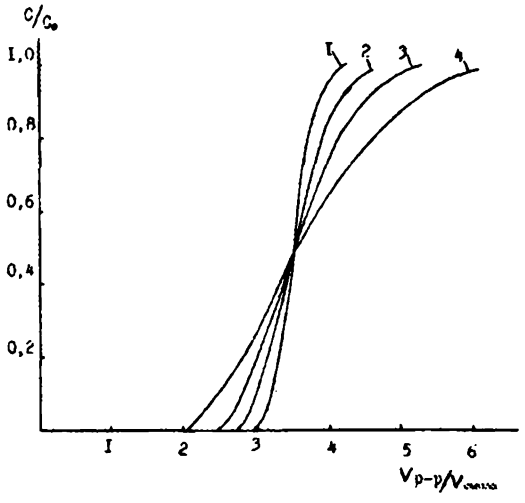


Рис. 3. Выходные кривые сорбции пролина на катионите КУ–2×8 при различных линейных скоростях потока фугата (*м/ч*): 1 – 0.17; 2 – 0.34; 3 – 0.68; 4 – 2.04.

Как видно из рис.3, в исследованном интервале с уменьшением скорости пропускания фугата заостряется фронт поглощения и увеличивается емкость смолы по пролину до проскока.

Технологически приемлемой скоростью потока фугата при сорбции является 0.17*м/ч*, так как при скорости меньше этой он может привести к нарушению стационарности фронта сорбции, а также, к плохой отмывке зерен смолы от остаточных взвесей фугата.

На основании полученных данных в производственных условиях проводили сорбцию пролина из фугата на 4$м^3$ ионообменной колонке, заполненной 3$м^3$ катионитом КУ–2×8 в H^+-форме.

Технологические параметры были следующие: КЖ подкисляли серной кислотой до pH 3.0–3.3 и после термической обработки при 55–60°*C* сепарированием твердую фазу отделяли от жидкой. Величины pH полученного фугата доводили до 1.1 и подкисленную жидкость со скоростью 0.17*м/ч* по

направлению снизу вверх пропускали через заполненную катионитом колонку. При прохождении 2.8 объема фугата на объем смолы начался проскок пролина. Для эффективного проведения сорбционного процесса выходящий из смолы пролинсодержащий раствор пропускали через последовательно соединенную вторую колонку (колонна-накопитель). После пропускания через первую колонку 4.0 объема фугата (для насыщения смолы пролином) подача жидкости прекращалась и начиналась водная промывка первой колонки до снижения величины сухих веществ (СВ) выходящей из смолы жидкости до нуля и pH 3.8–4.0. В следующем опыте последовательность подключения колонки меняется. Фугат пропускается через вторую колонку, а проскоки сорбируются на регенерированной первой колонке. Результаты приведены на рис.4.

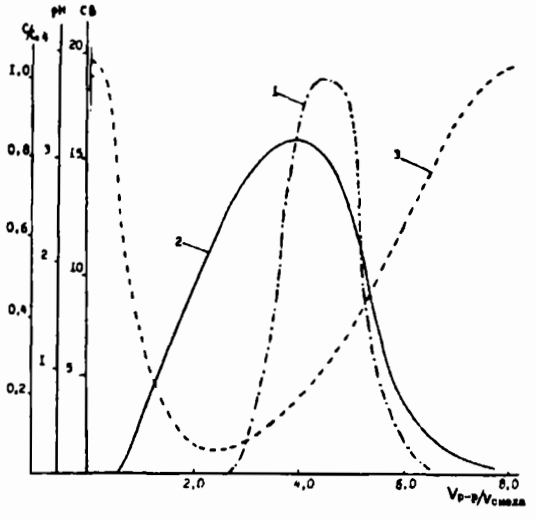


Рис. 4. Выходные кривые сорбции пролина и сопутствующих примесей на катионите КУ–2×8: 1 – концентрация пролина; 2 – СВ; 3 – pH.

Как видно из рис.4., фронт выхода (кр.2.) сопутствующих примесей значительно опережает фронт выхода пролина, что и дает возможность с помощью сорбции очистить его от значительного количества примесей.

В начале процесса одновременно происходит сорбция пролина и неорганических ионов, поэтому величина pH выходящей из смолы жидкости начинает резко уменьшаться (кр.3), а затем, когда смола переходит в солевую форму, начинает постепенно увеличиваться. Из катионита, промытого водой, элюция пролина проводилась 3.5–4.0%-ным раствором аммиака, при этом скорость потока аммиачного раствора по направлению сверху вниз составляла 0.1*м/ч*.

Исследования показали, что основное количество (85%) сорбированного пролина накапливается в 1.8$м^3$ аммиачном элюате. Количество сопутствующих примесей органического и неорганического характера в собранном элюате по сравнению с исходным фугатом уменьшилось в 4.5–5.0 раз.

Для освобождения от избытка аммиака собранный аммиачный элюат смеси аминокислот подвергается вакуумному упариванию до содержания СВ 25–30%. Из элюата распылительной сушкой можно получить технические кристаллы смеси амминокислот.

Чистые кристаллы L-пролина из упаренного элюата смеси аминокислот получаются обесцвечиванием и обессоливанием, а его окончательную очистку от остаточных сопутствующих аминокислот можно осуществлять одним из способов, указанных в работах [3–6].

НИИ "Биотехнология", ЕГУ

Поступила 20.03.2001

ЛИТЕРАТУРА

1. **Садовникова М.С., Беликов В.И.** – Успехи химии, 1978, т. 47, №2, с. 357.
2. **Sing S.P., Verma I.N.** – Biotechnol. Bull, 1987, v. 6, № 2, p.5.
3. Пат. США, № 3598838, 1971.
4. **Сагиян А.С., Арзуманов Е.Н., Аветисян А.Х., Акопян Э.М., Агаджанян А.Е., Мурадян А.Г.** АС СССР, № 1300941, 1985.
5. **Сагиян А.С., Джамгарян С.М., Акопян Э.М.** АС СССР, № 1464436, 1988.
6. **Мурадян А.Г., Агаджанян А.Е., Акопян Э.М., Карабеков Б.П.** АС СССР, № 1504978, 1989.
7. ГОСТ 10896–78. Иониты. Подготовка к испытанию, 1978.
8. **Toome V., Manhart K.** – Analytical Letters, 1975, № 8(7), p. 441.
9. **Либинсон Г.С.** Сорбция органических веществ ионитами. М.: Медицина, 1979, с. 145.
10. **Гельферих Ф.** Иониты. Основы ионного обмена. М.: ИЛ, 1962, с. 490.

Ա.Ե. ԱՂԱՋԱՆՅԱՆ, Կ.Ի. ԵՂՅԱՆ, Գ.Ժ. ՀՈՎՀԱՆՆԻՍՅԱՆ, Ա.Ս. ՍԱՂՅԱՆ

L-ՊՐՈԼԻՆԻ ԿՈՒԼՏՈՒՐԱԼ ՀԵՂՈՒԿԻՑ ԱՄԻՆԱԹԹՎԱՅԻՆ ԽԱՌՆՈՒՐԴԻ ԱՆՋԱՏՄԱՆ ՊՐՈՑԵՍԻ ՕՊՏԻՄԱԼԱՑՈՒՄԸ

Ամփոփում

Ուսումնասիրվել է պրոլինի կուլտուրալ հեղուկից (ԿՀ) կախույթների անջատման պրոցեսը, որոշվել են օպտիմալ տեխնոլոգիական պարամետրերը:

Ֆուգատի pH-ի տարբեր արժեքների դեպքում KY 2×8 կատիոնիտի վրա հանվել են պրոլինի սորբցիայի ելային կորերը ու որոշվել է pH-ի այն օպտիմալ արժեքը, որի դեպքում կատիոնիտի վրա տեղի է ունենում պրոլինի մաքսիմալ սորբցիան:

Կատիոնիտի վրա պրոլինի սորբցիան կատարվել է սինթետիկ լուծույթից ու ֆուգատից: Ստացված տվյալներով կառուցվել են սորբցիայի իզոթերմ կորերը և հաշվվել են ամինաթթուների բաշխման գործակիցները:

Ուսումնասիրվել է պրոլինի սորբցիայի ստացիոնար ճակատի լայնքի կախվածությունը ֆուգատի խեժով անցնելու արագությունից և որոշվել է պրոցեսի օպտիմալ պարամետրը:

Ստացված տվյալների հիման վրա 4մ³ իոնափոխանակային աշտարակում KY–2×8 կատիոնիտի վրա հանվել են պրոլինի և ուղեկցող խառնուրդների սորբցիայի ելային կորերը:

Այս արդյունքները հիմք են հանդիսացել պրոլինի ԿՀ ամինաթթվային խառնուրդի ստացման տեխնոլոգիայի մշակման համար:

A.Y. AGHAJANIAN, K.I. YEGIAN, G.I. HOVHANISSIAN, A.S. SAGHIYAN

OPTIMIZATION OF THE PROCESS OF ISOLATION OF AMINOACID MIXTURES FROM L-PROLINE CULTURAL LIQUID

Summary

The process of separation of biomass from L-proline cultural liquid has been investigated and the optimal technological parameters of the process has been defined.

Proline sorption curves at various pH-values of supernatant have been obtained and pH-value, at which the maximum sorption of proline takes place on cationite as defined.

The proline sorption isotherm from synthetic solution and supernatant of cultural liquid on the KU-2×8 Cation- exchange resin has been obtained and the coefficients of proline and accompanying amino-acids distribution has been calculated.

The stationary front width of proline – ion sorption in dependence of supernatant flow rate has been studied and the optimal parameter of the process has been defined.

On the basis of the data obtained, the proline sorption from cultural liquid supernatant in the industrial conditions on $4m^3$ column has been carried out and proline sorption and accompanying admixture curves on KU–2×8 cation – exchange resin have been obtained.

The data obtained have been used as basis technology for working out of the amino acid mixtures from the cultural liquid of proline.

ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆԻ ԳԻՏԱԿԱՆ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ ЕРЕВАНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

Բնական գիտություններ 1, 2002 Естественные науки

Химия

УДК 542.61 + 535.2 + 546.94 + 547.86 + 668.814

Н.О. ГЕОКЧЯН, А.А. ЕГИАЗАРЯН, Дж.А. МИКАЕЛЯН, А.Г. ХАЧАТРЯН

ИЗУЧЕНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ХЛОРОСМИАТА (IV) С ТИАЗИНОВЫМ КРАСИТЕЛЕМ ДИМЕТИЛТИОНИНОМ

Изучено взаимодействие хлоридного анионного комплекса осмия (IV) с органическим основным красителем тиазинового ряда диметилтионином (Азур I).

Образующийся ионный ассоциат экстрагируется бинарной смесью дихлорэтан–четыреххлористый углерод (9:1).

Максимум светопоглощения наблюдается при длине волны 650*нм*. Оптимальная кислотность водной фазы – pH 3,0 по соляной кислоте. Оптимальная концентрация красителя обеспечивается добавлением 1,2–1,8*мл* 0,05%-ного раствора. Диапазон определяемых содержаний осмия (IV) составляет 2,5–56,6 *мкг* в 10*мл* водной фазы. Кажущийся молярный коэффициент светопоглощения органических экстрактов осмия (IV) диметилтионина $\varepsilon(650) = 1{,}98 \cdot 10^4$ *моль*$^{-1}$·*л*·*см*$^{-1}$.

Мольное соотношение катиона диметилтионина к гексахлоросмиату (IV) в образующемся ионном ассоциате равно 2:1.

Органический основный краситель диметилтионин является представителем красителей тиазинового ряда. Ранее указанный краситель был использован для определения микрограммовых количеств золота (III) в солянокислой и сернокислой средах [1,2]. Из тиазиновых красителей для определения микроколичеств осмия были применены ранее метиленовый голубой [3] и толуидиновый голубой [4]. Известна также работа, в которой описано определение осмия в виде роданидного анионного комплекса с использованием метиленового синего [5]. Образующийся ионный ассоциат отделяется в виде осадка, который флотируется из водного раствора толуолом, далее растворяется в ацетоне, после чего измеряют оптическую плотность полученных ацетоновых растворов. К сожалению, данный метод имеет определенные недостатки и ограничения, которые более подробно рассмотрены в [3].

Настоящее исследование посвящено разработке экстракционно-абсорбциометрического метода определения микроколичеств осмия диметилтионином, который для этой цели используется нами впервые.

Экспериментальная часть. Стандартный запасной раствор осмия (IV) хлористоводородной кислоты $H_2[OsCl_6]$ готовили по методике, описанной в [3], а водный раствор диметилтионина – растворением точной навески препарата красителя квалификации «для микроскопии» в теплой дистиллированной воде. Использовали органические растворители квалификации ч.д.а. и х.ч. (дихлорэтан квалификации ч.) без дополнительной очистки.

Լ.Ա. ԽԱՉԱՏՐՅԱՆ, Ռ.Ֆ. ՊԱՊՈՅԱՆ, Լ.Ա. ՍԱՀԱԿՅԱՆ, Ա.Ա. ԱՎԵՏԻՍՅԱՆ

ՄԻ ՔԱՆԻ ՆՈՐ Ն-ՊԱՐՈՒՆԱԿՈՂ ՀԵՏԵՐՈՑԻԿԼԵՐԻ ՍԻՆԹԵԶ ՑԻԿԼԻԿ ԿԵՏՈԷՍԹԵՐՆԵՐԻ ՀԻՄԱՆ ՎՐԱ

Ամփոփում

Սինթեզված են 1-էթոքսիկարբոնիլցիկլոպենտանոն-2-ը և 1-էթոքսիկարբոնիլցիկլոհեպտանոն-2-ը Դիկմանի կոնդենսացումով: ԴՄՖԱ-ի ներկայությամբ սեբացինաթթվի դիէթիլէսթերի կոնդենսումից ստացվել է սեբացինաթթվի մոնոդիմեթիլամիդ: Ստացված կետոէսթերների և բինուկլեոֆիլների փոխազդեցությամբ սինթեզված են պիրիմիդինի և պիրազոլոնի ածանցյալները :

L.A. KHACHATRIAN, R.F. PAPOYAN, L.A. SAHAKIAN, A.A. AVETISIAN

THE SYNTHESIS OF SOME N-CONTAIN DERIVATIVES OF HETEROCYCLES ON THE BASE OF KETOESTHERS

Summary

Realized the synthesis of 1-ethoxycàrbonylcyclopentanone-2 and 1-ethoxycarbonylcycloheptanone-2 through Dickmans condensation. During this reaction for diethylesthers of sebacin acid in the presence of DMFA have been received monodimethylamid of sebacin acid. In a process of interaction received ketoesthers with binucleofiles have been synthesized corresponding derivatives of pyrimidine and pyrazolone.

ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆԻ ԳԻՏԱԿԱՆ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ ЕРЕВАНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

Բնական գիտություններ 1, 2002 Естественные науки

Химия

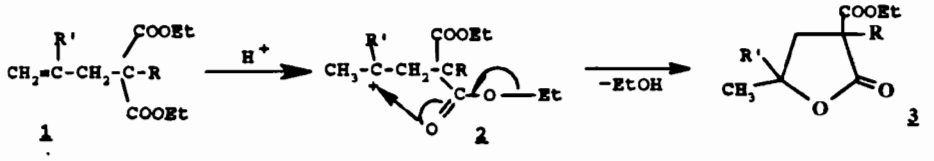
УДК 547.294.314.07(088.8)

В.С. АРУТЮНЯН, Т.В. КОЧИКЯН, Э.В. АРУТЮНЯН, А.А. АВЕТИСЯН

ЦИКЛИЗАЦИЯ АЛКЕНИЛМАЛОНОВЫХ ЭФИРОВ

Предложен удобный способ получения 2,4-дизамещенных-2-этоксикарбонил-4-пентанолидов циклизацией алкенилмалоновых эфиров концентрированной серной кислотой. Показано, что в результате циклизации диалкенилмалоновых эфиров получаются 3,8-диметил-3,8-диалкил-2,7-диоксаспиро[4,4]нонан-1,6-дионы. Разработаны оптимальные условия циклизации, обеспечивающие высокие выходы целевых продуктов.

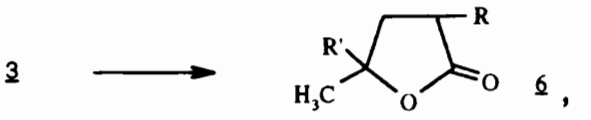
Ранее нами уже сообщалось о способе получения 2-этоксикарбонил-2,4-дизамещенных-4-пентанолидов циклизацией алкенилмалоновых эфиров серной кислотой [1]:



R = H, алкил(C_2-C_5); R' = H, CH_3.

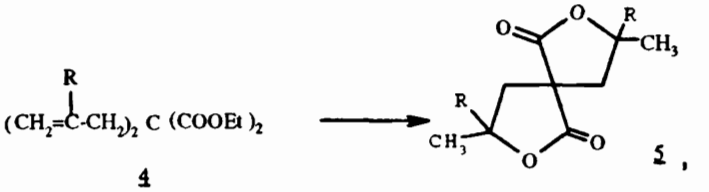
В настоящей работе приведены результаты подробного изучения указанной реакции с целью нахождения оптимальных условий, а также области применения разработанного способа. Варьированием условий реакции (мольное соотношение реагентов, температурный режим, длительность процесса и концентрация серной кислоты) установлено, что наилучшие результаты циклизации (80–85%) получаются с применением 96%-ной серной кислоты при мольном соотношении алкенилмалоновый эфир : серная кислота – 1 : 1. Уменьшение количества и концентрации серной кислоты приводит к снижению выходов целевых продуктов. В первом случае не завершается процесс циклизации, а во втором – происходит частичный гидролиз сложноэфирной группы. Длительность процесса 4*ч* (2*ч* при комнатной температуре и 2*ч* при 40–45°*C*). Температура подачи серной кислоты 20–25°*C*. Найдено, что для синтеза лактонов 3 способ позволяет также применение алкенилмалоновых эфиров, содержащих небольшие количества примеси, поскольку при фракционировании конечного продукта они легко разделимы. Однако при этом выходы целевых лактонов снижаются. Полученные лактоны 3 – бесцветные подвижные жидкости, которые перегоняются в очень узком температурном интервале. Это свидетельствует о том, что при перегонке процесс циклизации не происходит. Эти данные подтверждают, что

лактонизация протекает по вышеприведенной схеме. Доступность лактонов 3 позволяет их дальнейшее применение для синтеза 2,4-дизамещенных-4-пентанолидов:



$R = C_2\text{-}C_5$ (алкил) ; $R' = H, CH_3$.

С целью расширения области применения указанного способа изучена также циклизация диаллил(диметаллил)малоновых эфиров. Показано, что в результате получаются 3,8-диметил-3,8-диалкил-2,7-диоксаспиро[4,4] нонан-1,6-дионы:



$R = H, CH_3$.

Установлено, что в этом случае необходимо применить удвоенное мольное количество 96%-ной серной кислоты. Найдены оптимальные условия реакции, обеспечивающие высокие выходы (86–90%) спиролактонов 5. Последние представляют собой белые кристаллические вещества, которые легко очищаются водным спиртом. Образование спиролактонов 5 дополнительно подтверждает приведенную схему лактонизации алкенилмалоновых эфиров.

Таким образом, нами предложен простой и удобный способ получения 2,4-дизамещенных-2-этоксикарбонил-4-пентанолидов и 3,8-диметил-3,8-диалкил-2,7-диоксаспиро[4,4]нонан-1,6-дионов циклизацией соответствующих алкенилмалоновых эфиров. Способ исключает применение малодоступных оксидов пропилена и изобутилена, а также абсолютного этанола и металлического натрия.

Экспериментальная часть. ЯМР ^{1}H-спектры растворов веществ в ДМСО-d_6 получали на спектрометре Varian Model Mercury–300 (300 *МГц*).

ИК-спектры сняты на приборе UR–20 в тонком слое или в суспензии вазелинового масла.

Индивидуальность синтезированных соединений проверена методами ТСХ и ГЖХ. ГЖХ анализ проведен на приборе ЛХМ–72 (размеры колонок 3×2000*мм*) с использованием в качестве жидкой фазы 5%-ого силикона Е–301 на хроматоне NA–W (газ-носитель–гелий, скорость 50*мл/мин*, температура колонок 110–150°*С*). ТСХ осуществлена на пластинке "Silufol UV–254" в системе этанол : бензол – 1 : 5. Проявление – парами йода. Температуры плавления определены на микронагревательном столике марки Boetius.

Алкенилмалоновые эфиры синтезированы по методу [2,3].

2-Этоксикарбонил-4,4-диметилбутанолид. К 107*г* (0,5*моль*) металлилмалоновому эфиру при перемешивании и охлаждении медленно добавляют по каплям 28*мл* (0,5*моль*) 96%-ной серной кислоты, поддерживая температуру реакционной смеси в интервале 20–25°*С*. После чего продолжают перемешивание 2*ч* при комнатной температуре, затем 2*ч* при 40–45 °*С* и охлаждают. Содержимое колбы осторожно переливают в ледяную воду и экстрагируют эфиром. Эфирные экстракты промывают водой и сушат над безводным сульфатом магния. После удаления эфира остаток дважды перегоняют в вакууме. Выход 79,1*г* (85%), т. кип. 95–96°*С* (2*мм рт. ст.*), n_D^{20}1,4460 [4].

2-Изоамил-2-этоксикарбонил-4-пентанолид получен аналогично предыдущему из 27*г* (0,1*моль*) изоамилаллилмалонового эфира и 5,6*мл* (0,1*моль*) 96%-ной серной кислоты. Выход 20,6*г* (85%), т. кип. 99–100°*С* (1 *мм рт. ст.*), n_D^{20}1,4460, d_4^{20} 1,0210. Найдено, % : С 64,28; Н 9,12. $C_{11}H_{22}O_4$. Вычислено, % : С 64,46; Н 9,09. ИК-спектр, *см*$^{-1}$: 1770 (С=О лактон); 1730 (С=О сл. эфир); 1230 (С–О–С).

2-Бутил-2-этоксикарбонил-4-пентанолид получен аналогично пре-дыдущему из 25,6*г* (0,1*моль*) бутилаллилмалонового эфира и 5,6*мл* (0,1 *моль*) 96%-ной серной кислоты. Выход 19,2*г* (84%), т. кип. 92°*С* (1*мм рт. ст.*), n_D^{20}1,4493, d_4^{20} 1,0388. Найдено, % : С 63,43; Н 8,82. $C_{12}H_{20}O_4$. Вычислено, % : С 63,16; Н 8,77. ИК-спектр, *см*$^{-1}$: 1770 (С=О лактон); 1730 (С=О сл. эфир); 1230 (С–О–С).

Аналогично получены 2-этоксикарбонил-4-пентанолид и 2-изоамил-2-этоксикарбонил-4,4-диметилпентанолид, которые приведены в [4].

2-Изоамил-4,4-диметилбутанолид. К охлажденному раствору 8,5*г* (0,212*моль*) едкого натра в 12,8*мл* воды по каплям добавляют 21,8*г* (0,085 *моль*) 2-изоамил-2-этоксикарбонил-4,4-диметилбутанолида. Полученную массу нагревают на кипящей водяной бане 1*ч*, охлаждают, подкисляют соляной кислотой до pH 1–2 и экстрагируют эфиром. Объединенные экстракты промывают водой и сушат над безводным сульфатом магния. После удаления эфира остаток декарбоксилируют, нагревая 0,5*ч* под низким давлением (15–20*мм*) и перегоняют. Выход 12,5*г* (80%), т. кип. 77°*С* (1*мм рт. ст.*), n_D^{20}1,4425 [6].

Аналогично получены 4-пентанолид, 4,4-диметилбутанолид, 2-бутил- и 2-изоамил-4-пентанолиды, которые приведенны в [4–6].

3,8-Диметил-2,7-диоксаспиро[4,4]нонан-1,6-дион. К 52,8*г* (0,22*моль*) диаллилмалоновому эфиру при перемешивании медленно добавляют по каплям 24,7*мл* (0,44*моль*) 96%-ной серной кислоты. При этом температура реакционной смеси за счет теплового эффекта повышается до 45–50°*С*. После добавления кислоты перемешивание продолжают 2*ч* без нагревания и 2*ч* при 50–55 °*С*. Охлаждают, содержимое колбы осторожно переливают в ледяную воду, перемешивают и декантацией отделяют водную часть. Затем добавляют воду и процесс повторяют. Кристаллы отфильтровывают, промывают водой до нейтральной реакции и сушат. Выход 34,5*г* (85,9%), т. пл. 107–108°*С* (водный спирт – 1 : 1). R_f 0,48. Найдено, % : С 58,46; Н 12,00. $C_9H_{12}O_4$. Вычислено, % : С 58,69; Н 11,95.

ИК-спектр, *см*$^{-1}$: 1760, 1770 (С=О лактон); 1200, 1230 (С–О–С). ЯМР ^{1}Н-спектр, δ, м.д. : 1,5 д (6Н, $2CH_3$), 2,4 м (4Н, $2CH_2$), 4,82 сек (2Н, 2СН).

3,3,8,8-Тетраметил-2,7-диоксаспиро[4,4]нонан-1,6-дион получен ана-

логично предыдущему из 26,8*г* (0,1*моль*) диметаллилмалонового эфира и 11,2*мл* (0,2*моль*) 96%-ой серной кислоты. Выход 19,1*г* (90%), т. пл. 132–133,5°*C* (водный спирт – 1 : 1). R_f 0,52. Найдено, % : C 62,02; H 7,53. $C_{11}H_{16}O_4$. Вычислено, % : C 62,26; H 7,55. ИК-спектр, *см*$^{-1}$: 1760, 1770 (C=O лактон); 1210, 1230 (C–O–C). ЯМР ^{1}H-спектр, δ, м.д. : 1,5 сс (12H, 4CH_3), 2,5 м (4H, 2CH_2).

Кафедра органической химии *Поступила 08.10.2001*

ЛИТЕРАТУРА

1. **Арутюнян В.С., Кочикян Т.В., Арутюнян Э.В., Аветисян А.А.** – Хим.ж.Арм., 2000, т. 53, N 3–4, с. 121–122.
2. Общий практикум по органической химии. М., 1965, с. 469.
3. Препаративная органическая химия. М., 1964, с. 642.
4. **Арутюнян В.С., Кочикян Т.В., Арутюнян Э.В., Аветисян А.А.**– Хим.ж.Арм., 1999, т. 52, N 1–2, с. 178–179.
5. **Аракелян С.В., Акопян С.М., Титанян С.Г., Дангян М.Т.** – Ученые записки ЕГУ, 1972, N 1, с.122.
6. **Кочикян Т.В., Арутюнян Э.В., Аветисян А.А.** – Ученые записки ЕГУ, 2000, N 2, с. 76–78.

Վ.Ս. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ, Տ.Վ. ՂՈՉԻԿՅԱՆ, Է.Վ. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ,
Ա.Ա. ԱՎԵՏԻՍՅԱՆ

ԱԼԿԵՆԻԼՄԱԼՈՆԱԹԹՈՒՆԵՐԻ ԷՍԹԵՐՆԵՐԻ ՑԻԿԼԱՑՈՒՄԸ

Ամփոփում

Առաջարկված է 2,4-երկտեղակալված-2-էթօքսիկարբոնիլ-4-պենտանոլիդների ստացման եղանակ ալկենիլմալոնաթթուների էսթերների ցիկլացմամբ՝ խիտ ծծմբական թթվով: Ցույց է տրված, որ դիալկենիլմալոնաթթուների էսթերների ցիկլացման արդյունքում ստացվում են 3,8-դիմեթիլ-3,8-դիալկիլ-2,7-դիօքսասպիրո[4,4]նոնան-1,6-դիոններ: Մշակված են ցիկլացման օպտիմալ պայմանները, որոնք ապահովում են վերջանյութերի բարձր ելքեր:

V.S. HAROUTUNIAN, T.V. KOCHIKIAN, E.V. HAROUTUNIAN, A.A. AVETISIAN

CICLIZATION OF ALKENILMALONIG ESTERS

Summary

A convenient method for obtaining of 2,4-disubstituted-2-ethoxycarbonyl-4-pentanolids by means of cyclization using saturated sulfuric acid has been suggested. It has been shown that 3,8-dimethyl-3,8-dialkil-2,7-dioxaspiro[4,4] nonan-1,6-diones are formed as a result of cyclization of dialkenilmalonig esters.

Optimal conditions of cyclization have been worked out which provide high yields of goaled products.

Կենսաբանություն

УДК 547.466

Մ.Ա. ԴԱՎԹՅԱՆ, Մ.Հ. ԽԱՉԱՏՐՅԱՆ, Ս.Ա. ԿԱՐԱՊԵՏՅԱՆ, Հ.Հ. ՍԵՄԵՐՋՅԱՆ

ԽՈԶԻ ԱՐՅԱՆ ՊԼԱԶՄԱՅԻ ՍՊԻՏԱԿՈՒՑՆԵՐԻ ԱՄԻՆԱԹԹՎԱՅԻՆ ԿԱԶՄԸ

ԵՊՀ կենսաքիմիայի ամբիոնում աշխատանքներ են տարվում սննդարդյունաբերության թափոններից և կողմնակի արգասիքներից ամինաթթվային խառնուրդներ ստանալու ուղղությամբ: Կատարվում է այդ թափոնների քիմիական կազմի ուսումնասիրություն, որը հնարավորություն կտա բացահայտել կենսաբանորեն ակտիվ բաղադրիչները և մշակել դրանց մաքրման եղանակներ բժշկության, անասնաբուժության, սննդի արդյունաբերության, գյուղատնտեսության մեջ օգտագործելու նպատակով:

Բացահայտվել է առանձին ամինաթթուների դերը մարդու օրգանիզմում և առաջարկվել ամինաթթվային խառնուրդների իդեալական կազմ, որը կարող է ապահովել օրգանիզմի լիարժեք գործունեությունը [1, 2]:

Ամինաթթվային խառնուրդների ստացման նպատակով որպես հումք մեր կողմից օգտագործվել է խոզի արյան պլազման:

Հետազոտման մեթոդները: Ուսումնասիրման օբյեկտ է հանդիսացել խոզի արյան պլազման:

Սպիտակուցների թթվային հիդրոլիզատները ստացվել են հետադարձ սառնարանով փորձանոթներում 6N HCl-ի պայմաններում (105°C): Հիդրոլիզից (12, 24, 32 ժամ) հետո HCl-ը հեռացվել է, այնուհետև մնացորդը լուծվել 10% իզոպրոպիլ սպիրտի որոշակի քանակության մեջ, ցենտրիֆուգվել և վերնստվածքում քրոմատոգրաֆիկ եղանակով որոշվել է ամինաթթուների քանակությունը: Այն իրականացվել է թղթյա քրոմատոգրաֆիայի մեթոդով: Որպես լուծիչ է հանդիսացել բութանոլ–քացախաթթու–ջուր խառնուրդը 4:1:1 հարաբերությամբ: Հայտածիչ է հանդիսացել ացետոնում պատրաստված 0,2% նինհիդրինի թարմ լուծույթը: Ամինաթթուների քանակական որոշումն իրականացվել է Լիսիցկիի և Լորենտի մեթոդով [3]:

Սպիտակուցներ պարունակող խառնուրդների ֆրակցիոն ուսումնասիրությունը կատարել ենք ժելֆիլտրացիայի մեթոդով՝ օգտագործելով սեֆադեքս G–50:

Արդյունքները և քննարկումը: Արյունը օրգանիզմի առավել մասնագիտացված հյուսվածքներից է: Այն կազմված է 55–60% պլազմայից: Պլազմայի չոր մնացորդի 70% կամ թաց քաշի 7–8% կազմում են սպիտակուցները:

Մեր հետազոտությունները նվիրված են սննդի արդյունաբերության կողմնակի թափոն հանդիսացող խոզի արյան պլազմայի սպիտակուցների ամի-

նաթթվային կազմի ուսումնասիրությանը:

Խոզի արյան պլազմայի սպիտակուցները նախապես նստեցվել են $(NH_4)_2SO_4$-ի 80% հագեցվածությամբ լուծույթով [4]:

Սպիտակուցի քանակությունը որոշվել է Լոուրիի մեթոդով [5], որը պլազմայում կազմում է 7,46*գ*, վերնստվածքում այն 0,38*գ* է, նստվածքում՝ 6,68*գ*:

Ազոտ պարունակող միացությունների բաղադրամասերի բնույթը պարզելու նպատակով կատարվել են հետազոտություններ ազատ և կառուցվածքային ամինաթթուների որոշման ուղղությամբ:

Թղթյա քրոմատոգրաֆիայի վայրիջակ և ուժգնացող հետքերի մեթոդով [3] վերնստվածքում հայտածվել և իդենտիֆիկացվել են ազատ ամինաթթուները (աղ.1), որոնց ընդհանուր գումարը կազմում է 2,094*գ* 100*մլ* պլազմայում: Այստեղ թթվային ամինաթթուները կազմում են ընդհանուր գումարի 20,73%, հիմնային ամինաթթուները՝ 15,38%: Զգալի բաժին են կազմում անփոխարինելի ամինաթթուները՝ 37,64%: Հայտնաբերված է նաև տրիպտոֆան՝ հետքերի ձևով: Այսպիսով, խոզի արյան պլազմայի սպիտակուցներն աչքի են ընկնում անփոխարինելի ամինաթթուների զգալի քանակությամբ:

Խոզի արյան պլազմայի սպիտակուցները $(NH_4)_2SO_4$-ից և այլ ցածրամոլեկուլային միացություններից մասնակիորեն մաքրելու նպատակով կատարվել է ֆրակցիոնացում ժելֆիլտրացիայի (սեֆադեքս G–50) մեթոդով:

Աղյուսակ 1

Խոզի արյան պլազմայի սպիտակուցների ազատ ամինաթթուները (վերնստվածք)

Ամինաթթուներ	*գ* ամինաթթու 100*մլ* պլազմայում	
	Քանակը, *գ*/100 *մլ*	Բաժինը, %
գիստեին	0,108	5,16
լիզին	0,094	4,40
հիստիդին	0,118	5,64
արգինին	0,110	5,25
ասպարագինաթթու	0,160	7,64
սերին	0,078	3,72
գլիցին	0,110	5,25
տրեոնին	0,126	6,02
գլյուտամինաթթու	0,274	13,09
ալանին	0,242	11,56
տիրոզին	0,106	5,06
տրիպտոֆան	հետքերի ձևով	–
վալին	0,118	5,64
մեթիոնին	0,130	6,21
ֆենիլալանին	0,174	8,31
լեյցին	0,146	6,97
գումարը	2,094	100,01

Մասնակիորեն մաքրված սպիտակուցներն այնուհետև ենթարկվել են հիդրոլիզի 12, 24 և 32 ժամ տևողությամբ ՀՄ–10 պայմաններում: Ստացված տվյալների համաձայն (աղ.2) տարբեր տևողությամբ հիդրոլիզատները որակական կազմով չեն տարբերվում իրարից: Սակայն քանակական անալիզի տվյալների համաձայն 12 և 24-ժամյա հիդրոլիզի պայմաններում ամինաթթուների հա-

մեմատաբար ցածր ելք է դիտվում, որը, հավանաբար, բացատրվում է հիդրոլիզի անավարտ ընթացքով: Անփոխարինելի ամինաթթուները 12-ժամյա հիդրոլիզի դեպքում կազմում են ընդհանուր գումարի 48,73%, 24 ժամում՝ 49,35% և 32 ժամում՝ 42,53%: Բոլոր երեք հիդրոլիզատներում անփոխարինելի ամինաթթուներից հատկապես շատ է մեթիոնինի, թրեոնինի և ֆենիլալանինի պարունակությունը: Մեծ է նաև հիմնային ամինաթթուների քանակությունը. 12-ժամյա հիդրոլիզատում այն կազմում է 17,34%, 24-ում՝ 18,64%, 32-ում՝ 17,35%: Այսպիսով, խոզի արյան պլազմայի սպիտակուցների ամինաթթվային ելքը մեծ է հատկապես 32-ժամյա հիդրոլիզի դեպքում:

Աղյուսակ 2

Խոզի արյան պլազմայի սպիտակուցների ամինաթթվային կազմը թթվային հիդրոլիզի տարբեր պայմաններում (ՀՄ-10)

Ամինաթթուներ	12 ժամ		24 ժամ		32 ժամ	
	քանակը, գ/100 մլ	%	քանակը, գ/100 մլ	%	քանակը, գ/100 մլ	%
ցիստեին	0,100	2,39	0,167	3,12	0,210	3,19
լիզին	0,180	4,21	0,300	5,60	0,352	5,36
հիստիդին	0,309	7,08	0,373	6,97	0,408	6,21
արգինին	0,260	6,08	0,325	6,07	0,380	5,78
ասպարագինաթթու	0,383	8,92	0,418	7,81	0,507	7,87
սերին	0,728	17,02	0,827	15,46	0,928	14,12
գլիցին	0,108	2,52	0,188	3,51	0,264	4,02
թրեոնին	0,403	9,42	0,508	9,49	0,606	9,22
գլյուտամինաթթու	0,102	2,38	0,118	2,21	0,226	3,44
տիրոզին	0,127	2,97	0,187	3,49	0,200	3,04
ալանին	0,082	1,92	0,113	2,11	0,238	3,62
վալին	0,305	7,13	0,385	7,19	0,475	7,23
մեթիոնին	0,673	15,75	0,800	14,95	0,980	14,91
ֆենիլալանին	0,405	9,46	0,485	9,06	0,562	8,55
լեյցին	0,119	2,76	0,164	3,06	0,226	3,44
գումարը	4,278	100,04	5,351	100,08	6,572	100,00

Ստացված տվյալները համեմատելով մարդու արյան պլազմայի սպիտակուցների ամինաթթվային կազմի տվյալների հետ [6]՝ տեսնում ենք, որ իրոք, մարդու արյան պլազմայում համեմատաբար փոքր են ասպարագինաթթվի և գլյուտամինաթթվի քանակությունները, մինչդեռ զգալի են գլյուտամինի և ասպարագինի քանակությունները:

Համադրելով մեր լաբորատորիայում կատարված շաքարի ճակնդեղի արդյունաբերության թափոններից ստացված կերամաթի և քուսպի, ինչպես նաև կաթի շիճուկի (կաթնաշոռային, ենթապանիրային) թթվային հիդրոլիզատի ամինաթթվային կազմի տվյալները՝ համոզվում ենք, որ քանակային պարունակությամբ (հատկապես անփոխարինելի ամինաթթուների) շիճուկային սպիտակուցներն ավելի լիարժեք են [4, 7]:

Ելնելով վերը նշվածից՝ կարելի է եզրակացնել, որ լավագույն ամինա-

թթվային խառնուրդներ կազմելու համար անհրաժեշտ է ելնել հումքի մի քանի աղբյուրներից, ինչպես բուսական, այնպես էլ կենդանական ծագման:

Կենսաբիմիայի ամբիոն *Ստացվել է 21.01.2001*

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1. **Вретлинд А.А., Суджян А.В.** Внутривенное питание. Москва–Стокгольм, 1984.
2. **Halberg D., Schubert O., Wretlind A.** – Nutr. Dieta, 1966, № 8, p. 245.
3. **Lissitzky R. S., Laurent Y.** – Bull. Soc. Chem. Biol., 1955, №37, p. 1177.
4. **Арутюнян Т.Г., Карапетян С.А., Хачатрян М. А.** – Биолог. ж. Армении, 1995, т. III, №1.
5. **Алейникова Т. Л., Рубцова Г. В.** Руководство к практическим занятиям по биологической химии. М., 1988.
6. **Порядков Л.Ф., Нестерин М.Ф., Витолло А.С., Высоцкий В.Г., Анисова А. А.** – Проблемы гематологии, 1982, т. XXVII.
7. **Давтян М. А., Карапетян С. А., Хачатрян М. А., Семерджян Г. А.** – Ученые записки ЕГУ, 2000, №2.

М.А. ДАВТЯН, М.А. ХАЧАТРЯН, С.А. КАРАПЕТЯН, Г.А. СЕМЕРДЖЯН

АМИНОКИСЛОТНЫЙ СОСТАВ БЕЛКОВ ПЛАЗМЫ КРОВИ СВИНЬИ

Резюме

Исследовался аминокислотный состав гидролизатов белков плазмы крови свиньи для парентерального питания. При различных условиях гидролиза наибольший выход аминокислот наблюдается при 32-часовом кислотном гидролизе, что составляет 6,572*г* на 100*мл* плазмы крови.

M.A. DAVTIAN, M.H. KHACHATRIAN, S.A. KARAPETIAN, H.H. SEMERGIAN

THE AMINO ACID COMPOSITION OF PIG'S BLOOD PLASMA PROTEINS

Summary

The amino acid composition of pig's blood plasma proteins was investigated for the purpose of application in the parenteral nutrition.

The greatest output of amino acids is observed in the case of 32 hours' acid hydrolysis, which constitutes 6,572*g* per 100*ml* of blood plasma.

Биология

УДК 591. 1.05

М.С. МАРТИРОСЯН, А.Х. АГАДЖАНЯН

РЕГУЛИРОВАНИЕ АКТИВНОСТИ ФЕРМЕНТОВ КАТАБОЛИЗМА ПРОЛИНА НА РАЗЛИЧНЫХ СТАДИЯХ МЕТАМОРФОЗА ФАСОЛЕВОЙ ЗЕРНОВКИ ACANTHOSCELIDES OBTECTUS SAY

Изучено влияние различных соединений на пролиноксидазную (ПО) и пирролин-5-карбоксилат дегидрогеназную (П5КД) активность на всех стадиях метаморфоза фасолевой зерновки A. Obtectus Say. Фтористый натрий значительно подавляет активность ПО и П5КД. Исследовано также влияние различных концентраций цитрата и адениловых нуклеотидов на активность ферментов катаболизма пролина у жуков фасолевой зерновки. Высокие концентрации указанных соединений ингибируют активность ферментов, которая более чем на 87% ингибируется аденозин-трифосфорной кислотой при концентрации 10^{-5}*М*.

Пролиноксидаза (КФ 1.2.2.1) обнаружена в бактериях, растениях, тканях животных и связана с мембранами митохондрий [1]. Окисление пролина в последних протекает в присутствии кислорода с участием цитохрома С в качестве акцептора электронов. Второй фермент, пирролин-5-карбоксилат дегидрогеназа (П5КД), на пути окисления пролина в глутамат катализирует этот процесс с участием лишь окисленной формы никотинамид-аденин-динуклеотида (НАД).

У Bradyrhizobium japonicum был открыт put A ген, кодирующий бифункциональный белок с пролиндегидрогеназной (ПД) и П5КД активностью, которая имеется у E. coli и Salmonella typhimurium [2].

Нарушение катаболизма пролина из-за дефицита ПО сопровождается гипергликемией I типа, следствиями которой являются незначительная психомоторная задержка, эпилепсия, ожирение, сколиоз, гипокальциемия [3].

В настоящем сообщении приводятся результаты активности ПО и П5КД и их регуляторные возможности на различных стадиях метаморфоза фасолевой зерновки.

Материал и методика. Объектами исследования служили личинки, куколки и жуки фасолевой зерновки Acanthoscelides Obtectus Say. Гомогенизацию проводили в 0.1*М* калийфосфатном буфере (pH 8.0). Инкубационная среда для определения ПО и П5КД содержала 53*мМ* калийфосфатного буфера (pH 8.0), 0.2*мМ* L- пролина, 1.6*мкМ* цитохрома С и 4*мкМ* НАД$^+$. Инкубацию проводили при 37°*С* в течение 60*мин*. Реакцию останавливали добавлением 96% -ого охлажденного этанола в соотношении 1:1. Осадок удаляли центрифугированием при 10000*об/мин* в течение 10 мин.

Об активности ПО и П5КД судили по синтезированному глутамату, со-

держание которого определяли методом бумажной хроматографии. Определение плотности окраски проводили путем фотометрирования на фотоколориметре типа КФК–2 с зеленым фильтром.

Результаты и обсуждение. Ранее исследованиями нашей лаборатории [4] была обнаружена довольно высокая активность ферментов окисления пролина у фасолевой зерновки особенно на фазе личиночной стадии и имаго. В первую очередь мы изучили влияние некоторых эффекторов на активность ПО и П5КД в гомогенатах личинок и жуков фасолевой зерновки. Полученные данные приведены в табл. 1

Таблица 1

Влияние различных соединений на активность ПО и П5КД в гомогенатах личинок и жуков фасолевой зерновки A. Obtectus Say

Варианты	Концентрация эффекторов, *М*	Активность ПО и П5КД, *мкМ* глу на 1*г* ткани	
		личинки	жуки
полная среда (п. с.)		13.96 ± 1.86	13.78 ± 1.25
п.с+ цитрат	$5 \cdot 10^{-5}$	7.96 ± 0.71	6.78 ± 0.61
п.с.+ АТФ	$5 \cdot 10^{-5}$	6.80 ± 0.62	5.57 ± 0.48
п.с + АТФ + цитрат	$5 \cdot 10^{-5}$	7.86 ± 0.80	5.05 ± 0.40
NaF	$1 \cdot 10^{-5}$	2.25 ± 0.15	2.23 ± 0.15
NaF	$2 \cdot 10^{-5}$	1.51 ± 0.05	0.827 ± 0.01

Данные свидетельствуют, что внесение в инкубационную среду цитрата и АТФ значительно снижает активность ферментов окисления пролина. Этот факт является скорее всего исключением, нежели закономерностью, ибо у других объектов, в частности в проросших семенах гороха и в различных органах сазана, где не столь высока активность ПО и П5КД, указанные соединения, наоборот, примерно в 5–10 раз стимулируют активность [5] ферментов катаболизма пролина. Это позволяет сделать заключение, что при высокой активности ПО и П5КД указанные эффекторы подавляют действие ферментов. По-видимому, когда в организме интенсивно происходит распад пролина, указанные соединения балансируют метаболизм пролина аналогично регулированию фосфофруктокиназной активности – одного из ключевых ферментов анаэробного распада глюкозы – гликолиза. Наблюдается некоторое ослабление подавляющего влияния указанных эффекторов при их совместном применении.

В следующей серии экспериментов изучено влияние фтористого натрия на активность ПО и П5КД в гомогенатах личинок и жуков фасолевой зерновки с учетом того факта, что фтористый натрий ингибирует процесс гликолиза, который снабжает клетки энергией. Следовало установить ингибирование активности ПО и П5КД фасолевой зерновки этим соединением, ибо окончательно установлено, что у насекомых пролин, содержащийся в гемолимфе, является энергетическим субстратом при полете. Разумеется у насекомых может быть своего рода конкуренция между гликолизом и процессом распада пролина. Данные, приведенные в табл. 1, показывают, что фтористый натрий у личинок ингибирует активность ферментов окисления пролина в 6–9 раз, а у жуков – 6–16 раза. По-видимому, имеет место конкурен-

ция между указанными процессами, и она более выражена у жуков, т. к. работами многих авторов [8] установлено, что пролин используется как "топливо" при полете.

Установлено, что у кровососущей мухи цеце в гемолимфе углеводы либо отсутствуют, либо имеются в небольшом количестве, но зато велико количество пролина, который служит "топливом" при полете. При этом иминогруппа пролина переносится на подходящие акцепторы, а углеродный скелет этой иминокислоты окисляется в летательных мышцах [6].

В литературе имеются данные относительно роли пирувата и пролина, которые снимают ингибирующее влияние фтористого натрия на дыхание листьев шпината [7]. Результаты опытов последного автора свидетельствуют о стимулировании свободным пролином поглощения кислорода тканями.

Таблица 2

Влияние различных концентраций цитрата, аденозин-монофосфата (АМФ), аденозин-дифосфата (АДФ) и аденозин-трифосфата (АТФ) на активность ПО и П5КД у жуков фасолевой зерновки

Варианты	Концентрация, *М*	Активность ПО и П5КД, *мкМ* глу на 1*г* ткани	
		гомогенат	митохондрии
полная среда (п. с.)		15.5 ± 1.50	23.6 ± 2.10
п. с. + цитрат	$1 \cdot 10^{-5}$	12.3 ± 1.02	20.5 ± 2.0
	$3 \cdot 10^{-5}$	11.2 ± 1.50	20.6 ± 2.30
	$5 \cdot 10^{-5}$	9.0 ± 0.70	16.7 ± 1.50
	$1 \cdot 10^{-4}$	12.0 ± 1.02	11.3 ± 1.0
п. с. + АМФ	$1 \cdot 10^{-6}$	19.4 ± 1.80	19.0 ± 1.80
	$3 \cdot 10^{-6}$	19.4 ± 1.40	9.8 ± 0.80
	$5 \cdot 10^{-6}$	13.0 ± 1.30	0.61 ± 0.08
	$1 \cdot 10^{-5}$	0.72 ± 0.07	0.4 ± 0.07
п. с. + АДФ	$1 \cdot 10^{-6}$	14.8 ± 1.50	14.4 ± 1.40
	$3 \cdot 10^{-6}$	10.8 ± 1.0	17.4 ± 1.80
	$5 \cdot 10^{-6}$	8.6 ± 0.80	17.0 ± 1.70
	$1 \cdot 10^{-5}$	8.4 ± 0.80	16.7 ± 1.50
п. с. + АТФ	$1 \cdot 10^{-6}$	13.2± 1.40	51.1 ± 2.60
	$3 \cdot 10^{-6}$	1.4 ± 1.10	43.5 ± 2.20
	$5 \cdot 10^{-6}$	9.6 ± 0.90	41.2 ± 2.15
	$1 \cdot 10^{-5}$	7.5 ± 0.60	15.8 ± 1.40

Установлено, что внесение в среду пролина способствует повышению уровня поглощения кислорода митохондриями по сравнению с нормальным дыханием. Этот опыт Бритиковым [7] был проведен на фоне ингибирования гликолиза фтористым натрием, однако без него результат оказался аналогичным. Сравнивая эти исследования с результатами, полученными на изолированных митохондриях летательных мышц [8–10], он допускает, что одной из причин стимулирующего влияния пролина на окислительные процессы может быть высокая избирательная проницаемость внешних мембран митохондрий для пролина, а также его способность быстрее других субстратов вовлекаться в цикл трикарбоновых кислот (ЦТК) через глутамат, переаминирование которого обеспечивает регенерацию компонентов

этого цикла. В наших экспериментах, по-видимому, фтористый натрий не подавляет стимулирующую роль пролина на дыхание, тем не менее значительно ингибирует активность ПО и П5КД. Дальнейшие эксперименты следует проводить по поглощению митохондриями кислорода в условиях эксперимента.

Нами изучено влияние различных концентраций цитрата и адениловых нуклеотидов на активность ПО и П5КД у жуков фасолевой зерновки. Полученные данные приведены в табл. 2

Полученные данные свидетельствуют, что высокие концентрации указанных соединений ингибируют активность ферментов окисления пролина как в митохондриях, так и на уровне целого гомогената, в отличие от других объектов, у которых, наоборот, происходит стимулирование активности ферментов [5]. Примечательно, что среди адениловых нуклеотидов ингибирующее влияние АДФ выражено гораздо слабее по сравнению с АМФ. Более того, в митохондриях активность ферментов при концентрации АТФ $10^{-6}M$ более чем в 2 раза выше по сравнению с контрольным вариантом, в то время как АТФ является ингибитором фосфофруктокиназы, одного из ключевых ферментов гликолиза. Однако его концентрация (10^{-5} *M*) ингибирует активность ферментов окисления пролина почти в 2 раза. По всей вероятности, у жуков (возможно, и у насекомых) происходит конкуренция между гликолизом и процессом распада пролина, т. к. известно, что АМФ является активатором фосфофруктокиназы. Однако в литературе имеются противоречивые данные относительно указанного факта. По данным авторов [11] в митохондриях синей мухи процесс окисления пролина стимулируется АДФ в присутствии олигомицина, а также при высоком уровне неорганического фосфата в присутствии ротенона, арсенита и арсената. По их мнению первый этап окисления пролина катализируется пролиндегидрогеназой, для которой АДФ является аллостерическим эффектором. Работами нашей лаборатории показано, что у фасолевой зерновки начальный этап окисления пролина катализируется не пролиндегидрогеназой, а пролиноксидазой.

Кафедра биохимии

Поступила 16.04.2001

ЛИТЕРАТУРА

1. **Jonson A.V., Streker H. J.** – J. Biol. Chem., 1962, v. 237, p.1876–1881.
2. **Straub P.F., Reynolds P.H., Althomsons S., Mett V., Zhu Y, Shearer G., Kohl D.H.** – Appl. Environ Microbiol., 1996, N°62(1), p. 221–229.
3. **Jaeken J., Goemans N., Fryns J.P., Francois I, de-Zegher F.** – J. Inhert. Metab. Dis., 1996, N°19(3), p. 275–277.
4. **Гукасян Дж. Г., Агаджанян А. Х.** – Биолог. ж. Армении, 1988, т. 41, с. 307–312.
5. **Молан Рад М. Б., Агаджанян А. Х.** – Биолог. ж. Армении, 1999, т. 3–4, N°52, с. 242–246.
6. **Гильмур Д.** Метаболизм насекомых. М.: Мир, 1968.
7. **Бритиков Е. А.** Биологическая роль пролина. М.: Наука, 1975.
8. **Sacktor B., Childress C. C.** – Arch Biochem. Biophys., 1967, v.120, p.583–588.
9. **Van Den Bergh S.** – Biochem. J., 1964. v. 93, p. 128–136.
10. **Bursell E.** – Comp. Biochem. Physiol., 1966, v. 19, p. 809–818.
11. **Hansford R. G., Sacktor B.** – J. Biol. Chem., 1970, v. 245, p. 991–994.

Մ.Ս. ՄԱՐՏԻՐՈՍՅԱՆ, Ա.Խ. ԱՂԱՋԱՆՅԱՆ

ՊՐՈԼԻՆԻ ԿԱՏԱԲՈԼԻԶՄԻՆ ՄԱՄՆԱԿՑՈՂ ՖԵՐՄԵՆՏՆԵՐԻ ԱԿՏԻՎՈՒԹՅԱՆ ԿԱՐԳԱՎՈՐՈՒՄԸ ԼՈԲՈՒ ԸՆԴԱԿԵՐԻ ՓՈԽԱԿԵՐՊՈՒԹՅԱՆ ՏԱՐԲԵՐ ՓՈՒԼԵՐՈՒՄ

Ամփոփում

Ուսումնասիրվել է տարբեր միացությունների ազդեցությունը պրոլինօքսիդազի (ՊՕ) և պիրոլին-5-կարբօքսիլատ-դեհիդրոգենազի (Պ5ԿԴ) վրա լոբու ընդակերի փոխակերպության տարբեր փուլերում: Նատրիումի ֆտորիդը զգալիորեն ճնշում է ֆերմենտների ակտիվությունը: Հետազոտվել է նաև ցիտրատի և ադենիլայի նուկլեոտիդների ազդեցությունը լոբու ընդակերի բզեզների ՊՕ-ի և Պ5ԿԴ-ի վրա: Նշված միացությունների բարձր կոնցենտրացիաները ճնշում են ֆերմենտների ակտիվությունը, ընդ որում ավելի քան 87%-ով ճնշվում է ԱԵՖ-ի $10^{-5}U$ կոնցենտրացիայի դեպքում:

M.S. MARTIROSIAN, A.Kh. AGHADJANIAN

REGULATION OF ACTIVITY OF PROLINE DEGREDATION ANZYMES IN DIFFERENT STAGES OF METAMORPHOSES HARICOT BEETLEFLY ACANTOSCELIDES OBTECTUS SAY

Summary

The influence of different components on proline oxidaze (PO) and piroline-5-carboxilate dehydrogenaze (P5KD) has been studied. In all stages of metamorphoses of the haricot beetlefly *Acantoscelides Obtectus Say*. NaF considerably depresses PO and P5KD activity. The influence of different concentrations of citrate and adenylic nucleotides on enzymes activity of proline degradation of beetles has been investigated. The high concentrations of the stated compounds depress the activity of enzymes which are depressed by ATF more than 87% under $10^{-5}M$.

ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆԻ ԳԻՏԱԿԱՆ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ ЕРЕВАНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

Բնական գիտություններ 1, 2002 Естественные науки

Биология

УДК 577.11.547.953.616.57.008.5

П.А. КАЗАРЯН, Л.С. СААКЯН, А.Р. ЕГИАЗАРЯН,
А.Г. ГРИГОРЯН, М.К. БЕГЛАРЯН

ВЛИЯНИЕ 4-БУТАНОЛИДОВ НА ПРОЦЕССЫ БИОСИНТЕЗА И РАСПАДА МЕМБРАННЫХ ФОСФОЛИПИДОВ ПРИ ИОНИЗИРУЮЩЕМ ОБЛУЧЕНИИ

Изучали активность отдельных ферментов биосинтеза и распада мембранных глицеролипидов в легочной ткани при ионизирующем излучении. Установлено, что облучение приводит к резкому подавлению активности глицерокиназы, цитоплазматической и митохондриальной глицерофосфатдегидрогеназы легких. При этом активность фосфолипазы A_2 резко увеличивается, что свидетельствует о деградации мембранных фосфатидов-глицеридов. Применение 4-бутанолидов сопровождается коррекцией глицерокиназного и гликолитического путей фосфатидогенеза в изученной ткани при ионизирующем облучении.

Несмотря на богатый арсенал противолучевых препаратов, применяемых при лучевой патологии, актуальной задачей фармакологической медицинской радиологии и фармакологии является поиск новых, более эффективных и менее токсичных средств, обладающих радиопротекторными характеристиками.

В ряду новых препаратов, прошедших лабораторные испытания на противоопухолевую активность и цитотоксичность в эксперименте, заслуживает внимание соединение ВАС–167, производное бутанолидного ряда, синтезированное на кафедре органической химии ЕГУ.

Исследовано влияние препарата на моделях опухолей (лимфолейкоз Р–388, легочная карцинома Льюиса и меланома В–16) [1]. Во всех используемых моделях наблюдалась остановка роста первичной опухоли на 59–70%. При этом ВАС–167 был наиболее эффективен при меланоме В–16 [1].

Учитывая определенные противоопухолевые свойства препарата, а также его мембраностабилизирующее воздействие на почечную ткань [2], мы предприняли специальные исследования по изучению действия 4-бутанолидов на процессы биосинтеза и распада фосфолипидов сурфактанта легкого при ионизирующем облучении.

Как известно, легкие являются одними из главных мишеней, ответственных за развитие лучевой патологии после воздействия внешних источников излучения и радионуклидов – соединений, обладающих низкой растворимостью и длительно задерживающихся в ткани легких [3, 4].

Патогенез повреждений легких при ионизирующем облучении изучен недостаточно. Экспериментальные исследования на животных показывают, что критическими клетками-мишенями в легких являются пневмоциты вто-

рого порядка, вырабатывающие поверхностно-активные вещества (сурфактанты), предотвращающие адгезию и *коллапс альвеол* при выдохе. Уменьшение содержания сурфактантов может вызвать нарушение баланса осмотического и гидростатического давлений, приводящих к накоплению жидкости в альвеолах, что является характерным признаком лучевого пневмонита [5–7].

Результаты изучения сурфактанта свидетельствуют о его сложной липидно-белково-углеводной природе, содержащей около 20 компонентов, причем наибольшей поверхностной активностью в нем обладают дипальмитоилфосфатидилхолины (ДПФХ) [8–11].

Задачей нашего исследования является изучение метаболизма фосфолипидов (ФЛ) и выявление закономерностей, проявляющихся в изменениях активности ферментных систем фосфатидогенеза и деградации ФЛ сурфактанта легких под действием препарата ВАС–167 в норме, при ионизирующем облучении и после его применения.

Материалы и методы. Исследования проводились на белых крысах – самцах линии Вистар массой 180–200*г*. Животных облучали аппаратом РУМ–17 (доза составляет 3*Гр*, мощность дозы – 0,26*Гр/мин*, кожно-фокусное расстояние – 60*см*). Препарат вводили в виде 2%-ого водного раствора внутрибрюшинно ежедневно на 10-ые сутки после облучения животных (трое суток по одной инъекции в день) из расчета 10*мг/кг* их массы.

Исследовали сурфактант легких, выделенный по методу Абрамса [12], в модификации Биркуна и соавторов [13].

Активность глицерокиназы (ГК) [КФ 2.7.1.30], а-глицерофосфатдегидрогеназы (ГФД) (КФ 1.1.18) в реакции окисления а-ГФ определяли по методам Кеннеди [14], а активность ГФД в реакции восстановления диоксиацетонфосфата (ДОАФ) – по Бейзенгеру и соавторов [15].

Активность фосфолипазы A_2 определяли спектрофотометрическим методом Грасса и Моэлеринга [16] в модификации Казаряна [11]. Измерение активности ферментов производили в течение первых 3*мин* с момента начала реакции. Ферментативную активность выражали в *мкмоль* никотинамидадениндинуклеотида (НАДН) на 1*г* свежей ткани. Цифровой материал подвергали статистической обработке с использованием критерия достоверности и различий Фишера–Стьюдента.

Результаты и обсуждение. Как известно, биосинтез фосфатидилхолинов (ФХ) сурфактанта осуществляется в основном двумя путями: ступенчатым метилированием фосфатидилэтаноламина (N-метилтрансферазная реакция) или взаимодействием цитидинфосфохолина с 1,2-диацилглицерином (фосфохолинтрансферазная реакция). Центральную роль в этих процессах играет фосфатидная кислота (ФК), источником которой является глицерофосфат (ГФ). ФК в митохондриях может образоваться и из дигидроксиацетонфосфата (ДОАФ). В свою очередь ГФ может образоваться активированием глицерина под действием ГК (глицерокиназный путь), и из промежуточного продукта гликолиза – ДОАФ в результате процесса его стереоспецифического восстановления L-а-ГФД (гликолитический путь). В организме установлено наличие 2 типов ГФД – растворимой (цитоплазменной) и митохондриальной (ФАД-зависимой). Цитоплазменный фермент является НАД-зависимой и катализирует реакцию превращения ДОАФ в ГФ. Митохондриальная ГФД (флавиновый фермент) катализирует реакцию окисления ГФ до ДОАФ, причем простетическая флавиновая группа фер-

мента восстанавливается. Благодаря существованию растворимой и митохондриальной форм ГФД обеспечивается функционирование глицерофосфатного челнока, осуществляющего передачу восстановленных эквивалентов от внемитохондриальных молекул $НАДН_2$ внутримитохондриальной цепи переноса электронов.

С учетом вышеизложенного возникает необходимость прежде всего исследовать влияние препарата ВАС–167 на ферментные системы начальных этапов синтеза ФЛ сурфактанта легких.

Результаты исследований (см. табл.) выявили определенные закономерности воздействия препарата на процессы гликолитического пути образования ГФ, в частности на активность ГФД. Резкое усиление деятельности ГФД в реакции восстановления ГФ в ДОАФ свидетельствует об активации гликолиза, с одной стороны, и глюконеогенеза – процесса синтеза глюкозы из неуглеводных предшественников – с другой.

Известно, что в нормально функционирующем организме происходит также гидролиз мембранных ФЛ фосфолипазами с высвобождением жирных кислот, в том числе и арахидоновой кислоты, являющейся исходным субстратом в синтезе простагландинов.

Полученные нами данные (см. табл.) показывают, что под действием препарата происходит заметное увеличение активности фосфолипазы A_2 (55,7%), катализирующей реакцию расщепления сложно-эфирной связи во втором положении фосфатидов глицеридов.

Активность ферментов начальных этапов биосинтеза и распада ФЛ сурфактанта легких в норме и после применения препарата ВАС–167 (в мкмоль $НАДН_2$ на 1г ткани)

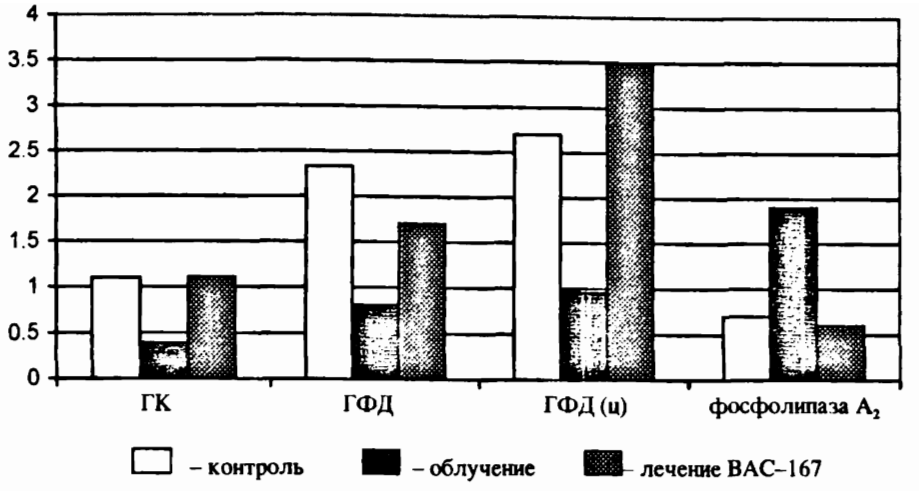
Ферменты	Контроль	Препарат ВАС–167	Изменения в %	P
ГК	1,1 ± 0,02	0,9 ± 0,01	18,2	< 0,05
ГФД(мит.)	2,33 ± 0,14	4,4 ± 0,01	88,8	< 0,001
ГФД (цит.)	2,7 ± 0,04	4,8 ± 0,02	77,8	< 0,001
фосфолипаза A_2	0,7 ± 0,15	1,09 ± 0,2	55,7	< 0,01

Увеличение активности фосфолипазы A_2 можно рассматривать как защитно-приспособительную реакцию организма в ответ на действие чужеродных агентов, проявляющееся в дальнейшем активацией каскада реакций арахидоновой кислоты с вовлечением в синтез простагландинов, так называемых "медиаторов воспаления".

Вторая серия наших исследований была посвящена действию 4-бутанолидов на метаболизм ФЛ, в частности на процессы синтеза и распада ФЛ сурфактантов легких при ионизирующем облучении после применения препарата.

Ранее проведенными исследованиями [17] установлено, что ионизирующее облучение характеризуется значительным изменением глицерокиназного и гликолитического путей образования ГФ в легочной ткани (см. рис.), что, в свою очередь, приводит к нарушению деятельности глицерофосфатной "челночной" системы и подавлению процессов энергообразования [17–19]. Этим отчасти можно объяснить нарушение метаболической и дыхательной функций легких при лучевых поражениях.

Результаты действия препарата ВАС–167 на активность ферментов при ионизирующем облучении приведены на рисунке.



Активность ферментов синтеза и распада ФЛ сурфактанта легких после применения препарата ВАС–167 при ионизирующем облучении (в *мкмоль* НАДН$_2$ на 1*г* ткани).

Согласно приведенным данным, после применения препарата наблюдается почти полная нормализация активности ГК и менее выраженная – деятельности митохондриальной ГФД. При этом активность цитоплазматической ГФД в патологически измененной легочной ткани резко (более чем в три раза) возрастает.

Одновременно под действием препарата наблюдается статистически достоверное ($p<0.01$) уменьшение активности фосфолипазы A_2 до контрольных величин

Таким образом, применение препарата ВАС–167 при лучевом поражении приводит к определенной нормализации глицерокиназного и гликолитического путей биосинтеза ГФ, а также регуляции активности фосфолипазы A_2 в ткани легкого, что сопровождается нормализацией концентрации ГФ в этом органе в изученных состояниях организма. Усилением скорости вовлечения последнего в процессы синтеза, на наш взгляд, можно объяснить почти полное восстановление уровня липидных компонентов сурфактантов.

Отдел биохимии Гематологического центра МЗ РА, ЕГУ

Поступила 18.04.2001

ЛИТЕРАТУРА

1. **Арутюнян В.С., Кочикян Т.В., Аветисян А.А., Кинзирский** – В сб.: Актуальные проблемы экспериментальной и клинической медицины. Ер., 1998, с. 409–412.
2. **Казарян П.А., Абраамян Г.В., Арутюнян В.С., Кочикян Т.В., Егиазарян А.Р.** – Биолог. ж. Армении, 1999, № 3–4 (52), с. 289–291.
3. **Оганесян Н.М.** – Вест. Международной АН экологии и безопасности жизнедеятельности (МАНЭБ). Санкт-Петербург, 1999, № 7(19), в. 2, с. 36–39.
4. **Ярмоненко С.П.** Клиническая радиобиология. М.: Медицина, 1992, 316 с.
5. **Steinberg F., Rehn B., Kraus R., Quabeck K., Bruch J., Beelen D.W., Schaefer U.W., Strefli C.** – Environ. Health. Perspect, 1992, № 97, p. 117.
6. **Tsao C., Ward W.F., Molteni A., Taylor J.M., Tsao F H., Annexin J.** – Prostaglandins Leukot Essent Fatty Acids, 1997, № 56(2), p. 99–104.
7. **Москалев Ю.И.** Отдаленные последствия ионизирующих излучений. М.: Медицина, 1991,

c. 464.
8. **Down J.D.** – Brit. J. Cancer, 1986, v. 53, s. 7, p. 330–332.
9. **Gluck L., Motoyama E.K., Smits H.J.** et al. – Pediat.Res., 1967, v.1, № 2, p. 237–246.
10. **Giri P.G.S., Kimler B.F.,Giri U.P.,Cox G.G.** – Brit. J. Cancer, 1986, v. 53, s.7, p. 324–326.
11. **Казарян П.А.** Обмен и взаимопревращение фосфолипидов, триглицеридов и глюкозы при хроническом воспалительном процессе: Автореф. дис. на соискание уч. ст. докт. мед. наук. Ер., Мед. ин-тут, 1986, с.286,
12. **Abrams M.E.** – J. App. Physiol., 1966, v. 21, № 6, p. 718–720.
13. **Биркун А.А., Нестеров Е.Н., Кобозев Г.В.** Сурфактант легких. Киев, 1981, 160 с.
14. **Kennedy E.P.** – Methods in Enzymology, 1962, № 5, p. 476–481.
15. **Beisenherz G.** at al. – Methods in Enzymology, 1955, № 1, p. 391.
16. **Grassl M., Moellering H.** – J. Anal. Chem., 1969, v. 243, p. 416–423.
17. **Казарян П.А., Саакян Л.С., Асоян А.У., Казарян В.В.** – Вест. МАНЭБ, 1999, № 5(17), с. 65–68.
18. **Hallman M., Gluck L.** – J. Lipid res., 1976, v. 17, № 3, p. 257–262.
19. **Horwood J.L., Desoi R., Hexst P.** at al. – Biochem J., 1975, v. 151, № 3, p. 701–714.

Պ.Ա. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, Լ.Ս. ՍԱՀԱԿՅԱՆ, Ա.Ռ. ԵՂԻԱԶԱՐՅԱՆ,
Ա.Գ. ԳՐԻԳՈՐՅԱՆ, Մ.Կ. ԲԵԳԼԱՐՅԱՆ

4-ԲՈՒԹԱՆՈԼԻԴՆԵՐԻ ԱԶԴԵՑՈՒԹՅՈՒՆԸ ԹԱՂԱՆԹԱՅԻՆ ՖՈՍՖՈԼԻՊԻԴՆԵՐԻ ՍԻՆԹԵԶԻ ԵՎ ՔԱՅՔԱՅՄԱՆ ԳՈՐԾԸՆԹԱՑՆԵՐԻ ՎՐԱ ԻՈՆԱՑՆՈՂ ՃԱՌԱԳԱՅԹՄԱՆ ԺԱՄԱՆԱԿ

Ամփոփում

Ուսումնասիրվել են թաղանթային գլիցերոլիպիդների կենսասինթեզի և քայքայման տարբեր ֆերմենտների ակտիվության փոփոխությունները իոնացնող ճառագայթման ժամանակ: Հաստատված է, որ իոնացնող ճառագայթումը հանգեցնում է գլիցերոկինազի, ցիտոպլազմային ու միտոքոնդրիալ գլիցերոֆոսֆատդեհիդրոգենազի ակտիվության կտրուկ նվազման թոքային հյուսվածքում: Այդ պայմաններում ֆոսֆոլիպազ A_2-ի ակտիվությունը կտրուկ աճում է, ինչը վկայում է թաղանթային ֆոսֆատիդներ-գլիցերիդների քայքայման մասին: 4-բութանոլիդների ներարկումը ուղեկցվում է ֆոսֆատիդոգենեզի գլիցերոկինազային և գլիկոլիտիկ ուղիների կարգավորմամբ հետազոտվող հյուսվածքում իոնացնող ճառագայթման ժամանակ:

P.A. GHAZARIAN, L.S. SAHAKIAN, A.R. YEGHIAZARIAN,
A.G. GRIGORIAN, M.K. BEGLARIAN

EFFECT OF 4-BUTANOLIDES ON THE PROCESS OF BIOSYNTHESIS AND DECAY OF MEMBRANE GLYCEROLIPIDS AT IONIZING IRRADIATION

Summary

The activity of systems of several enzymes biosynthesis of membrane glycerolipids in lung tissues at ionizing irradiation is studied. It is revealed that irradiation brings a sharp decrease of glycerokinase and cytoplasmatic and mytochondrial glycerophosphatdehydrogenase in lungs. In those conditions, the activity of phospholipase A_2 is sharply increased in the mentioned tissue, which gives evidence about the speed of membrane phosphatides-glycerides degradation. The application of 4-butanolides is accompanied with processes of glicerokinases and glicolitics ways of phosphatidogeneses in the mentioned tissue during ionizing irradiation.

ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆԻ ԳԻՏԱԿԱՆ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ ЕРЕВАНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

Բնական գիտություններ 1, 2002 Естественные науки

Биология

УДК 633.1(58.081.3) (479.25)

Р.Р. САДОЯН, К.Г. АЗАРЯН

НЕКОТОРЫЕ ПОКАЗАТЕЛИ ПРОДУКТИВНОСТИ У ДЕПРЕССИВНЫХ ГИБРИДОВ ПШЕНИЦЫ

Взаимодействие генов летальности различных типов приводит к нарушению репродуктивного развития гибридных растений пшеницы, снижению фертильности пыльцы и продуктивности колоса. Отмечается также угнетение развития пестика у гибридов.

В деле создания высокопродуктивных и устойчивых к болезням сортов растений очевидна роль гибридизации, которая позволяет селекционерам создавать неограниченное количество форм с разным сочетанием полезных признаков. Однако предсказать результаты того или иного скрещивания, его осуществимость невозможно без определенных знаний генетической структуры пшеницы, а также без учета процессов развития формирования репродуктивных органов гибридных растений в разных экологических условиях. Известно, что нормальное протекание эмбриональных процессов во многом зависит не только от биохимических или структурных особенностей растений, взятых для скрещивания, но и от внешних условий.

В процессе изучения пыльцевой продуктивности выращивали 10 сортов мягкой пшеницы, с учетом процента выбрасывания пыльников, их длины и ширины, размера пыльцы и ее жизнеспособности. Выявлены существенные, достоверные различия между сортами. Установлена эффективность отбора сортов по длине пыльников и частоте их выбрасывания из чешуй для усиления естественного переопыления. У раннеспелых сортов пшеницы выявлена высокая частота выбрасывания пыльников [1].

В процессе гибридизации селекционеры нередко сталкиваются с явлением гибридной депрессивности различных типов, что обнаружено у многих растений: пшеницы, эгилопса, ячменя, кукурузы, риса и др. Многообразное проявление депрессивности обуславливается наличием различных комплементарных генетических систем. В зависимости от типа взаимодействующих генов гибридные растения могут быть некротическими, хлоротическими (красный и белокрапчатый хлорозы) и карликовыми.

Гибридная карликовость проявляется в F1 или F2 в зависимости от взаимодействия доминантных генов D1, D2 и D3. По степени развития депрессивности карликовые гибриды проявляются в трех различных формах: это Dwarf I – летальная (растения погибают в стадии кущения), Dwarf II –

полулетальная (растения сильно депрессированы, листья темно-зеленого цвета, стебли короткие с полустерильными колосьями), Dwarf III – самая слабая, плодовитая форма Dwarfness. По количественным признакам гибриды последнего типа карликовости меньше отличаются от родительских форм, чем Dwarf II.

Обсуждая физиологический механизм возникновения гибридной карликовости, Хермсен [2] предполагал, что под влиянием D генов в гибридах синтезируются вещества антигиббереллиновой природы, которые задерживают ростовые процессы.

Бабаджанян [3] выдвинул новую концепцию возникновения типов Dwarfness, при которой система D генов блокирует эндогенно активные вещества и тем самым задерживает рост гибридных растений.

Гибридная депрессивность проявляется также нарушением подвижного баланса хлорофиллов. У некротических и хлоротических гибридов (красный и белокрапчатый) происходят дегенерация хлорофилльного аппарата и снижение содержания хлорофилла, что приводит к депрессии. В случае белокрапчатого хлороза одновременно поражаются стебель, листья, колосовые чешуи и ости.

При исследовании депрессивных растений, у которых задерживается репродуктивное развитие, возникает необходимость в изучении фертильности пыльцы как одного из факторов, определяющих получение маложизнеспособных гибридных растений.

Материал и методика. Проведен анализ качества пыльцы путем определения процента ее стерильности по общепринятой методике Паушевой [4]. Объектом исследования служили гибриды типа Dwarf II и Dwarf III, а также хлоротический гибрид (белокрапчатый) со своими родительскими формами. Подсчет стерильных пыльцевых зерен от общего числа просмотренных клеток на всем препарате дает процент стерильности пыльцы. По всем вариантам (родительская форма или гибрид) на каждом препарате подсчитано по 500 клеток (в 6-кратной повторности). Полученные данные подвергались математической обработке по Доспехову [5].

Исследование препаратов проводили с помощью микроскопа МБИ–3; компенсационный окуляр–7× и обьектив – 90× с масляной иммерсией.

Результаты и обсуждение. Полученные результаты приведены в табл. 1 и 2. Исследование препаратов показало, что как у родительских форм, так и у гибридов в фертильных пыльцевых зернах спермии ярко окрашены, веретеновидной или узкосерповидной формы, возле них располагается круглое вегетативное ядро, окрашенное менее интенсивно. Полость пыльцевого зерна равномерно заполнена гомогенной, слегка вакуолизированной, светло-красной цитоплазмой.

Стерильные пыльцевые зерна обычно мельче фертильных и заполнены сильно вакуолизированной, неравномерно окрашенной или слабо окрашенной цитоплазмой, местами значительно отстающей от оболочек. Никаких ядерных элементов (спермии и вегетативное ядро) в таких пыльцевых зернах не обнаруживается.

Определение степени стерильности пыльцы выявило, что в основном все родительские формы по этому показателю мало отличаются друг от друга (табл.1). Наиболее высоким уровнем стерильности оличается гибрид типа Dwarf II (52,0 ±1,5%), а гибрид Dwarf III превышает родительские

формы только в 2 раза. У хлоротического гибрида стерильность превышает родительские формы почти в 1,5 раза.

Полученные результаты вполне соответствуют данным по изучению количественных признаков продуктивности колоса (табл. 2).

Таблица 1

Стерильность пыльцы у депрессивных гибридов пшеницы и их родительских форм

Образцы	Фенотип	Количество изученных клеток	Стерильные пыльцевые зерна, %	Достоверность разницы
Шаньдун	белокрапчатый хлороз	3000	4,5 ± 0,4	3,0
Шаньдун × Кавказ F1		3000	7,2 ± 0,3	
Кавказ		3000	4,2 ± 0,2	3,65
Эмби	Dwarf II	3000	3,7 ± 0,3	31,6
Эмби × Дельфи F1		3000	52,0 ± 1,5	
Дельфи		3000	6,1 ± 0,7	27,8
Дельфи	Dwarf III	3000	6,1 ± 0,7	7,2
Дельфи × Бенгаленсе F1		3000	13,7 ± 0,8	
Бенгаленсе		3000	5,5 ± 0,3	9,6

Из данных табл. 2 видно, что и по количественным признакам хлоротический гибрид (Кавказ × Шаньдун) и гибрид типа Dwarf III (Дельфи × Бенгаленсе) мало отличаются от родительских форм. Возможно, это связано с взаимодействием слабых аллелей генов у хлоротического гибрида [6] и наличием генов-активаторов у обоих родителей гибрида Dwarf III [3].

Иная картина наблюдается у гибрида Dwarf II, который по степени депрессивности резко отличается от родительских форм. По длине главного колоса он несколько уступает родительским формам или находится на их уровне, а по числу колосков и зерен в них сильно уступает им. Гибридные колосья рыхлые, наблюдается также морфологическое угнетение пестика.

В литературе имеются данные по исследованию фертильности пыль-цы у некротических гибридов [7], в которых была учтена сила аллелей генов, приводящих к некрозу.

Установлено, что фертильность пыльцы снижается в случае взаимодействия только сильных аллелей генов некроза. Известны также данные по изучению фертильности и продуктивности колоса у различных форм карликовых гибридов [8]. Снижение продуктивности колоса у сильно депрессированных гибридов пшеницы, возможно, является следствием не только снижения фертильности пыльцы, но и нарушения процессов образования женских половых клеток и оплодотворения.

В литературе имеются данные о нарушении хода мейоза у депрессивных гибридов [9–12]. Полученные нами данные относительно слабо депрессированных гибридов согласуются с мнением некоторых авторов о том, что незначительное снижение фертильности пыльцы и продуктивности колоса можно объяснить общей слабостью растений [13,14].

Таблица 2

Элементы продуктивности колоса у депрессивных гибридов и родительских форм

Образцы	Тип депрессивности	Число продуктивных колосьев	Длина главного колоса	Число в колосе	
				колосков	зерен
Эмби		4,4+0,66	8,5±1,0	19,2±1,1	37,0±1,2
Эмби × Дельфи F1	Dwarf II	4,8±0,84	8,0±0,94	11,2±1,3	5,4±1,8
Дельфи		4,3±0,74	11,3±0,83	21,9±1,14	40,1±0,93
Дельфи × Бенгаленсе F1	Dwarf III	6,5±1,15	6,8±0,91	17,7±0,93	25,6±1,25
Бенгаленсе		4,1±0,8	10,0±0,74	21,3±1,3	40,6±0,84
Шаньдун		4,2±0,66	9,7±1,04	20,6±1,3	40,2±0,54
Шаньдун × Кавказ F1	белокрапчатый хлороз	4,1±0,83	10,0±0,86	19,5±1,2	35,0±1,9
Кавказ		4,6±0,5	11,4±0,7	22,7±1,0	44,3±1,1

Таким образом, можно заключить, что взаимодействие сильных аллелей генов летальности различных типов приводит к нарушению репродуктивного развития гибридных растений, снижению фертильности пыльцы и продуктивности колоса. Отмечается также угнетение развития пестика у гибридов.

Комплементация слабых аллелей генов летальности приводит к незначительному снижению фертильности пыльцы и продуктивности колоса. Наблюдаемая слабая депрессия по изученным признакам может быть результатом общей слабости гибридного организма.

АСХА, ЕГУ

Поступила 26.01.2001

ЛИТЕРАТУРА

1. **Chowdry M.A., Muhamood N., Khalig I.** – RAChIS, Dept. of Plant Breed and Genet. Univ. of Agric., 1992, v.11, N 1–2, p.68–72.
2. **Hermsen Y.G.** – Euphitica, 1967, v.16, p.134–162.
3. **Бабаджанян Г.А.** – Тр. Арм. НИИЗ. С. Пшеница, 1974, т. 1, с.30.
4. **Паушева З.П.** – Практикум по цитологии растений., М.: Колос, 1974.
5. **Доспехов Б.А.** – Методика полевого опыта. М.: Колос, с.225–226.
6. **Бекназарян Л.Г.** – Тр. Арм. НИИЗ. С. Пшеница, 1975, т. 3, с.34–61.
7. **Петросян А.С., Джагацпанян Н.Г.** – Тр. Арм. НИИЗ. С. Пшеница, 1974, с.53.
8. **Казарян М.Х.** – Вопросы генетики гибридной карликовости. Автореферат дисс. на соискание уч. ст. канд. биол. наук , Ер. 1976, с. 25.
9. **Goulden G.H.** – Thecnical Bull. Univ. of Minnesota Agric. Expr.St., 1926, v.33.
10. **McMillan Y.R.** – Bull. Counc. Sci. Indust. Res. Austr.,1937, v. 104, p.1–68.
11. **Moore K.** – Euphitica,1969, v.18,2, p.190–204.
12. **Thompson W.P.** – Trans.Roy.Soc.Can., 1928, v. 22, p.335–348.
13. **Chin T.C., Chwang** – Bull. Torry. Bot. Club, 1944, v. 71, p.19–44.
14. **Sachs L.** – J. of Agric. Sci.,1953, v. 43, p.204–213.

Ռ.Ռ. ՍԱԴՈՅԱՆ, Կ.Գ. ԱԶԱՐՅԱՆ

ՑՈՐԵՆԻ ԴԵՊՐԵՍԻՎ ՀԻԲՐԻԴՆԵՐԻ ԲԵՐՔԱՏՎՈՒԹՅԱՆ ՈՐՈՇ ՑՈՒՑԱՆԻՇՆԵՐԸ

Ամփոփում

Տարբեր տիպի լետալ գեների ուժեղ ալելների փոխազդեցությունը հանգեցնում է ցորենի հիբրիդային բույսերի ռեպրոդուկտիվ զարգացման խանգարումների, փոշեհատիկի ֆերտիլության և հասկի արդյունավետության իջեցման: Հիբրիդներում դիտվում է նաև վարսանդի մորֆոլոգիական զարգացման ճնշվածություն:

Լետալ գեների թույլ ալելների կոմպլեմենտացիան հանգեցնում է փոշեհատիկի ֆերտիլության և հասկի արդյունավետության թեթևակի իջեցման:

Ուսումնասիրվող հատկանիշներով դիտվող թույլ ճնշվածությունը հիբրիդային օրգանիզմի ընդհանուր թուլության արդյունք է:

R.R.SADOYAN, K.G.AZARIAN

SOME INDEXES OF YIELD CAPACITY IN DEPRESSIVE HYBRIDS OF WHEAT

Summary

The interplay of alleles of genes of different types of lethality results in disturbance of genesis development of hybrid wheat plants, the fecundity of blossom dust and reduced productivity of wheat. It is marked depression of development of hybrids pistil.

The complementation of gentle alleles of lethal genes results in minor decrease of fecundity of blossom dust and productivity of the wheat. The observed gentle depression of the studied tags can be the outcome of general delicacy of a hybrid organism.

ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆԻ ԳԻՏԱԿԱՆ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ ЕРЕВАНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

Բնական գիտություններ 1, 2002 Естественные науки

Биология

УДК 591: 169; 616–003

Н.В. АДАМЯН, К.А.ДЖИВАНЯН

О РОЛИ МЕЖТКАНЕВЫХ ВЗАИМООТНОШЕНИЙ В РЕГЕНЕРАЦИИ ПЕЧЕНИ КРЫС И ДОМАШНИХ КУР

Выявлены изменения относительного объема паренхимы и стромы, а также явления морфологической перестройки ретикулярных волокон в регенерирующей печени крыс и домашних кур после частичной гепатэктомии. Показано, что характер и динамика изменений указанных параметров у крыс и домашних кур подчиняются общим закономерностям.

В силу своей ярко выраженной способности к регенерации печень позвоночных животных яляется излюбленным объектом для исследователей при изучении внутриклеточных, внутритканевых, гормональных, межтканевых и других механизмов регуляции восстановительных процессов.

Среди межтканевых механизмов регуляции регенерации печени немаловажное значение имеют взаимодействия между паренхимой и стромой. Изучение структуры и функции стромы печени в норме и в экстремальных условиях – по сути дела новое направление в современной гистологии [1,2]. Более того, в литературе высказывалось мнение о том, что в ходе репаративной регенерации органа строма становится источником индуцирующего влияния, регулирующего процессы восстановления [3,4]. Особенно значительна в этом взаимодействии роль клеток системы микроциркуляции печени [5–8]. В регуляции адаптивного роста железистой паренхимы в литературе отмечается также важная роль влияния элементов системы крови [9]. Нами ранее были опубликованы данные о реактивных изменениях стромы и микроциркуляторного русла печени петушков после частичной гепатэктомии [10,11].

С целью выявления основных признаков и механизмов адаптивных изменений стромы и микроциркуляторного русла печени в динамике ее регенерации и выяснения их роли в процессах восстановительного роста органа у высших позвоночных животных мы провели сравнительное исследование изменений объемных соотношений различных тканевых компонентов и реакции ретикулярной стромы печени в разные сроки после частичной гепатэктомии у птиц и млекопитающих.

Материал и методы. У крыс и у 5–6 месячных петушков была проведена частичная гепатэктомия. Резекцию печени у кур производили по разработанной нами методике [12], а у крыс – по методу Хиггинса и Андерсена. Как у крыс, так и у петушков удаляли 1/6–1/5 часть органа. Материал для исследования брали через 3, 5, 10, 20, 30 и 60 суток после операции, фикси-

ровали в жидкости Буэна и в 10-процентном формалине. Парафиновые срезы окрашивали гематоксилин-эозином и импрегнировали серебром по Футу. Стереологическое исследование проводили методом точечного счета.

Результаты исследования. Структура печени птиц и млекопитающих отличается рядом особенностей. Дольки в печени кур состоят из анастомозирующих между собой секреторных трубок, состоящих из 5–6 рядов клеток. Дольки очерчены нечетко, т.к. соединительно-тканные прослойки более или менее заметны лишь вокруг междольковых и вокругдольковых артерий и вен. Характерной особенностью печени кур можно считать то, что она богата лимфоидными скоплениями, которые расположены как в междольковой соединительной ткани, так и внутри долек.

В печени кур по боковым поверхностям секреторных трубок, следуя их разветвлениям и часто образуя вокругтубулярные петли, проходят синусоиды. Базальные мембраны вокруг синусоидов в печени кур почти сплошные. При импрегнации серебром в их составе выявляется густая сеть ретикулярных волокон. Толстые волокна расположены вдоль синусоидов, тонкие – образуют нежную мелкопетлистую сеть. В отличие от кур ретикулярная строма печени крыс представлена более грубыми, рыхло расположенными волокнами, образующими своеобразные каркасы вокруг синусоидальных капилляров (рис. 1).

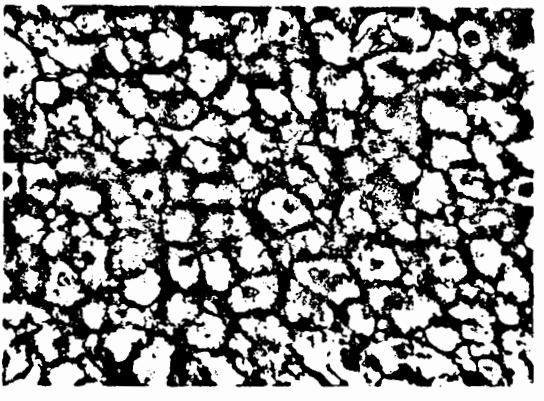


Рис. 1. Ретикулярные волокна в печени интактных крыс. Импрегнация серебром. Ув.×400.

Печень домашних кур так же, как и печень млекопитающих, имеет хорошо выраженную способность к регенерации. Изменения массы печени после частичной гепатэктомии у крыс и домашних кур подчиняются общим закономерностям. В наших опытах, начиная с 10-х суток, абсолютная и относительная масса регенерирующей печени начинает превышать норму. К концу первого месяца наблюдений масса регенерирующей печени возвращается к уровню контроля. Через 60 дней после частичной гепатэктомии этот показатель несколько превышает норму.

Изменения объемных соотношений между паренхимой и стромой в регенерирующей печени крыс и домашних кур также характеризуются общими закономерностями и находятся в соответствии с динамикой адаптивного роста органа (рис.2).

В культе резецированной доли печени относительный объем стромы, начиная с 3-х суток опыта, несколько увеличивается. Разница с нормой по этому показателю как у крыс, так и у домашних кур достигает статистически достоверного уровня через 10 суток после операции. В дальнейшем (через 20, 30, 60 суток после операции) относительный объем стромы в этой зоне печени постепенно уменьшается, оставаясь несколько выше своего уровня у контрольных животных. Что же касается интактных долей печени, то в них объемные соотношения между паренхимой и стромой в течение эксперимента всегда остава-

лись в пределах нормы. Таким образом, результаты проведенного стереологического анализа позволяют заключить, что увеличение относительного объема стромы в регенерирующей печени крыс и домашних кур не играет существенной роли в восстановлении массы органа.

Ретикулярная строма печени крыс и домашних кур по ходу адаптивного роста паренхимы подвергается глубоким перестройкам. Они находят свое

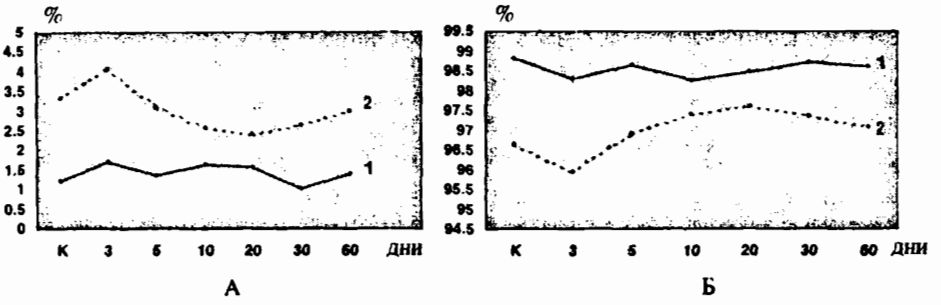


Рис.2. Изменения относительного объема стромы (А) и паренхимы (Б) регенерирующей печени у крыс (1) и домашних кур (2).

выражение в процессах распада и фрагментации ретикулярных волокон на ранних стадиях регенерации органа. В печени крыс эти явления максимальной степени выраженности достигают уже через 3 суток после частичной гепатэктомии (рис. 3). В результате распада ретикулярных волокон в просветах синусоидов выявляются разной величины аргирофильные глыбки. Через 5 суток после частичноой гепатэктомии в зоне резекции печени продолжается интенсивный процесс глыбчатого распада ретикулярной стромы (рис. 4). Вокруг синусоидов в этот срок выявляются небольшой длины фрагменты огрубевших ретикулярных волокон. В отдаленных участках паренхимы эти явления менее значительны. Через 10 суток после операции вокруг синусоидов появляются относительно тонкие, извилистые ретикулярные волокна, а в синусоидах все еще выявляются глыбки аргирофильного вещества.

Явления перестройки ретикулярной стромы нами ранее были описаны и в регенерирующей печени кур [1]. Сравнение результатов этих работ с вышеприведенными данными показало, что изменения ретикулярной стромы печени крыс и домашних кур характеризуются общими закономерностями. Однако базальные мембраны синусоидальных капилляров в печени домашних кур в течение эксперимента всегда сохраняют свою целостность. Мы наблюдали лишь истончение и частичный распад ретикулярных волокон, начиная с 4-х суток эксперимента. Общим для печени крыс и кур является также то обстоятельство, что процессы

Рис. 3. Распад и фрагментация ретикулярных волокон через 3 суток после частичной гепатэктомии у крыс. Импрегнация серебром. Ув.×400.

глубокой перестройки ретикулярных каркасов максимально выражены в период активного восстановительного роста органа. Они, по-видимому, направлены на создание микроокружения, благоприятствующего активной пролиферации паренхиматозных клеток.

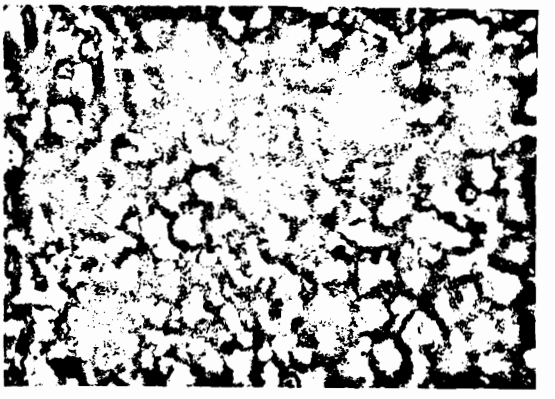


Рис. 4. Появление аргирофильных глыбок в печени крыс через 5 суток после частичной гепатэктомии. Импрегнация серебром. Ув. ×400.

Таким образом, изменения объемных соотношений между паренхимой и стромой в регенерирующей печени крыс и домашних кур характеризуются общими закономерностями, причем увеличение относительного объема стромы в регенерирующей печени крыс и домашних кур не играет существенной роли в восстановлении массы органа. Кроме того, наши исследования показали, что в регенерирующей печени крыс и домашних кур в период активного восстановительного роста имеют место процессы глубокой перестройки ретикулярных каркасов, расположенных вокруг синусоидов.

Кафедра зоологии

Поступила 17.04.2001

ЛИТЕРАТУРА

1. **Маянский Д.Н.** – Успехи соврем. биологии, 1992, т.112, №1, с.100–114.
2. **Kevin K., Roggin M.D., Elaine F., Papa B.S., Arlet G., Kurkchubasche M.D., Thomas F.,Tracy Jr.M.D.** – Journal of Surgical Research, 2000, v. 90, №2, p. 166–173.
3. **Саркисов Д.С.** Очерки по структурным основам гомеостаза. М.: Медицина, 1977, 351 с.
4. **Казначеева В.П., Маянский Д.Н.** – Успехи совр. биологии, 1978, т. 86, № 3(6), с. 415–431.
5. **Колпащикова И.Ф.** Общие и местные изменения в организме при экспериментальном повреждении печени и регенерации: Автореф. дис. на соискание уч. ст. докт. мед. наук. Казань. 1982. 40 с.
6. **Hardonk Machiel J., Dijkhuis Frederika W.Y.** – Virchows Arch., 1986, v. 51, № 5, p. 429–442.
7. **Meijer C., Wiezer M., Diehl A., Schouten H., Meijer S., van Roojen N., van Lambalgen A., Dijkstra C., van Leeuwen P.** – Liver., 2000, v.20 (1), p. 66–77.
8. **Takeishi T., Hirano K., Kobayashi T., Hasegawa G., Hatakeyama K., Naito M.** – Arch. Histol. Cytol., 1999, v. 62 (5), p. 413.
9. **Shah R.V., Asnani M.V., Pilo Bonny** – J. Anim. Morphol. and Physiol., 1970, v.17, № 1–2, p. 75–84.
10. **Дживанян К.А.** – Биол. ж. Армении. 1983, т. 35, № 1, с. 68–73.
11. **Дживанян К.А.** – Там же, 1984, т. 36, № 2, с. 128–134.
12. **Кадилов Е.В., Дживанян К.А., Тер-Оганян К.С.** – Бюлл. эксперим. биологии и медицины, 1972, т. 73, № 6, с. 124–125.

Ն. Վ. ԱԴԱՄՅԱՆ, Կ. Ա. ՋԻՎԱՆՅԱՆ

ԱՌՆԵՏՆԵՐԻ ԵՎ ՏՆԱՅԻՆ ՀԱՎԵՐԻ ԼՅԱՐԴԻ ՎԵՐԱԿԱՆԳՆՈՂԱԿԱՆ ԳՈՐԾԸՆԹԱՑՆԵՐՈՒՄ ՄԻՋՀՅՈՒՍՎԱԾՔԱՅԻՆ ՓՈԽՀԱՐԱԲԵՐՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԴԵՐԻ ՄԱՍԻՆ

Ամփոփում

Ստերեոլոգիական վերլուծության և հիստոքիմիական մեթոդի օգնությամբ ի հայտ են բերվել լյարդի պարենքիմայի և ստրոմայի ծավալային հարաբերությունների, ինչպես նաև օրգանի ցանցանման հենքի ձևաբանական փոփոխությունները: Բացահայտվել են առնետների և տնային հավերի լյարդում այդ փոփոխությունների ընդհանուր օրինաչափությունները:

N.V. ADAMIAN, K.A. JIVANIAN

ABOUT THE ROLE OF INTERTISSUE RELATIONS IN LIVER REGENERATION OF RATS AND DOMESTIC HENS

Summary

Changes of relative volume of parenchyma and stroma as well as the processes of morphological reconstructions of reticular fibers in regenerating liver of rats and domestic hens after partial hepatectomy have been studied. It was shown that dynamics and character of changes of these parameters in hens and rats submit to the general regularities.

УДК 553.064.32

Р.А. АРУТЮНЯН

ОСНОВНЫЕ ЧЕРТЫ ГЕОЛОГИЧЕСКОГО СТРОЕНИЯ И ПЕРСПЕКТИВЫ ХДЕБАНЦСКОГО РУДОПРОЯВЛЕНИЯ ЗОЛОТА

Приведены данные о геологическом строении Хдебанцского рудопроявления золота, локализованного в скарнах. Дана сравнительная характеристика названного рудопроявления с хорошо изученными месторождениями этого типа. На основании анализа имеющегося геологического материала сделаны выводы о перспективах как Хдебанцского рудопроявления, так и "скарнового" золота Зангезура.

В пределах достаточно хорошо изученного Мегринского рудного района сравнительно широко развито золотое оруденение разных типов [1–3 и др.].

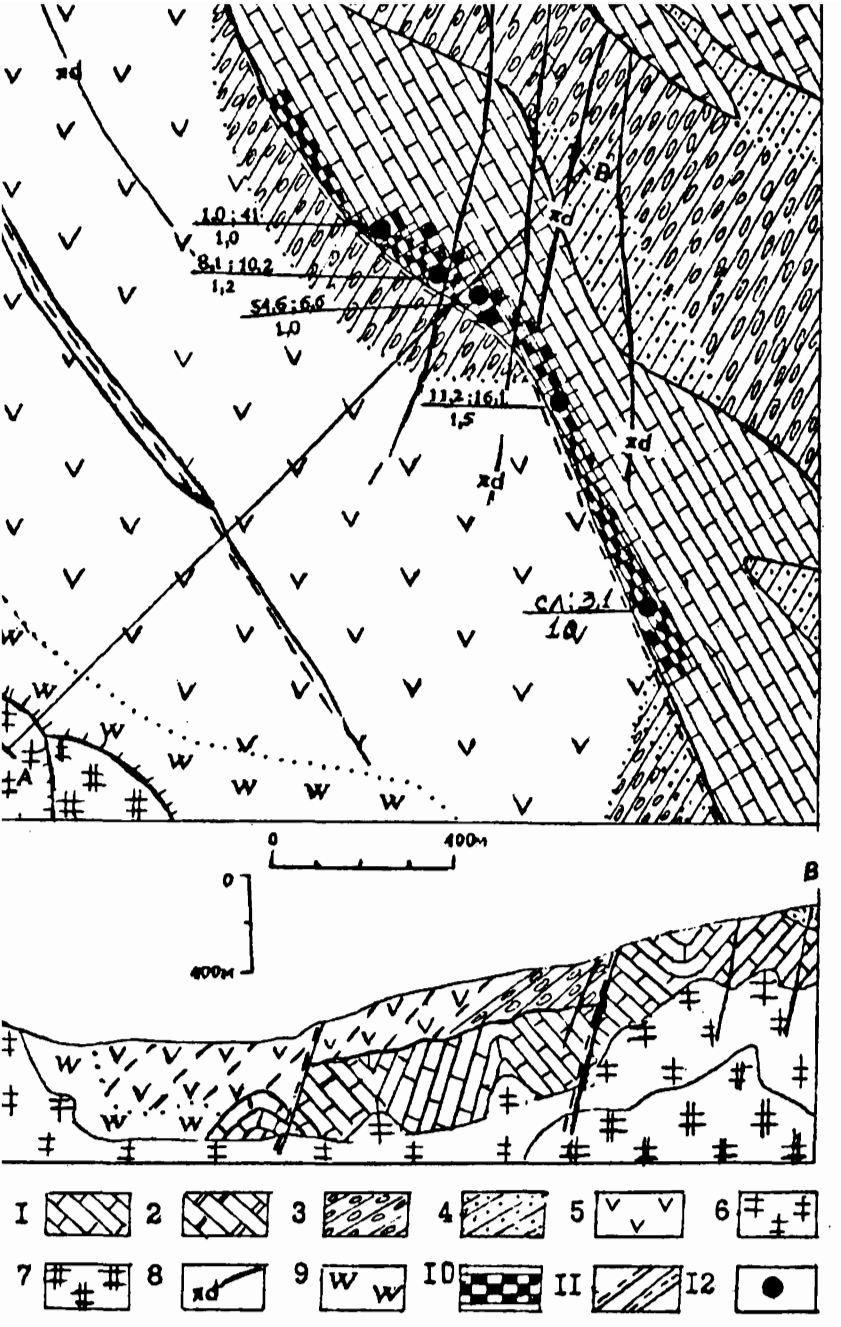
Нами были выявлены золотоносные скарны, пользующиеся в регионе определенным распространением [1, 4]. Одним из таких объектов является Хдебанцское рудопроявление золота, находящееся в Мегринском районе Сюникской области РА, севернее села Шванидзор, в 700–800*м* к западу от кочевки Хдебанц. Локализовано оно в экзоконтактовой части Мегринского плутона (см. рис.).

Здесь на дневную поверхность выходят осадочные образования верхнего девона и вулканогенно-осадочные породы нижнего эоцена, прорванные интрузивными породами второй и третьей фаз внедрения Мегринского плутона.

Отдельные тектонические блоки пород верхнего девона приподняты по разломам и контактируют с отложениями нижнего эоцена. Прослеживаются они в северно-западном направлении в виде полос различной ширины. Это известняки и известковистые сланцы.

Известняки в различной степени мраморизованы, плитчаты светло-серого цвета. Под микроскопом имеют гранопластовую, мозаичную структуру и параллельную или сланцевую текстуру. Порода состоит из зерен кальцита и небольшого количества кварца.

Известковые сланцы имеют преимущественно сланцевую текстуру. Порода состоит из мелких изометричных зерен карбоната и эпидота, чаще всего образующих вытянутые в одном направлении зерна с субпараллельной ориентировкой, чем и обуславливается сланцевость породы. Мощность осадочного комплекса верхнего девона в районе Хдебанцского рудопроявления золота 350*м*.



еская схема Хдебанцского рудопроявления золота. **Верхний девон**: 1 – известняки, гковистые сланцы; **нижний эоцен**: 3 – конгломераты, туфоконгломераты, 4 – песча- ропесчаники, 5 – порфириты; **третичные интрузии**: 6 – циениты, 7 – монцониты, 8 – орфировые дайки, 9 – вторичные кварциты, 10 – скарны, 11 – тектонические наруше- место взятия проб.

Вулканогенно-осадочные образования нижнего эоцена (Богацсарская свита) представлены конгломератами, туфоконгломератами, песчаниками, туфопесчаниками, диабазовыми и базальтовыми порфиритами.

Песчаники и туфопесчаники имеют сланцевую текстуру и разнообразные структуры, среди которых преобладают псаммитовая, алевролитовая, литокристаллическая. Порода состоит из полуокатанных зерен кварца, реже – плагиоклаза, неокатанных обломков микрокварцита и угловато-окатанных обломков порфиритов. Отмечается их карбонатизация, ожелезнение. Мощность их порядка 75*м*.

Конгломераты и туфоконгломераты отмечаются в тех же местах, что и песчаники. Они залегают в основном на песчаниках, а также фиксируется и непосредственное налегание их на породы верхнего девона. Перекрываются они вулканогенными породами нижнеэоценового возраста. Обломки в конгломератах представлены известняками, известковистыми сланцами, окварцованными порфиритами, микрокварцитом, кварцем. Цемент темно-серого цвета с фиолетовым оттенком состоит из хлоритизированного и эпидотизированного, тонкоизмельченного кварц-полевошпатового агрегата с криптокристаллической структурой, чешуек серецита и мелких вкраплений рудного минерала. Мощность их в пределах рудопроявления около 100*м*.

Из образований нижнеэоценого возраста наиболее распространены диабазовые и базальтовые порфириты. Диабазовые порфириты имеют диабазовую, местами гранобластовую структуру основной массы, состоящей из беспорядочно расположенных лейст полисинтетически сдвойникованного плагиоклаза, неправильных зерен альбита, хлорита, эпидота.

Базальтовые порфириты имеют порфировидную сруктуру с апогиалопилитовой основной массой и местами миндалекаменной текстурой. Беспорядочно расположенные, соприкасающиеся друг с другом, микролиты плагиоклаза и зернышки пироксена находятся в расстекленной массе. Порфировые выделения представлены плагиоклазом, диопсидом и реже авгитом. Мощность порфиритов доходит до 800*м*.

Интрузивные породы, слагающие Мегринский плутон, представлены здесь монцонитами и щелочными сиенитами, приуроченными к контакту нефелиновых сиенитов с эфузивами нижнего эоцена. Это крупнозернистые светло-серого цвета породы. Структура их гипидиоморфно-зернистая; главными породообразующими минералами являются калиевый полевой шпат и плагиоклаз. Установлены также роговая обманка и биотит, акцессорные минералы – апатит, сфен и магнетит.

Монцониты характеризуются среднеравномерно-зернистым сложением, темно-серым цветом, трещиноватостью и несвежим обликом. Структура их гипидиоморфно-зернистая. За пределами рудопроявления наблюдается постепенный переход монцонитов в габбро-диориты.

Непосредственно на рудопроявлении выявлены пять даек диабаз-порфиритового состава. Они имеют в основном близмеридиональное простирание, падение их крутое, близвертикальное. Лишь одна дайка, склоняясь, приобретает северно-западное простирание. Мощность их колеблется в пределах 1–2*м*, контакты четкие, тектонические. Эти дайки секут как девонские, так и нижнеэоценовые образования, протяженность их 600–1500*м*. Как отмечалось выше, контакты пород верхнего девона с вулканогенно-осадочными образованиями нижнего эоцена тектонические. В пределах рудопроявления выявлено также тектоническое нарушение северно-западного прости-

рания, падающее на юго-запад под углом 75–80^0. Имея на северо-западе мощность порядка 30–40*м*, это нарушение к юго-востоку выклинивается, не доходя до контакта третичных интрузий с вулканогенно-осадочными образованиями нижнего эоцена. Зона нарушения представлена брекчированными, перетертыми, перемятыми, сильно ожелезненными породами, зальбанды четкие, представлены тектоническими трещинами с характерной глинкой трения или заполнены плотными образованиями кварц-карбонатного состава.

В пределах Хдебанцского рудопроявления значительным распространением пользуются контактово-метосоматические образования – скарны и вторичные кварциты.

Вторичные кварциты – это светло-серые и желтовато-белые, сильно окварцованные и пиритизированные метасоматы. Они сложены новообразованными агрегатами лапчатых зерен кварца, серицита и сыпью рудного минерала. Встречаются участки с укрупненными кварцевыми зернами. Реликты порфировых выделений плагиоклаза нацело замещены тонкочешуйчатым серицитом. Развиты вторичные кварциты по контакту нижнеэоценовых порфиритов с интрузивными породами третичного возраста и образованы за счет первых. Мощность полосы вторичных кварцитов доходит до 100–120*м*.

Скарны развиты по тектоническому контакту нижнеэоценовых вулканогенно-осадочных образований с известняками верхнего девона. Вдоль указанного контакта скарны сменяются скарнированными известняками и наоборот. Скарны гранат-кварц-полевошпатового состава имеют гранобластовую, гипидиогранобластовую структуру. Состоят они из изометричных зерен зонального граната с изотропным ядром и криптокристаллического кварц-полевошпатового агрегата с рассеянной в них микроскопической вкрапленностью рудного минерала. Гранат местами замещен эпидотом.

На Хдебанцском рудопроявленнии золота оруденение, локализованное в скарнах, морфологически представлено небольшими линзами, гнездами, карманами с убогой сульфидной минерализацией. Последние развиты в виде вкрапленников и тонких прожилков (до 2–3*мм*) халькопирита и пирита, с которыми тесно ассоциирует золото. Касательно минерального состава оруденения необходимо отметить, что в шлихах, отобранных из отложений речек, стекающих с площади рудопроявления, уставлены золото, пирит, халькопирит, борнит и галенит.

По данным опробования, содержание золота на Хдебанцском рудопроявлении колеблется от "следов" до 54.3*г/т* и в целом довольно высокое – средневзвешенное содержание металла составляет 14.3 *г/т*.

Относительно изученности и перспектив Хдебанцского рудопроявления золота отметим, что в 70-х годах здесь были проведены оценочные работы, которые не дали абсолютно никаких результатов – ни положительных, ни отрицательных, что обусловлено, на наш взгляд, следующими причинами:

а) без четких представлений о характере и масштабах как развития процессов скарнирования на глубину, морфологии рудных тел, так и распределения оруденения, практически без всякого обоснования была задана штольня;

б) работы были проведены на юго-восточном фланге рудопроявления, где, по имеющимся данным, оруденение затухает *.

---

* См. рукописи геологических фондов РА.

Отмеченные грубые методические ошибки, как и следовало ожидать, свели результаты этих работ практически к нулевым.

Таким образом, можно констатировать, что Хдебанцское рудопроявление золота, характеризующееся высоким содержанием металла, надлежащим образом не изучено и вопрос его перспектив остается открытым.

Для определения возможных перспектив описанного рудопроявления и "скарнового" золота региона вообще рассмотрим несколько известных, хорошо изученных месторождений данного типа.

Сравнительная характеристика месторождений "скарнового" золота

Месторождения / Характерные особенности	Хдебанцское (Сюникская обл., РА)	Никель Плейт (Брит. Колумбия, Канада)	Тсенкгивен (Регион Багио, Филлипины)	Синюхинское (Алтай, РФ)
Скарнированные породы	известняки	известняки	известняки	известняки
скарнирующие породы	монцониты, габбро-диориты	габбро, габбро-диориты	порфировидные диориты	диориты, диорит-порфириты
тектонические условия	тектонический контакт известняков с порфиритами	тектонический контакт известняков с древними гранитами	тектонический контакт известняков с порфировидными диоритами	контакт известняков с диоритами
форма рудных тел	гнезда, линзы, карманы	линзы, гнезда, трубы (max 700×300×35*м*)	линзы, гнезда, трубы (150×70×10*м*)	линзы, гнезда
минеральный состав скарнов	гранат, кварц, полевой шпат, эпидот	гранат, пироксен, кварц	гранат, диопсид, эпидот, тремолит, везувиан, хлорит	гранат, пироксен, волластонит
минеральный состав руд	пирит халькопирит, борнит (?), галенит (?)	арсенопирит, сфалерит, халькопирит, пирит	магнетит, гематит, пирит, сфалерит, халькопирит, арсенопирит, галенит	борнит, халькопирит, пирит, сфалерит
содержание металлов	Au 1.0–54.3*г/т*, Ag 3.1–16.0*г/т*	Au 13.5*г/т*	Au 36*г/т*, Ag 171*г/т*, Zn 1.2%, Cu 0.6%, Pb 0.36%	

Золото в скарнах различного состава известно во многих золоторудных провинциях мира. Менее распространенный, чем другие, этот тип месторождений отличается определенной индивидуальностью. Морфологически они представлены линзо-, гнездо-, и карманообразными телами неправильной конфигурации с нечеткими границами. Для них характерно несовпадение контуров рудных тел с контурами скарнов, что объясняется принадлежностью скарнирующих и рудообразующих растворов к различным этапам формирования рудного поля.

Распределение содержаний золота крайне неравномерное; рудные тела по всем параметрам намного меньше скарновых залежей. Мощность золоторудных тел, как правило, изменяется скачкообразно, поэтому они харак-

теризуются резкими раздувами и пережимами. Характерен малый вертикальный размах оруденения.

Месторождения этого типа некрупные. Вместе с тем отметим, что из месторождения Никель Плейт с 1904 по 1955г. было извлечено около 54*т* золота. В настоящее время существенные запасы (19*т*) "скарнового" золота имеет месторождение Ити (Кот д' Ивуар).

В качестве примеров для сопоставления с Хдебанцским рудопроявлением рассмотрим месторождения Синюхинское [5], Никель Плейт и Тсенкгивен [6]. В рамках объема журнальной статьи данные по вышеотмеченным объектам приводятся в табличной форме.

Как видно из таблицы, несмотря на разные геотектонические условия регионов, все рассмотренные объекты "скарнового" золота имеют много общего и, можно сказать, аналогичное строение.

Резюмируя вышеизложенное, приходим к выводам.

1. Во многих золоторудных провинциях мира выявлены золотоносные скарны, представленные, большей частью, небольшими по масштабу месторождениями.

2. С учетом широкого распространения в Зангезурском рудном регионе (для которого характерно широкое развитие золотого оруденения) скарнов, несущих сульфидное оруденение (Нювади, Кефашен, Хдебанц, Мичи-мат и др.), перспективы этого типа золотого оруденения можно оценить достаточно высоко.

3. Хдебанцское рудопроявление, характеризующееся высокими содержаниями золота, по существу не изучено.

4. Необходимо выполнить небольшой объем исследований с целью определения морфологии рудных тел и характера распределения оруденения, что позволит выявить реальные перспективы Хдебанцского рудопроявления.

5. Для установления степени золотоносности скарнов Зангезурского региона целесообразно проведение ревизионных работ.

Кафедра методики поисков и разведки месторождений полезных ископаемых

Поступила 20.04.2001

ЛИТЕРАТУРА

1. **Арутюнян Р. А.** – Изв. АН. Арм. ССР, Науки о земле, 1970, № 4.
2. **Мкртчян С.С.** Зангезурская рудоносная область. Ер.: Изд-во АН Арм. ССР, 1958.
3. **Таян Р.Н.** – Изв. НАН РА, Науки о земле, 1998, № 3.
4. **Арутюнян Р. А.** – Тез. док. I Кавказской конф. молодых ученых. Тбилиси, 1975.
5. **Щербаков Ю.Г.** Распределение и условия концентрации золота в рудных провинциях. М.: Наука, 1967.
6. **Некрасов Е.М.** Зарубежные эндогенные месторождения золота. М.: Недра, 1988.

Ռ. Ա. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ

ԽԴԵԲԱՆՑԻ ՈՍԿՈՒ ՀԱՆՔԱԵՐԵՎԱԿՄԱՆ ԵՐԿՐԱԲԱՆԱԿԱՆ ԿԱՌՈՒՑՎԱԾՔԻ ՀԻՄՆԱԿԱՆ ԳԾԵՐԸ ԵՎ ՀԵՌԱՆԿԱՐՆԵՐԸ

Ամփոփում

Բերվում են տվյալներ սկառներում տեղայնացված Խդեբանցի ոսկու երևակման երկրաբանական կառուցվածքի մասին: Տրվում է հանքաերևակման համեմատական բնութագիրը այս տիպի լավ ուսումնասիրված հանքավայրերի հետ: Երկրաբանական տվյալների վերլուծության հիման վրա արվում են եզրակացություններ Խդեբանցի հանքաերևակման հեռանկարների մասին, ինչպես նաև Զանգեզուրի «սկառնային» ոսկու մասին:

R.A. HAROUTUNIAN

THE MAIN FEATURES OF THE GEOLOGICAL STRUCTURE AND PERSPECTIVES OF KHDEBANTS GOLD ORE MANIFESTATION

Summary

The article discusses the geological structure of Khdebants gold ore manifestation which is localized in the skarns. The comparative characteristic of that ore manifestation with well studied deposits of that type is given. Based on the analysis of existing geological information conclusions are made on both Khdebants ore manifestation and "scarn" gold of Zangezur.

Աշխարհագրություն

УДК 911.3

Ռ.Խ.ԳԱԳԻՆՅԱՆ, Պ.Գ.ԴԱՎԹՅԱՆ, Ա.Վ.ԽՈՅԵՑՅԱՆ

ԱՐԱՐԱՏՅԱՆ ԴԱՇՏԻ ՀՈՂԵՐԻ ԴԵԳՐԱԴԱՑԻԱՅԻ ՌԻՍԿԻ ԳՆԱՀԱՏՈՒՄԸ ԱՐԱՐԱՏԻ ՄԱՐԶԻ ՕՐԻՆԱԿՈՎ

1990 թ. ագրարային ռեֆորմի հետևանքով Հայաստանում տեղի ունեցավ պետական ունեցվածքի վերաբաշխում: Հողային ֆոնդը բաժանվեց 130 հազար գյուղացիական տնտեսությունների ու մի քանի հարյուր պետական ու մասնավոր կազմակերպությունների միջև, և պետությունը կորցրեց հողային ռեսուրսների հսկման,կարգավորման և պահպանման իր հիմնական ֆունկցիաները: Ռեֆորմի հետևանքով ստեղծված նոր սոցիալ-տնտեսական իրադրությունը պահանջում է նաև հողային ռեսուրսների արդի վիճակի գնահատման համար նոր մոտեցումներ: Անցած 10 տարիների ընթացքում հողօգտագործման պրոցեսը ուղեկցվել է զգալի նեգատիվ տենդենցներով: Հողի սեփականաշնորհման հետևանքով ապրանքային արտադրությունը համարյա վերացավ և անցում կատարվեց մանրապրանքային արտադրությանը: Տեղի ունեցան նաև ցանքատարածությունների կառուցվածքի զգալի փոփոխություններ: Ներկայումս գյուղատնտեսության զարգացման հիմնական ցուցանիշների դինամիկան վկայում է նրա ճգնաժամային վիճակի մասին: 90-ական թվականներից սկսած գյուղատնտեսական հողահանդակների տարածքը անընդհատ կրճատվում է: Դա կատարվում է ոչ միայն հողերի դեգրադացման, այլ նաև տնտեսության ճգնաժամային իրավիճակի պատճառով, երբ ոչ բոլոր սեփականատերերն են ի վիճակի մշակել իրենց պատկանող հողերը: Նվազել է գյուղատնտեսական կուլտուրաների բերքատվությունը, վատթարացել նյութատեխնիկական բազան: Ստեղծված սոցիալ-տնտեսական իրադրության հետևանքով սրվել են նաև էկոլոգիական պրոբլեմները:

Գյուղատնտեսական հողահանդակների նվազող կենսաբանական արդյունավետության պայմաններում համարյա դադարեցվել են հողի բերրիության և մելիորացիայի ուղղությամբ կատարվող աշխատանքները: Նվազագույնի է հասել օգտագործվող պարարտանյութերի և թունաքիմիկատների քանակը: Գրեթե դադարեցվել են իռիգացիոն և կուլտուր-տեխնիկական միջոցառումները: Արդյունքում՝ ավելացել են աղուտների և գերխոնավ հողերի մակերեսները: Արարատյան դաշտի հողերի 30 հազար հեկտարը աղակալված է, իսկ 35 հազար հեկտարը՝ գերխոնավացած:

Էրոզիոն պրոցեսների հետևանքով սննդարար նյութերի կորուստը գերազանցում է օգտագործվող պարարտանյութերի քանակը: Թեև կտրուկ նվազել է օգտագործվող թունաքիմիկատների քանակը, սակայն չի պակասել միջավայրի վրա դրանց բացասական ազդեցությունը: Խախտվում են դրանց տե-

դափոխման, պահպանման և օգտագործման կանոնները, շարունակվում են աղտոտվել գրունտային ջրերը: Դրանց պարունակությունը հատկապես բարձր է Արարատյան դաշտի բանջարաբոստանային և այգեգործական կուլտուրաների մշակման վայրերում: Գյուղատնտեսական ցանքատարածությունների ֆիտոսանիտարական վիճակի վատթարացումը դրսևորվում է մոլախոտերի և վնասատուների քանակի ավելացմամբ և գյուղատնտեսական կուլտուրաների բերքի զգալի նվազումով: Արդյունքում, ըստ գյուղատնտեսական նախարարության տվյալների, թույլ և միջին էրոզացված հողերի տարածքը հանրապետությունում կազմում է 1101.4 հազար հեկտար:

Տնտեսության ճգնաժամային վիճակը և պարենային արտադրության նվազումը հանգեցրին էկոլոգատնտեսական պրոբլեմների սրմանը, այդ թվում նաև բնակչության կենսամակարդակի անկմանը: Այսպիսով, գյուղատնտեսական խոշոր տնտեսությունների հողահանդակների „փոշիացումը„ բարդ էկոլոգիական պրոբլեմներ առաջացրեց:

Հողերի դեգրադացման աստիճանի և էկոլոգիական ռիսկի գնահատման համար որպես ուսումնասիրման օբյեկտ ընտրվել է Արարատի մարզի տարածքը, որտեղ դիտվում են բոլոր այն բացասական պրոցեսները և երևույթները, որոնք բնորոշ են Արարատյան դաշտի ողջ տարածքին: Անբարենպաստ գործոնները և նրանց էկոլոգիական վտանգավորությունը բացահայտելու նպատակով կատարվել է բնօգտագործման տարածքային կազմակերպման վերլուծություն:

Արարատի մարզը զբաղեցնում է 207.7 հազար *հա* տարածք: Գյուղատնտեսական հանդակների տեղաբաշխումը ըստ վերընթաց գոտիների տրված է աղյուսակ 1-ում:

Աղյուսակ 1

Վերընթաց գոտիներ	Ամբողջ տարածքը (*հա*)	Այդ թվում՝ գյուղատնտեսական հանդակներ (*հա*)	%
մինչև 1000 *մ*	50837	28468	56
1000–1500 *մ*	75642	40090	53
1500 *մ*-ից բարձր	81221	59291	73
ընդամենը	207700	127849	61.5

Վերջին տասնամյակում մարզում գյուղատնտեսության շրջանառությունից դուրս եկած հողերի մակերեսները անընդհատ ավելանում են: 1999 թ. հողօգտագործման ոլորտից արդեն դուրս էին գրվել 493.5 *հա*, որը կազմում է գյուղատնտեսական հանդակների 0.4 %-ը: Վերջին 3 տարիների ընթացքում դրանց աճի միջին տարեկան տեմպերը կազմել են 31.1 % (աղ. 2):

Աղյուսակ 2

Արարատի մարզի դուրս գրված հողերի դինամիկան ըստ հողատիպերի (հա)

Հողատիպեր	1997թ.	1998թ.	1999թ.	Միջին տարեկան աճի տեմպերը (%)
գյուղատնտեսության մեջ օգտագործվող հողեր	127.2	147.3	190.3	24.8
արոտավայրեր	65.5	110.1	170.6	80.2
ոչ գյուղատնտեսական հողեր	111.3	120.4	132.6	9.5
ընդամենը	304.0	377.8	493.5	31.1

Կատարվել է նաև խախտված հողերի դասակարգում ըստ հողատիպերի վերընթաց գոտիների (աղ. 3):

Աղյուսակ 3

Հողատիպեր	Մինչև 1000մ		1000–1500մ		1500մ-ից ավելի		Ընդամենը	
	հա	%	հա	%	հա	%	հա	%
ոչ գյուղատնտ.հողեր	17.9	9.6	114.7	83.6	-	-	132.6	26.9
չմշակվող հողեր	33.0	11.8	16.0	11.7	-	-	49.0	9.9
աղակալած հողեր	93.0	50.1	6.5	4.7	-	-	99.5	20.1
գերխոնավացած և ճահճացած հողեր	41.8	22.5	-	-	-	-	41.8	8.5
էրոզացված հողեր	-	-	-	-	170.6	100	170.6	34.6
ընդամենը	185.7	100	137.2	100	170.6	100	493.5	100

Դուրս գրված բոլոր տիպի հողերի 37.7 %-ը գտնվում է մինչև 1000մ բարձրություններում (որից 88.2 %-ը կազմում են գյուղատնտեսության մեջ օգտագործվող հողերը), 33.9 %-ը՝ 1000–1500մ և 28.4 %-ը՝ 1500մ-ից բարձր շրջաններում:

Այս ամենը վկայում է, որ Արարատի մարզում տեղի են ունեցել շրջակա միջավայրի վտանգավոր փոփոխություններ, մեծացել է արտակարգ իրավիճակների և, մասնավորապես, հողերի դեգրադացիայի ռիսկի ծագման հավանականությունը: Այն զգալի չափով կարող է արգելակել մարզի հետագա սոցիալ-տնտեսական կայուն զարգացումը:

Նկատի ունենալով համաշխարհային գրականության մեջ օգտագործվող էկոլոգիական իրադրության և նրա ծագման ռիսկ հասկացությունների տարբեր մեկնաբանությունները [1–6], մենք ընտրել ենք այդ հասկացությունների հետևյալ իմաստը: Արտակարգ էկոլոգիական վիճակ ասելով հասկանում ենք բնական պայմանների այն էական փոփոխությունները, որոնք վտանգում են մարդկանց օպտիմալ կենսապահովումը: Վերջինս բնորոշվում է 3 հիմնական պայմաններով. ա) մարդու առողջությանը սատարող, բ) տնտեսությունը բնական ռեսուրսներով ապահովող և գ) բնական երկրահամակարգերը որպես շրջակա միջավայրի անհրաժեշտ տարր պահպանող:

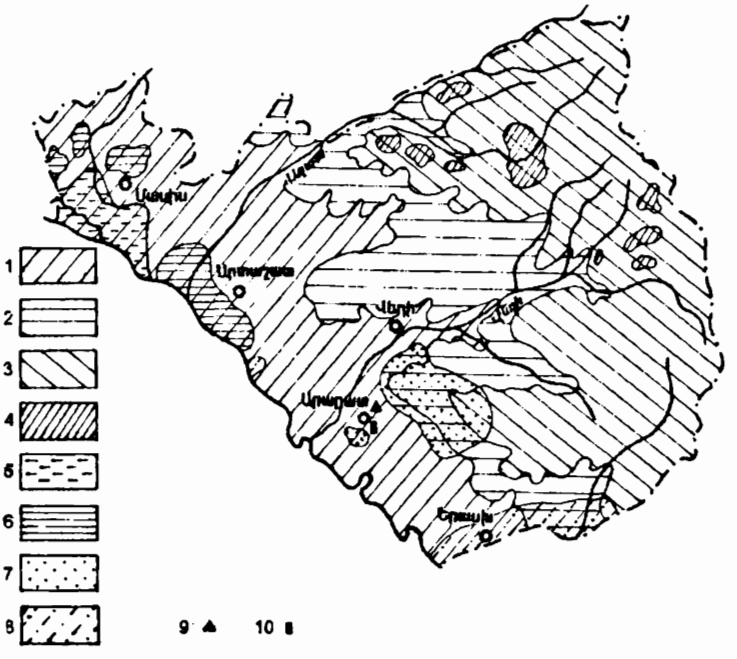
Արտակարգ էկոլոգիական իրավիճակների ռիսկի ծագումը վերը նշված իրադրությունների հնարավորությունն է, շրջակա միջավայրում խախտումների և շեղումների հավանականությունը:

Բ. Պորֆիրևը [7] ռիսկ հասկացությունը կապում է այլ երևույթների հետ, ստեղծելով ռիսկաբանական հետևյալ շարքը. վտանգի աղբյուր–վտանգ–ռիսկ–արտակարգ իրադրություն: Այս դեպքում նույնպես ռիսկը որոշվում է վտանգի միջոցով, այսինքն ռիսկը հնարավոր վտանգն է, նրա հետևանքների քանակական արտահայտվածությունը [8]:

Արտակարգ էկոլոգիական իրավիճակների ծագումը դիտվում է որպես 2 տիպի իրադարձությունների հետևանք. 1) տեխնածին վթարի կամ բնական աղետի հետևանքով շրջակա միջավայրի պայմանների հանկարծակի ու անկանխատեսելի փոփոխություններ և 2) տարածքում աճող անթրոպոգեն ներգործության շնորհիվ էկոլոգիապես կարևոր առանձին բնական հատկանիշների սահմանային մեծություններին աստիճանաբար հասնելու հետևանքով (էկոլոգիական սահման) միջավայրի պայմանների կտրուկ փոփոխություն:

Էկոլոգաաշխարհագրական ուսումնասիրությունների օբյեկտը արտակարգ էկոլոգիական իրավիճակների ծագման երկրորդ տարբերակն է: Այդ տեսակետից առավել կարևոր նշանակություն ունի սաստկացող անթրոպոգեն ծանրաբեռնվածության հետևանքով ծագած էկոլոգիական իրադրությունների վերլուծությունը: Բնական միջավայրում ինքնակամ փոփոխությունների համեմատ անթրոպոգեն փոփոխությունները զգալիորեն արագ են կատարվում և կարող են արձանագրվել անմիջական դիտումներով:

Վերոհիշյալ ընդհանուր դրույթների և ստացված տվյալների հիման վրա կազմվել է Արարատի մարզի էկոլոգիական ռիսկի մեկ բաղադրիչի՝ հողերի դեգրադացիայի ռիսկի ծագման քարտեզ-սխեման: Քարտեզի կազմման ժամանակ օգտագործված տեսական դրույթները և մեթոդական մոտեցումները հիմնված են ռիսկի վերաբերյալ էկոլոգաաշխարհագրական ուսումնասիրություններում ընդունված ընդհանուր պատկերացումների, ինչպես նաև էկոլոգիական պրոբլեմի բացահայտման, դրանց ծագման պայմանների գնահատման և տարածական տեղայնացման վրա:



Արարատի մարզի հողերի դեգրադացման ռիսկի քարտեզ-սխեմա

Դեգրադացման ռիսկի ծագման արեալներ՝ 1 – բարձր աստիճանի, 2 – միջին, 3 – ցածր աստիճանի: Դեգրադացված տարածքներ՝ 4 – էրոզացված հողեր, 5 – գերխոնավացած և ճահճակալած հողեր, 6 – աղակալած հողեր, 7 – հանքարդյունաբերության հետևանքով դեգրադացված հողեր: 8 – չմշակվող հողեր: Արդյունաբերական օբյեկտներ, որոնք նպաստում են հողերի դեգրադացմանը՝ 9 – Արարատի ցեմենտի գործարան, 10 – Արարատի ոսկու կորզման ֆաբրիկա:

Քարտեզ-սխեմայի վրա տրված են արդեն դեգրադացիայի ենթարկված տարածքները, դրանց նպաստող որոշ արդյունաբերական օբյեկտները և դեգրադացման ռիսկի ծագման արեալները: Առանձնացվել են հողերի դեգրադացման ռիսկի ծագման աստիճանները:

1. Ռիսկի ծագման բարձր աստիճան դիտվում է մարզի գոգավորության բուն հատակային մասում (մինչև 1000*մ* բարձրությունները): Այն բնութագրվում է հողերի զգալի և թույլ կարգավորվող փոփոխություններով: Գրունտային ջրերի մակարդակի բարձրացման հետևանքով այստեղ դիտվում են հողերի երկրորդային աղակալման, գերխոնավացման և ճահճացման պրոցեսներ: Տեղի է ունենում հողերի կառուցվածքի փոշիացում և քիմիական կազմի փոփոխություն: Արդեն հողօգտագործման ոլորտից դուրս են եկել 167.8*հա* հողահանդակներ: Այդպիսի իրավիճակը ստեղծվել է նախալեռնային և հարթավայրային շրջաններում հողերի չհամակարգված ոռոգման հետևանքով: Ներծծվող ավելցուկային ջրերը կուտակվում են գոգավորության ցածրադիր մասում և խթանում աղակալման ու ճահճացման պրոցեսները:

2. Ռիսկի ծագման միջին աստիճան դիտվում է մարզի լեռնային շրջաններում (1500*մ*-ց բարձր): Բնութագրվում է հողերի մասնակի կորստով: Սեփականաշնորհումից հետո մարզում կտրուկ աճել է անասունների գլխաքանակը և մեծացել է արոտավայրերի ծանրաբեռնվածությունը: Այստեղ չեն պահպանվում խոտհարքերի և արոտավայրերի շահագործման ֆիտոկանոնները: Մարզի տարածքի յուրաքանչյուր 100*հա* արոտավայրին բաժին է ընկնում 90 խոշոր և 80 մանր եղջերավոր անասուն [9]; Արոտներում ինտենսիվ արածացման և խոտհարքերի ամենամյա կենսազանգվածի հեռացման պատճառով բուսածածկը չի հասցնում վերականգնվել, առաջանում են լերկ տարածքներ և նպաստավոր պայմաններ են ստեղծվում էրոզիայի համար: Այդպիսի տարածքների ընդհանուր մակերեսը կազմում է 170.6*հա*: Այս գոտում իրավիճակը համեմատաբար բարվոք է, քանի որ դեգրադացման օջախները նոր են ձևավորվում և այդ պրոցեսը հնարավոր է դարձնել կառավարելի:

3. Հողերի դեգրադացիայի ռիսկի ծագման ցածր աստիճան դիտվում է մարզի նախալեռնային գոտում (1000–1500*մ* բարձրությունների վրա), որը առավել քիչ է ենթարկված դեգրադացիայի: Այստեղ օգտագործման ոլորտից դուրս են եկել ընդամենը 6.5*հա* հողատարածքներ: Սակայն այս միջանկյալ գոտում մեծ են արդյունաբերության հետևանքով դեգրադացված հողերի տարածքները (114.7*հա*)՝ կապված Արարատի ցեմենտի գործարանի համար բաց եղանակով կրաքարերի արդյունահանման և Արարատի ոսկու կորզման ֆաբրիկայի թափոնների հետ: Այս գոտում տեղի են ունենում ռելիեֆի զգալի փոփոխություններ: Շահագործվող կրաքարային հանքավայրերի տարածքները վերածվել են "լուսնային լանդշաֆտների":

Բնապահպանական միջոցառումներ անցկացնելու դեպքում Արարատի մարզի հողերի դեգրադացման ռիսկի քարտեզը կարող է օգտագործվել որպես սկզբնական կողմնորոշիչ նյութ հետագա մանրամասն ուսումնասիրություններ կատարելու նպատակով:

Ներկայումս էկոլոգիական բարձր ռիսկ ունեցող շրջաններում կենսագործունեության հիմնարար սկզբունքը պետք է լինի "ապրել ռիսկի հետ" հայեցակարգը: Ռիսկը պետք է դիտել որպես կենսագործունեության անքակտելի մաս՝ իրադարձությունների շղթայի մեջ այն չդիտելով իբրև պատահական կամ հազվագյուտ բնույթի ֆենոմեն:

Քարտեզագրության և գեոմորֆոլոգիայի ամբիոն,
ֆիզիկական աշխարհագրության ամբիոն

Ստացվել է 12.06.2001

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1. **Реймерс Н.Ф.** Природопользование. Словарь-справочник. М., 1990, 637 с.
2. **Мягков С.М.** География природного риска. М., 1995, 224 с.
3. **Малашевич Е.В.** Краткий словарь по охране природы. Минск, 1987, 215 с.
4. **Кочуров Б.И.** – Изв. РАН, сер. Геогр., 1992, №2, с. 112–122.
5. **Трофимов А.М., Котляков В.М., Селиверстов Ю.П., Зайнуллина А.Р.** – Изв. РГО, 1999, вып. 4, с. 1–8.
6. **Григорьев Ал.А., Кондратьев К.Я.** – Изв. РГО, 1998, вып. 4, с. 1–9.
7. **Порфирьев Б.Н.** Государственное управление в чрезвычайных ситуациях: анализ, методология и проблемы организации. М., 1991, 136 с.
8. Գագինյան Ռ.Խ. – ԵՊՀ Գիտական տեղեկագիր, 1991, №1, էջ 115–118:
9. Մկրտչյան Ռ.Ս., Հարությունյան Ն. Անապատացման ուժեղացման ֆիզիկաաշխարհագրական և սոցիալ-տնտեսական նախադրյալները Արարատի մարզում: Դեպի Հայաստանի կայուն զարգացում: Հատ. 2, Եր., 1999, էջ 45–48:

Р.Х. ГАГИНЯН, П.Г. ДАВТЯН, А.В. ХОЕЦЯН

ОЦЕНКА РИСКА ДЕГРАДАЦИИ ПОЧВ АРАРАТСКОЙ КОТЛОВИНЫ НА ПРИМЕРЕ АРАРАТСКОЙ ОБЛАСТИ

Резюме

С 1990 г. в результате приватизации земель государство утратило основные функции управления и контроля за почвенными ресурсами, что привело к негативным изменениям и обострениям геоэкологических проблем. В 1999 г. в области уже вышли из оборота 493.5*га* (0.4%) сельскохозяйственных земель. На основании данных изучения типов деградированных земель по высотным поясам приведена классификация степени возникновения риска. Выделены и закартированы три градации степени риска чрезвычайной экологической ситуации (ЧЭС). Для каждого ареала определены основные проблемы, дальнейшее обострение которых в результате усиления антропогенной нагрузки может привести к возникновению внутри данного ареала ЧЭС локального уровня. Сильная степень риска возникновения ЧЭС характеризуется значительными и слабокомпенсируемыми изменениями, утратой почв (засоление, заболачивание), средняя – частичными потерями природно-ресурсного потенциала (распространение эрозии почв), низкая – наиболее слабым деградированием с частичными потерями почв (карьеры и отвалы наземных выработок известняка).

R.Kh. GAGINIAN, P.G. DAVTIAN, A.V.KHOETSIAN

THE ESTIMATION OF THE RISK OF DEGRADATION OF THE SOILS OF ARARAT HOLLOW ON THE MODEL OF ARARAT REGION

Summary

The government has lost the main functions of management and the control of soil resources as a result of privatization of soils since 1990 which led to negative changes and aggravation of geoecological problems.

In 1999 493.5 (0.4%) hectares of agricultural grounds were already out of use in the region. The classification of the degree of the origin of risk has been carried out according to the data of studies of the types of degradation soils of high-altitude zones.

Three gradations of the degree of the risk of extraordinary ecological situation have been distinguished and mapped.

The main problems for each area have been determined, the further aggravation of which may lead to the origin of extraordinary ecological situation of local level in the given area as a result of strengthening of anthropogenic load. The high degree of the risk of the origin of extraordinary ecological situation is characterized by considerable and weakly compensating changes and the loss of soils (salinization, bogging up), the average degree is characterized by partial losses of natural resources potential (spreading of soil erosion) and the low degree is characterized as the most weakly degrading with partial losses of soil (sand-pits and dumps of surface output of limestone).

Математика

УДК 517.5

Г.А. БАГДАСАРОВА

КРИТЕРИИ КОНЕЧНОМЕРНОСТИ КОМПАКТНЫХ ВЫПУКЛЫХ МНОЖЕСТВ

Пусть X – локально выпуклое пространство, A – компактное выпуклое подмножество X, $E_n A, n \geq 1$, – множество всех n-крайних точек множества A.

В настоящем сообщении для множества A в терминах множеств $E_n A$ сформулированы и доказаны критерии конечномерности A.

1^0. Пусть X – локально выпуклое пространство, A – компактное выпуклое подмножество X.

Определение 1. Точки $x_1, x_2, ..., x_{m+1}$ из X аффинно-независимы, если точки $x_2 - x_1$, $x_3 - x_1, ..., x_{m+1} - x_1$ линейно независимы.

Аффинная независимость точек $x_1, x_2, ..., x_{m+1}$ эквивалентна следующему факту: из системы уравнений $\sum_{k=1}^{m+1} \lambda_k . x_k = 0$, $\sum_{k=1}^{m+1} \lambda_k = 0$ следует $\lambda_1 = \lambda_2 = ... = \lambda_{m+1} = 0$ (см. [1], с. 130).

Определение 2. Множество A имеет размерность n, если в A имеется n (имеется $n+1$) и не имеется $n+1$ (не имеется $n+2$) линейно независимых (аффинно-независимых) точек из X.

Понятие крайней точки множества A (см. [1]) позволяет формулировать с ее помощью критерии конечномерности множества A. Пусть $D_{n+1} A$, $n \geq 1$, – множество выпуклых комбинаций не более чем n крайних точек A. Тогда (см. [2]) для конечномерности A необходима и достаточна выпуклость $D_{n+1} A$ при некотором n.

В работе [3] введено понятие n-крайней точки, обобщающее понятие крайней точки.

Определение 3. Точка $x \in A$ называется n-крайней точкой A, если не существуют аффинно-независимые точки $x_1, x_2, ..., x_{n+1}$ из A и положительные числа $\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_{n+1}$, такие, что $\sum_{k=1}^{n+1} \lambda_k . x_k$, $\sum_{k=1}^{n+1} \lambda_k = 1$.

Пусть $E_n A$ – множество n-крайних точек A. Тогда $E_1 A$ – множество крайних точек A.

Определение 3 равносильно следующему факту: точка $x \in A$ является n-крайней точкой A, если она не представима в виде среднего арифме-

тического аффинно-независимых $n+1$ точек из A. ♦

В настоящем сообщении доказываются следующие два критерия конечномерности A в терминах множеств $E_n A$, $n \geq 1$.

Теорема 1. Для конечномерности A необходимо и достаточно существование числа n, для которого $E_{n+1} A$ выпукло. Более того, минимальное n, для которого $E_{n+1} A$ выпукло, совпадает с $\dim A$, где $\dim A$ – размерность A.

Теорема 2. Пусть A имеет счетную базу. Тогда для конечномерности A необходимо и достаточно существование числа n такого, что

$$E_{n+1} A = E_{n+2} A = \ldots \tag{1}$$

и множество $E_{n+1} A$ замкнуто.

Замечание 1. Из определения 3 следует

$$E_1 A \subseteq E_2 A \subseteq \ldots. \tag{2}$$

С другой стороны (см. [3]),

$$E_{n+1} A \subseteq D_{n+1} A, \qquad n \geq 1. \tag{3}$$

Поэтому теорема 1 сильнее вышесформулированного утверждения из [2]. ♦

2^0. Мы используем следующие факты из [3–4].

а) Если A конечномерно, то

$$Int\, A = E_{\dim A+1} A \setminus E_{\dim A} A, \quad \partial A = E_{\dim A} A, \tag{4}$$

где $IntA$ и ∂A – множества внутренних и граничных точек A соответственно.

б) Если A содержит счетную базу, то

$$A = \overline{\bigcup_{n \geq 1} E_n A} \tag{5}$$

в смысле топологии пространства X, где верхняя линия означает знак замыкания.

Докажем теорему 1. Пусть $\dim A = n$. Из (4) следует

$$A = E_{n+1} A, \tag{6}$$

что влечет выпуклость $E_{n+1} A$.

Обратно, пусть $E_{n+1} A$ выпукло при некотором n. Согласно (2) $E_1 A \subseteq E_{n+1} A$. Поэтому $D_{m+1} A \subseteq E_{n+1} A$ при всех $m \geq 1$. В частности $D_{n+1} A \subseteq E_{n+1} A$, что вместе с (3) влечет $D_{n+1} A = E_{n+1} A$. По вышеприведенному критерию конечномерности A в терминах $D_n A$, A конечномерно.

Докажем второе утверждение теоремы 1. Если $\dim A = n$, то в силу (4) верно (6) и $E_{n+1} A$ выпукло. Допустим, найдется $k < n$ такое, что $E_{k+1} A$ выпукло. Тогда, как показано выше, $A = E_{k+1} A$ и из-за $n > k$ $E_{n+1} A \setminus E_n A$ пусто. Согласно (4) $IntA$ пусто. Это противоречит наличию внутренних точек у конечномерного выпуклого A.

Обратно, пусть n – минимальное число, для которого $E_n A$ выпукло. Тогда, как показано выше, верно (6) и $\dim A \leq n$. Если $\dim A < n$, то $E_{\dim A+1} A$ выпукло. Это противоречит минимальности n. ♦

Докажем теорему 2. Если $\dim A = n$, то верно (6). Из компактности A следует замкнутость A, а из (см. (2)) $A = E_{n+1}A \subseteq E_{n+2}A \subseteq \ldots \subseteq A$ следует (1). Более того, имеет место строгое включение $E_n A \subset E_{n+1}A$. Действительно, если $E_n A = E_{n+1}A$, то верно (6) и $E_n A$ выпукло. Значит, $\dim A < n$. Поэтому $\dim A$ – минимальное n, для которого верно (1).

Обратно, если $E_{n+1}A$ замкнуто и верно (1), то в силу (5) справедливо (6). Если в A найдется $n+2$ аффинно-независимых точек, то их среднее арифметическое не будет принадлежать $E_{n+1}A$. Значит, $A \setminus E_{n+1}A$ непусто, что противоречит (6).

Итак, $\dim A \le n$. Если $\dim A < n$, где n – минимальное число в (1), то в силу необходимости теоремы 2 $E_n A$ замкнуто и (1) верно с заменой n на $n-1$. Это противоречит минимальности n.♦

Приношу признательность профессору Э.А. Даниеляну за внимание к настоящему сообщению.

Кафедра математических методов и моделирования

Поступило 06.11.2001

ЛИТЕРАТУРА

1. **Рудин У.** Функциональный анализ. М.: Мир, 1975, 443с.
2. **Багдасарова Г.А.** О конечномерности компактных выпуклых подмножеств локально выпуклого пространства. – Материалы конф. по прикл. и промыш. мат. Йошкар–Ола, 2001, 1–6 декабря.
3. **Даниелян Э.А, Мовсисян Г. С., Таталян К. Р.** – ДАН Арм. ССР, 1991, 92, №2, с. 69–75.
4. **Даниелян Э.А, Мовсисян Г.С.** Замечание к теореме Крейна–Мильмана. В сб.: Вероятность и оптимизация. Ер.: Изд-во ЕГУ, 1991, т.1, с. 20–24.

Գ.Ա. ԲԱՂԴԱՍԱՐՈՎԱ

ԿՈՄՊԱԿՏ ՈՒՌՈՒՑԻԿ ԲԱԶՄՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՎԵՐՋԱՎՈՐ ՉԱՓՈՂԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՀԱՅՏԱՆԻՇՆԵՐ

Ամփոփում

Դիցուք X-ը՝ լոկալ ուռուցիկ տարածություն է, A-ն՝ X- ի կոմպակտ ուռուցիկ ենթաբազմություն, E_nA-ն՝ A-ի n-ծայրակետերի բազմությունն է:

Աշխատանքում E_nA բազմությունների տերմիններով ձևակերպված և ապացուցված են A բազմության վերջավոր չափողականության երկու հայտանիշներ:

G.A. BAGHDASAROVA

CRITERIA OF COMPACT CONVEX SETS' FINITE DIMENSIONALITY

Summary

Let A be a compact convex subset of a locally convex X space, $E_n A$, $n \ge 1$, be a set on n-extremaly points of the A set.

In the present note criteria of the A set's finite dimensionality are formulated and proved in terms of the $E_n A$ sets.

ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆԻ ԳԻՏԱԿԱՆ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ ЕРЕВАНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

Բնական գիտություններ 1, 2002 Естественные науки

Механика

УДК 62. 50

В.Р. БАРСЕГЯН

О ЗАДАЧЕ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ПОЭТАПНО МЕНЯЮЩИМИСЯ ЛИНЕЙНЫМИ СИСТЕМАМИ С ФАЗОВЫМИ ОГРАНИЧЕНИЯМИ В ПРОМЕЖУТОЧНЫЕ МОМЕНТЫ ВРЕМЕНИ

Исследована задача оптимального управления поэтапно меняющимися линейными системами с фазовыми ограничениями в промежуточные моменты времени при заданном критерии качества на всем промежутке времени и предложен способ решения.

Пусть движение управляемой поэтапно меняющейся линейной системы описывается векторными дифференциальными уравнениями

$$\dot{x}_k = A_k(t)x_k + B_k(t)u_k \quad (k = 1,\dots,m+1), \tag{1}$$

где $x_k(t) \in R^n$ – фазовый вектор системы, $A_k(t) - (n \times n)$-мерная, $B_k(t) - (n \times r_k)$-мерная измеримые ограниченные матрицы функции при $t_0 \le t \le T$ (t_0 и T – заданные моменты времени) $u_k(t) - r_k$-мерный вектор-столбец управляющих воздействий, компоненты которого считаются измеримыми ограниченными функциями.

Заданы начальное $x_1(t_0) = a_0$ и конечное $x_{m+1}(T) = a_{m+1}$ значения фазового вектора управляемой системы.

Предполагается, что в некоторые промежуточные моменты времени

$$t_0 < t_1 < \dots < t_m < t_{m+1} = T$$

фазовая точка $x_k(t_k)$ принадлежит некоторому компактному множеству

$$x_k(t_k) \in X_k \subset R^n \quad (k = 1,\dots,m) \tag{2}$$

и что для движения системы (1) выполняются условия $x_k(t_k) \equiv x_{k+1}(t_k)$ $(k = 1,\dots,m)$.

Пусть на промежутке времени $[t_0, T]$ задан функционал

$$æ\,[u_1(\cdot),\dots,u_{m+1}(\cdot)]. \tag{3}$$

Требуется найти оптимальные управляющие воздействия $u_k^0(t), t \in [t_0, T]$ $(k = 1,\dots,m+1)$, переводящие систему (1) из состояния $x_1(t_0)$ через промежуточные состояния (2) в конечное состояние $x_{m+1}(T)$, и минимизирующие функционал (3).

Представляя решение уравнения (1) на k-ом этапе (т.е. на промежутке

времени $[t_{k-1}, t_k]$) по формуле Коши, получим следующие интегральные соотношения [1] :

$$\int_{t_{k-1}}^{t_k} H_k[t_k,\tau]u_k(\tau)d\tau = c_k(t_{k-1},t_k) \ (k=1,...,m+1), \qquad (4)$$

где $c_k(t_{k-1},t_k) = x_k(t_k) - X_k[t_k,t_{k-1}]x_k(t_{k-1})$ – постоянный вектор для каждого k $(k=1,...,m+1)$, $H_k[t_k,\tau] = X_k[t_k,\tau]B_k(\tau)$, а $X_k[t_k,\tau]$ – нормированная фундаментальная матрица решения однородной части уравнения (1).

Целесообразно интегральные условия (4) представить в виде

$$\int_{t_0}^{T} H[\tau]U(\tau)d\tau = C(t_0,...,t_{m+1}), \qquad (5)$$

где $H[\tau]$ – блочная матрица с размерностью $n(m+1)\times\left(\sum_{k=1}^{m+1} r_k\right)$; $U(\tau)-\left(\sum_{k=1}^{m+1} r_k\right)$-мерный, $C(t_0,...,t_{m+1})$ – $n(m+1)$-мерные блочные векторы-столбцы соответственно с блоками векторов $u_k(\tau)$ и $c_k(t_{k-1},t_k)$ [2].

Левая часть (5) рассматривается как линейная операция, порожденная функциями $U(\tau)$ на отрезке $[t_0,T]$ [1]. Задача отыскания минимума функционала (3) с интегральными условиями (5) решается по изложенным в [2, 3] способам.

Можно предположить, как в [2], что в моменты времени $t_k(k=1,...,m+1)$ заданы только части фазовых координат вектора $x_k(t_k)$, т.е. если заданные координаты пронумеровать по порядку, то их можно представить так:

$$\left\{x_k^{(1)}(t_k),...,x_k^{(i_k)}(t_k)\right\} \quad (i_k \le n; k=1,...,m+1). \qquad (6)$$

Остальные координаты в момент времени $t_k(k=1,...,m+1)$ могут принимать любые значения.

Минимум функционала (3) с условиями (2) или (6) будет достигать при управляющих воздействиях

$$u_k^0(t) = u_k^0\left(t_0,t;x_k^{(j)}(t_{k-1}),x_k^{(j)}(t_k);j=1,...,i_k\right) \ (k=1,...,m+1). \qquad (7)$$

Поэтому значение функционала для управления (7) зависит от координат фазового вектора, т.е.

$$æ[u_1^0(\cdot),...,u_{m+1}^0(\cdot)] = æ[x_k^{(1)}(t_k),...,x_k^{(i_k)}(t_k);k=1,...,m+1]. \qquad (8)$$

Следовательно, с помощью выбора координат фазового вектора $x_k(t_k)$ можно найти минимум значения функционала (8).

Кафедра теоретической механики ЕГУ

Поступило 18.12.2001

ЛИТЕРАТУРА

1. **Красовский Н.Н.** Теория управления движением. М.: Наука, 1968.
2. **Барсегян В.Р.** – Изв. НАН Армении, Механика, 1999, т. 52, N 2.
3. **Габриелян М.С.** – Ученые записки ЕГУ, 1973, N 3.

Վ.Ռ. ԲԱՐՍԵՂՅԱՆ

ԷՏԱՊ ԱՌ ԷՏԱՊ ՓՈՓՈԽՎՈՂ ԳԾԱՅԻՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐԻ ՕՊՏԻՄԱԼ ՂԵԿԱՎԱՐՄԱՆ ԽՆԴՐԻ ՄԱՍԻՆ ԺԱՄԱՆԱԿԻ ՄԻՋԱՆԿՅԱԼ ՊԱՀԵՐԻՆ ԴՐՎԱԾ ՖԱԶԱՅԻՆ ՍԱՀՄԱՆԱՓԱԿՈՒՄՆԵՐԻ ԴԵՊՔՈՒՄ

Ամփոփում

Ուսումնասիրված է էտապ առ էտապ փոփոխվող ժամանակի միջանկյալ պահերին դրված ֆազային սահմանափակումներով գծային համակարգերի օպտիմալ ղեկավարման խնդիրը, երբ որակի հայտանիշը տրված է ժամանակի ամբողջ միջակայքի վրա և առաջադրված է լուծման եղանակ:

V.R. BARSEGHIAN

ABOUT A PROBLEM OF OPTIMAL CONTROL OF STEPWISE CHANGING LINEAR SYSTEMS WITH PHASE STATES RESTRICTIONS IN INTERMEDIATE MOMENTE

Summary

Problem of optimal control of stepwise changing linear systems with phase restrictions in intermediate instants is investigated at a specific criterions of quality on the whole time interval and method of a solution is offered.

ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆԻ ԳԻՏԱԿԱՆ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ ЕРЕВАНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

Բնական գիտություններ 1, 2002 Естественные науки

Биология

УДК 577.158.45:616–008.9–074

И.В. ГОГИНЯН, Дж.А. ГЕВОРКЯН, Дж.А. ВАРДАНЯН

СРАВНИТЕЛЬНОЕ ИЗУЧЕНИЕ АКТИВНОСТИ ЛЕЙЦИН-АМИНОТРАНСФЕРАЗЫ ХРОМАТОГРАФИЧЕСКИМ И КОЛОРИМЕТРИЧЕСКИМ МЕТОДАМИ

Показана возможность применения модифицированного колориметрического метода для определения активности лейцин-аминотрансферазы, выделенной из печени кур и из поджелудочной железы крыс.

Лейцин-аминотрансфераза (Л-лейцин : 2-оксоглутарат аминотрансфераза, КФ 2.6.1.6) широко представлена во всех органах и тканях различных животных [1–3]. Определение активности данного фермента имеет как научное, так и практическое значение с точки зрения применения его в клинико-биохимических лабораториях при диагностике острых панкреатитов, рака поджелудочной железы и др. патологий [4]. Отсюда возникает необходимость в разработке легкого и доступного метода определения активности указанного фермента, т. к. существующий хроматографический метод сложный, многостадийный и требует дефицитных дорогостоящих реактивов [1].

Целью настоящего исследования явилось сравнительное изучение активности лейцин-аминотрансферазы хроматографическим и предложенным нами модифицированным колориметрическим методами [5]. Последний основан на определении образовавшейся в ходе ферментативной реакции α-кетоизокапроновой кислоты, которая в реакции с 2,4-динитрофенилгидразином (ДНФГ) в щелочной среде образует гидразон бурого цвета, последний определяется колориметрически при длине волны 500–560*нм* на ФЭК-56 ПМ.

Материал и методика. Объектом исследования служили поджелудочная железа крысы (обладающая высокой активностью лейцин-аминотрансферазы) и печень кур (обладающая небольшой активностью). Подготовка ферментного препарата и определение трансаминазной активности хроматографическим методом описаны ранее [6].

Результаты и обсуждение. Полученные данные (см. табл.) свидетельствуют о том, что предложенный колориметрический метод определения активности лейцин-аминотрансферазы по своей чувствительности лишь незначительно уступает хроматографическому (для удобства сравнения активность фермента в обоих методах выражена в *мкмоль* глутаминовой кислоты на *1г* ткани).

Это позволило продолжить сравнительное изучение указанных методов на новом уровне, в частности в опытах по выявлению возможных изоферментов лейцин-аминотрансферазы гельфильтрацией бесклеточного экстракта печени кур (на сефадексе G–200) с последующим определением ферментативной активности во всех белоксодержащих фракциях.

Сравнение хроматографического и колориметрического методов определения активности лейцин-аминотрансферазы

Методы	Активность, мкмоль глу/г свежей ткани	
	поджелудочная железа крысы (n=10)	печень кур (n=6)
хроматографический	186,66±4,03	38,2±1,12
колориметрический	183,66±2,86	34,3±1,37

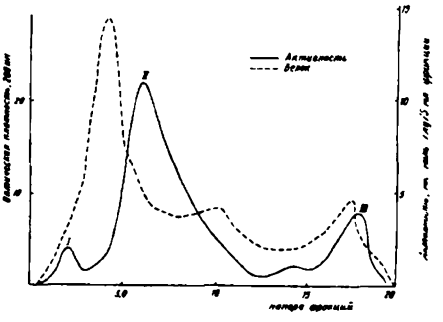


Рис.1. Кривые гельфильтрации бесклеточного экстракта печени кур (хроматографический метод).

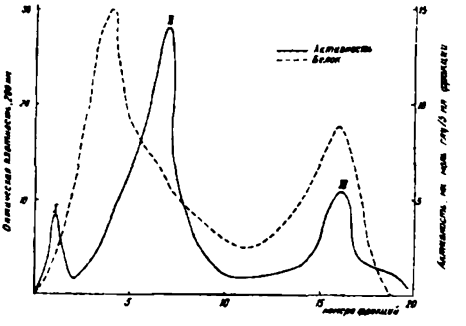


Рис. 2. Кривые гельфильтрации бесклеточного экстракта печени кур на сефадексе G–200 (ДНФГ метод).

Полученные данные (рис.1,2) позволяют заключить, что в обоих методах выявляется идентичная картина распределения лейцин-аминотрансферазы: основная ее активность фильтруется с высокомолекулярными белками (во фракциях 4–8) и небольшая – с низкомолекулярными (во фракциях 5–17).

Таким образом, вышеизложенные данные свидетельствуют о возможности применения упрощенного, модифицированного нами метода определения активности лейцин-аминотрансферазы в дальнейших исследованиях.

Научно-исследовательская лаборатория сравнительной и эволюционной биохимии

Поступило 17.09.2001

ЛИТЕРАТУРА

1. **Cappuccino C.C., Kadowaki H., Knox W.E.** – Enzyme, 1978, v.23, N5, p.328.
2. **Goto M., Shinno H., Ichihara A., Gann J.** – Cancer Res., 1977, v.68, N5, p.663.
3. **Hutson S.M., Berkich D., Drown P., Xu Beiyang, Aschner Michael., La Nowne Kathryn.** – J. Neurochem., 1998, v.71, N2, p. 147.
4. **Геворкян Дж.А., Саакян И.Л., Симаворян П.С., Арустамян Э.З.** – Лабор. дело, 1986, №3, с.149.

5. **Саакян И.Л., Геворкян Дж.А., Симаворян П.С., Арустамян Э.З.** – Ж. экспер. клин. мед., 1986, т.26, №2, с.135.
6. **Давтян М.А., Хачатрян Г.Дж., Гогинян И.В.** – Ученые записки ЕГУ, 1989, №2, с.82.

Ի.Վ. ԳՈԳԻՆՅԱՆ, Ջ.Ա. ԳԵՎՈՐԳՅԱՆ, Ջ.Հ. ՎԱՐԴԱՆՅԱՆ

ԼԵՅՑԻՆ-ԱՄԻՆԱՏՐԱՆՍՖԵՐԱԶԱՅԻՆ ԱԿՏԻՎՈՒԹՅԱՆ ՀԱՄԵՄԱՏԱԿԱՆ ՈՒՍՈՒՄՆԱՍԻՐՈՒԹՅՈՒՆԸ ՔՐՈՄԱՏՈԳՐԱՖԻԿ ԵՎ ԳՈՒՆԱՉԱՓԱԿԱՆ ՄԵԹՈԴՆԵՐՈՎ

Ամփոփում

Ցույց են տրված լեյցին-ամինատրանսֆերազային ակտիվության որոշման համար առաջարկվող գունաչափական (կոլորիմետրիկ) մեթոդի առավելությունները քրոմատոգրաֆիկ մեթոդի նկատմամբ: Գիտափորձերում ֆերմենտի համեմատական ակտիվությունը որոշվել է առնետի ենթաստամոքսային գեղձի և հավի լյարդի հյուսվածքներում:

I.V. GOGINIAN, J.A. GEVORKIAN, J.H. VARDANIAN

A COMPARATIVE STUDY OF LEUCINE-AMINOTRANSFERASE ACTIVITY DETERMINED BY CHROMATOGRAPHIC AND COLORIMETRIC METHODS

Summary

The advantages of the proposed colorimetric method is demonstrated in the experiments for determination of the activity of leucine-aminotransferase in pancreatic and liver tissues.

ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆԻ ԳԻՏԱԿԱՆ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ ЕРЕВАНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

Բնական գիտություններ 1, 2002 Естественные науки

Биология

УДК 663.12

Л.А. НАВАСАРДЯН

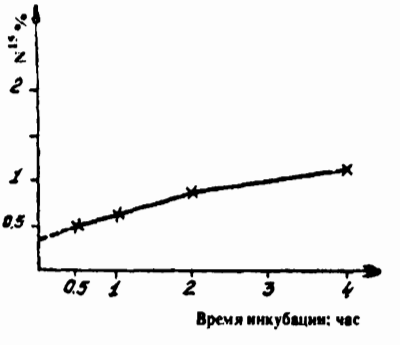
ВКЛЮЧЕНИЕ N^{15} В БЕЛКИ ДРОЖЖЕЙ *CANDIDA GUILLIERMONDII WKM U–42*

Рассмотрен вопрос биосинтеза белка в дрожжах, подвергнутых азотному голоданию, после восстановления нормального питания.

Обмен валина-N^{15} и включение N^{15} в общий белок дрожжей *Candida guilliermondii* и в отдельные его аминокислоты показывают неравномерный анаболизм различных белков в течение восстановления азотного питания голодавших дрожжей.

В настоящее время кормовые дрожжи, в том числе дрожжи рода *Candida*, имеют народнохозяйственное значение в связи с очевидным дефицитом белка в мировом масштабе. В этом аспекте представляет интерес изучение фракционного состава белков дрожжевых клеток, а также содержание в них разных аминокислот. В литературе имеются данные таких исследований с применением метода меченых атомов (N^{15} и C^{14}). В частности исследованы проникновение валина-N^{15} в запасный фонд дрожжей *C. guilliermondii WKM U–42* [1], метаболическое включение C^{14} в белки *C. tropicalis* [2]. Нами исследуется включение валина-N^{15} в суммарный белок голодавших по азоту дрожжей *C. guilliermondii WKM U–42* после восстановления нормального питания.

Полученные нами экспериментальные данные позволили заключить, что при азотном голодании происходят глубокие количественные и качественные сдвиги в белковых фракциях дрожжей и что при азотном голодании дрожжей количество суммарного белка не меняется, хотя количество общего азота снижается. Ранее было предположено [3], что это происходит вследствие образования белков, содержащих преимущественно аминокислоты с высоким молекулярным весом.



Включения N^{15} в суммарный белок голодавших по азоту дрожжей *C. guilliermondii WKM U–42* при инкубации в присутствии валина-N^{15}.

Изменения фракционного состава, а также субфракционных сдвигов белка проводились посредством изучения включения тяжелого изотопа N^{15} в суммарный белок клетки, а также в отдельные аминокислоты, входящие в состав белков

вследствие их обмена.

В этой серии экспериментов предварительно голодавшие дрожжи были перенесены в полноценную питательную среду, содержащую в качестве единственного источника азота валин-N^{15}. Далее была исследована динамика включения N^{15} в суммарный белок дрожжей (см. рис.). Как показывает приведенный график, N^{15} обнаруживается в суммарном белке, начиная с 30*мин* инкубации, и постепенно нарастает в последующие часы инкубации. Этот факт свидетельствует о том, что сразу же после восстановления азотного питания предварительно голодавших дрожжей аминокислоты включаются в биосинтез белков.

Включение N^{15} в аминокислоты белка голодавших по азоту дрожжей C. guilliermondii при инкубации в нормальной питательной среде в присутствии валина-N^{15}

Аминокислоты	Процентное содержание N^{15}	
	30 *мин*	480 *мин*
цистеин	0.73	1.21
лизин	0.62	3.54
аргинин	0.92	2.26
аспарагиновая кислота	0.62	1.62
серин	0.71	2.42
глицин	0.82	2.23
глутамин. кислота+треонин	0.95	2.80
аланин	0.90	2.75
пролин	0.60	1.80
валин	2.10	4.60
фенилаланин	1.80	4.00
лейцин	1.54	2.63

В этих условиях нами исследовалось и процентное содержание N^{15} в отдельных аминокислотах гидролизата суммарного белка. Соответствующие данные приведены в таблице. Они показывают, что, как и следовало ожидать, через 30*мин* после инкубации наибольший процент N^{15} обнаруживается в валине, несколько меньше – в фенилаланине и лейцине и значительно ниже – в других аминокислотах. Через 480*мин* (8*ч*) инкубации содержание N^{15} в валине остается наивысшим, оно заметно возрастает и в ряде других аминокислот, особенно в лизине и глутаминовой кислоте, которые в этом отношении даже превалируют над лейцином. Таким образом, в разные периоды инкубации интенсивность включения отдельных аминокислот в биосинтез белков не одинакова. Это можно объяснить неравномерным анаболизмом различных белковых фракций в течение восстановления азотного питания голодавших дрожжей.

Кафедра биохимии

Поступило 20.09.2001

ЛИТЕРАТУРА

1. **Тер-Карапетян М.А.** и др. Второй всесоюзный биохимический съезд: Тезисы секционных сообщений. Ташкент, 1969, с. 154.
2. **Рачинский В.В.** – Прикладная биохимия и микробиология, 1971, т.7, вып. 6.
3. **Давтян М.А., Багдасарян Е.Г., Навасардян Л.А.** – Биол. ж. Армении, 1973, т. XXVI, №4, с. 23–27.

Լ.Հ. ՆԱՎԱՍԱՐԴՅԱՆ

N^{15}-Ի ՆԵՐԱՌՈՒՄԸ *CANDIDA GUILLIERMONDII WKM U–42* ԽՄՈՐԱՍՆԿԵՐԻ ՍՊԻՏԱԿՈՒՑՆԵՐԻ ՄԵՋ

Ամփոփում

Ուսումնասիրվել է ազոտային քաղցի ենթարկված խմորասնկերում սպիտակուցի սինթեզի հարցը նորմալ սնուցման վերականգնումից հետո:

Վալին-N^{15}-ի փոխանակումը և N^{15}-ի ներառումը *Candida guilliermondii* խմորասնկերի ընդհանուր սպիտակուցի և նրա առանձին ամինաթթուների մեջ ցույց են տալիս տարբեր սպիտակուցների անհավասար անաբոլիզմը քաղցած խմորասնկերի նորմալ սնուցումը վերականգնելու պրոցեսում:

L.H. NAVASARDIAN

ENGAGEMENT OF N^{15} IN YEAST PROTEINS *CANDIDA GUILLIERMONDII WKM U–42*

Summary

The question about protein biosynthesis in yeast cells under conditions of nitrogen starvation was investigated after reconditioning of normal nutrition.

Valin-N^{15} exchange and engagement of N^{15} in summary protein and in several amino acids of yeasts *Candida guilliermondii WKM U–42* has shown the unequal protein anabolism during the recondition of nitrogen nutrition of starved yeasts.

УДК 617-089.612-821

Э.В. ДАЯН

ОЦЕНКА СОСТОЯНИЯ ЦЕНТРАЛЬНОЙ ГЕМОДИНАМИКИ В ПРЕДОПЕРАЦИОННЫЙ ПЕРИОД

Предоперационное напряжение приводит к значительным изменениям кардиодинамических показателей. Выявлена зависимость изменений кардиодинамических показателей от типа регуляции сердечного ритма. У 62,5% больных с регуляцией сердечного ритма в зоне адаптивных изменений в день операции наблюдались учащение частоты сердечных сокращений и гиперкинетический тип кровообращения, характеризующийся достоверным повышением показателей артериального давления. У 37,5% больных – нормотоников регистрировался гипокинетический тип гемодинамики. Предоперационное психоэмоциональное переживание больше отражалось на кардиодинамических показателях симпатикотоников с регуляцией сердечного ритма в зоне напряжения. Центральная гемодинамика у 76,0% больных этой группы по сравнению с контролем характеризовалась тенденцией к повышению ударного и минутного объемов крови при достоверном росте частоты сердечных сокращений, что отражало наличие гиперкинетического типа гемодинамики.

Классической моделью стресса человека является оперативное вмешательство, имеющее следующие особенности. Во-первых, это повышенный операционный и анестезиологический риск, обусловленный сниженными вследствие перенапряжения организма адаптационно-приспособительными механизмами, и, во-вторых, неблагоприятный психоэмоциональный фон, на котором проводится операция [1]. В связи с этим объективная оценка состояния сердечно-сосудистой системы и объем ее кардиотропной подготовки в предоперационный период имеют большое значение для благоприятного исхода оперативного лечения больных. Указанный вопрос, несмотря на имеющиеся публикации [2–4], все еще далек от окончательного разрешения, что и определило наш интерес к изучению характера изменений центральной гемодинамики и вегетативной регуляции сердечного ритма больных в предоперационный период.

Материал и методы исследования. Исследования проводились в клинике республиканского медицинского центра "Армения". Участие приняли 72 больных (возраст от 30 до 77 лет) – 24 мужчин и 48 женщин, госпитализированных для проведения плановых операций по поводу узлового зоба, хронического калькулезного холецистита, язвенной болезни желудка и двенадцатиперстной кишки, грыж передней брюшной стенки, эхинококкоза. Для анализа ритма сердца во втором стандартном отведении в лежачем положении регистрировались ЭКГ, артериальное давление (систолическое – СД, диастолическое – ДД, среднединамическое – СДД), частота сердечных

сокращений больных (ЧСС). Регистрация осуществлялась с помощью монитора Bioviw 1000X фирмы NEG, который позволяет проводить непрерывное мониторное наблюдение всех перечисленных параметров. Для обработки ЭКГ применялся метод вариационной пульсометрии [5]. С помощью специально разработанной компьютерной программы вычислялись мода (Мо), амплитуда моды (АМо), вариационный размах (Δх) и индекс напряжения (ИН). По стандартным формулам вычислялись показатели пульсового давления (ПД), ударный и минутный объемы крови (УО, МОК). Предватительно осуществлялись компьютерное психологическое тестирование больных с выявлением уровня личностной и ситуационной тревожности по Спилбергеру, оценка самочувствия (С), активности (А) и настроения (Н) по опроснику САН.

Результаты и их обсуждение. При гистографическом анализе распределения ИН у обследованных больных были выделены группы с регуляцией сердечного ритма в зоне сниженного уровня активации (ИН≤80 усл. ед., I группа – ваготоники), в зоне адаптивных изменений (ИН≥81–200 усл. ед., II группа – нормотоники) и в зоне напряжения (ИН>200 усл. ед., III группа – симпатотоники). В день поступления в клинику ваготонический тип вегетативной регуляции сердечного ритма наблюдался у двух больных (2,6%). У остальных отмечались нормотонический (33%) и симпатотонический (64,4%) типы регуляций. Состояние больных перед операцией сопровождалось выраженными эмоциональными реакциями. При этом степень и продолжительность эмоционального возбуждения зависели от объективно действующих факторов и в основном от психологических особенностей личности. По субъективной оценке и поведенческим признакам установлено, что наиболее выраженный страх перед операцией испытывали больные III группы (особенно с узловым зобом). Для них характерны беспокойство за состояние своего здоровья, эмоциональная напряженность, длительные негативные эмоции. У симпатотоников в предоперационный период средний уровень тревожности значительно возрастал, достигая 48,14±3,6 балла (в день поступления – 37,94±2,9 балла). Самыми спокойными были больные с нормотоническим и ваготоническим типами регуляции, у них средний уровень тревожности равнялся 38,4±3,1 балла (в день поступления – 32,3±2,7 балла). Для лиц с низким уровнем тревожности характерны оптимистическая оценка ситуации и способность не привлекать внимания к своим трудностям.

Предоперационное напряжение приводило также к значительным изменениям кардиодинамических показателей. По степени выраженности вегетативных реакций выявлена зависимость исследованных показателей от типа регуляции сердечного ритма. У больных с реакцией сердечного ритма в зоне сниженного уровня активации ЧСС увеличивалась всего на 9,7%. У них на фоне повышенного АД, наблюдаемого при поступлении в клинику (143,5±2,3*мм рт. ст.*), СД увеличивалось на 10,10%, ДД – на 5,8%, ПД – на 16,3%. УО достоверным изменениям не подвергался, а МОК увеличивался на 16,6% (P<0,01) за счет повышения ЧСС.

По характеру изменения кардиодинамических показателей больные второй и третьей групп были разделены на 2 подгруппы. У 63,9% больных с регуляцией сердечного ритма в зоне адаптивных изменений в день операции наблюдались повышение ЧСС на 20,7% (P<0,001) и гиперкинетический тип

кровообращения, характеризующийся повышением показателей АД. Увеличение параметров АД в этой подгруппе составляло: СД – 16,1% , ДД –17,5%, СДД – 13,6%, ПД – 14,4%, что свидетельствует об умеренной симпатической активации регуляторных механизмов. МОК в этой подгруппе в день операции возрастал на 17,6% (P<0,01) в основном за счет повышения ЧСС, так как УО выраженным изменениям не подвергался. У 37,5% нормотоников при поступлении в клинику СД находилось на относительно высоком уровне, а в день операции отмечалось его понижение на 11,3% (P<0,01), СДД – на 5,4%, ПД – на 23,7% (P<0,001). Наблюдалось также уменьшение УО и МОК на 7,2 и 7,3% (P<0,001) соответственно. Отмеченные изменения свидетельствуют о формировании гипокинетического типа гемодинамики.

Предоперационное психоэмоциональное напряжение больше отражалось на кардиодинамических показателях симпатотоников. Центральная гемодинамика у 76,0% больных этой группы по сравнению с контролем характеризовалась тенденцией к повышению УО и МОК при достоверном росте ЧСС на 29,69% (P<0,001), что отражало наличие гиперкинетического типа гемодинамики. СД увеличивалось на 12,41% (P<0,01), ДД – на 8,99% (P<0,001), СДД – на 10,35% (P<0,01).

Аналогичные исследования у 24,0% больных симпатотоников с повышенным исходным уровнем ЧСС и показателями АД при поступлении в клинику выявили, что в день операции у них наблюдалось незначительное учащение ЧСС (в среднем на 8 ударов в *мин*). ПД уменьшалось на 16,1% (P<0,01), СД – на 5,7% (P<0,01), УО – на 10,7% (P<0,05). При этом МОК достоверным изменениям не подвергался, что свидетельствует о формировании гипокинетического типа гемодинамики.

Таким образом выявленные у больных в предоперационный период закономерности изменений центральной гемодинамики свидетельствуют о необходимости применения системного анализа.

Кафедра физиологии человека и животных

Поступило 17.11.2001

ЛИТЕРАТУРА

1. **Букаев Ю.Н., Румянцев, В.Б., Задоев С.А., Глухова Н.С.** – Урология и неврология, 1998, №1, с.27–29.
2. **Маньков Ю.У.** – Физиология человека, 1990, т.16, №2, с. 98–106.
3. **Дьячкова Г.И.** – Анестезиология и реаниматология, 1990, №1, с. 26–27.
4. **Аджимолаев Т.А., Долецкий С.Я., Аминжанов Ш.А.** и др. – Физиология человека, 1989, т.15, №4, с. 40–47.
5. **Баевский Р.М., Кириллов О.И., Клецкин С.З.** – В кн.: Математический анализ изменений сердечного ритма при стрессе. М.: Наука, 1984, 222 с.

Է.Վ. ԴԱՅԱՆ

ԿԵՆՏՐՈՆԱԿԱՆ ՀԵՄՈԴԻՆԱՄԻԿԱՅԻ ՎԻՃԱԿԻ ԳՆԱՀԱՏԱԿԱՆԸ ՆԱԽԱՎԻՐԱՀԱՏԱԿԱՆ ՇՐՋԱՆՈՒՄ

Ամփոփում

Նախավիրահատական լարվածությունը նպաստում է վիրաբուժական հիվանդների սիրտ-անոթային ցուցանիշների էական փոփոխություններին: Բացահայտվել է սիրտ-անոթային ցուցանիշների փոփոխության կախվածությունը սրտային ռիթմի կարգավորման տիպից: Նախավիրահատական շրջանում նորմոտոնիկների 62,5%-ը ունեցել է սրտի կծկումների հաճախացում և արյան շրջանառության գերկինետիկական տիպ, որը բնութագրվում է արյան ճնշման բոլոր ցուցանիշների և արյան ռոպեական ծավալի վիճակագրորեն հավանական բարձրացմամբ: Մինչդեռ 37,5%-ի դեպքում գրանցվել է արյան շրջանառության թերկինետիկական տիպ: Նախավիրահատական հոգեհուզական լարվածությունն առավել ցայտուն արտահայտվել է սիմպատոտոնիկների կարդիոդինամիկական ցուցանիշների վրա:

E.V. DAYAN

ESTIMATION OF A STATE OF CENTRAL HEMODYNAMICS IN THE PREOPERATIONAL PERIOD

Summary

Preoperational stress resulted to significant changes of cardio dynamic parameters from a type of regulation of a cordial rhythm on a degree of expression of vegetative reactions is revealed. On the day of operation the increase of frequency of cordial contractions and hypertonical type of circulation of the blood described by authentic increase of parameters of arteryal pressure and minute volume of blood was registered at 62,5% norm tonics. Hypo kinetic of hemodynamics was registered at 37,5% patients-norm tonics. Preoperational psycho emotional stress was more reflected on a cardio dynamic sympaticotonics with regulation of a cordial rhythm in a zone of a stress.

Կենսաբանություն

УДК 581.9+581.526

Ք. Գ. ԱՎԱԳՅԱՆ, Ա. Վ. ՊՈՂՈՍՅԱՆ

ՍՊԻՏԱԿԻ ՇՐՋԱՆԻ ԱՍՏՎԱԾԱԾԻՆ ՍԱՐԻ ԲՈՒՍԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆԸ ԵՎ ՖԼՈՐԻՍՏԱԿԱՆ ԿԱԶՄԸ

Աստվածածին սարը գտնվում է ծ.մ-ից 1700–2000*մ* բարձրության վրա [1]: Նրա տարածքը ծածկված է տափաստանային, տրագականտային բուսականությամբ, մարգագետիններով և պետրոֆիտներով: Աստվածածին սարի ֆլորան մտնում է Կովկասյան գավառի մեջ և գտնվում է Լոռու ֆլորիստական շրջանում՝ Շիրակի և Ապարանի շրջանների հարևանությամբ: Ուսումնասիրվող շրջանի ֆլորայի յուրահատկությունը պայմանավորված է նրանով, որ այն գտնվում է խոշոր ֆիտոխորիոնների սահմաններին կից:

Տարածքում հայտնաբերված են 250 տեսակ բույսեր, որոնք պատկանում են 117 ցեղերի և 37 ընտանիքների: Այդ բուսականությունում առաջին տեղը գրավում են Asteraceae ընտանիքի ներկայացուցիչները, երկրորդ տեղը՝ Poaceae ընտանիքը, որը բնորոշ է հյուսիսային Հայաստանի և մեծ մասամբ ոչ անտառային հատվածների համար: Երրորդ տեղում Fabaceae ընտանիքն է: Այսպիսի հաջորդականությունը անկասկած ուսումնասիրված ֆլորայի հնամիջերկրածովային հատկանիշն է: Caryophyllaceae-ն գրավում է չորրորդ տեղը: Lamiaceae ընտանիքը ևս ներկայացված է տեսակային մեծ բազմազանությամբ, որը միջինասիական ֆլորայի բնորոշ գիծն է: Rosaceae ընտանիքը ներկայացված է 10 տեսակով [2]:

Աստվածածին սարի տարածքում լավ են արտահայտված ֆենոասպեկտները: Մայիսի երկրորդ տասնամյակին սկսում են վեգետացիան էֆեմերներն ու էֆեմերոիդները: Ծաղկում են սագասոխուկը երկու տեսակով (Gagea hulhifera, G. chanae), պապլորը (Muscari szovitsianum), դաշտային վառվոուկը (Allysum minus), ալբանական քնսխոտը(Pulsatila albana), բերենիկը (Veronica armena), բոշխերը (Carex disticha, C. humilis): 1720*մ*-ի վրա բուսականությունում ավելանում են օշինդրները, խատուտիկը, շատանում են պապլորները: Ֆոնը կանաչ է, որի վրա երևում են տարբեր գունավորման կետեր՝ դեղին, կապույտ: Իրենց վեգետացիան են սկսում գորտնուկների, մատնունիների և անմոռուկների տեսակները: Ժայռերը ծածկված են մամուռներով և քարաքոսերով: Հանդիպում է նաև պտերներից ստենոխոր բույսը՝ բազմատոտիկը (Polypodium vulgare), բարձիկանման գոյացություններ են առաջացնում դաշտային մանանեխը (Sinapis arvensis), ճոճռուկը (Cerastium nemorale), զանգակների տեսակները: Գեոֆիտներից ծաղկում են պուշկինիան (Puschkinia scilloides), մկնասոխը (Scilla sibirica), սագասոխուկը (Gagea chanae), աստղա-

շուշանը (Ornithogalum montanum): Տարածքում թփերից հանդիպում է գերիմաստին (Viburnum lantana), իսկ 1900մ բարձրության վրա՝ գիհին (Juniperus depressa):

Տրագականտնիկներում էդիֆիկատոր է հանդիսանում Astragalus microsephalus-ը: Androsace albana-ն առաջացնում է համատարած սպիտակ տարածք: Խոտածածկը նոսր է, հանդիպում են կատվադաղձը, ուրցը, մակարդախոտը:

Տարածքում հանդիպում են շրթնազգիների, դաշտավլուկազգիների, կաղամբազգիների ընտանիքների ներկայացուցիչներ:

Հունիսի առաջին տասնամյակում 1750մ բարձրության վրա տրագականտնիկներում բուսածածկը կազմում է 30–40%: Ծաղկում են նրբագեղ կելերիան (Koeleria gracilis), սոխուկավոր դաշտավլուկը (Poa bulbosa), բարձիկավոր զանգակը (Campasnula aucheri), լեռնային աստղաշուշանը (Ornithogalum montanum), դեղին հափուկը (Reseda lutea): Դեպի տափաստանային հատված աճում են եղեսպակը, կուժկոտրուկը, բոշխը, աստղաշուշանը, միենուարտիան, որն առաջացնում է սպիտակ գորգեր: Աճում են նաև ալպիական մատիտեղը (Poiygonum alpinum), ավելուկը (Rumex crispus): Այդ հատվածում մեծ քանակություն են կազմում դաշտավլուկազգիները, շրթնազգիները, կաղամբազգիները, մեխակազգիները: Սարի ստորին հատվածում աճում են բանգին, արևելյան կակաչը:

Հունիսի երկրորդ տասնամյակում բուսածածկը փարթամ է: Էֆեմերներն ու էֆեմերոիդները պտղակալում են: 1850մ բարձրության վրա համատարած ծաղկում են ճոճուկները 3 տեսակով, զանգակները, եղջերաոլոյտը, սինձը, սիզախոտը (Phleum phleoides), ցորնուկը (Bromus variegatus), կելերիան, դաշտավլուկը:

Բուսածածկը տափաստանային հատվածում կազմում է 80–90%, ֆոնը կանաչ է՝ դեղին կետավորությամբ: Հանդիպում է մեծ քանակությամբ պնակախոտ (Scutelaria orientalis), որը կանաչ ֆոնի վրա առաջացնում է կապտավուն գծեր:

1950մ-ի վրա հանդիպում են երիցուկը (Pyrethrum roseum), գնձմնձուկը (Talictrum minus), լոշտակը (Bryonia alba), անմոռուկը: Այս տարածքում աճում են խլածաղկի 5 տեսակ (Scrophylaria orientalis, S. chrysanta, S. grossheimii, S. rupestris, S. variegata), մակարդախոտի տեսակները, թփերից հանդիպում են ասպիրակը Spirea hipericipholia), մասրենին, գերիմաստին, գիհին: Տրագականտնիկներում գերիշխում են շրթնազգիները, դաշտավլուկազգիներից՝ փետրախոտերը, բակլազգիները: Ֆոնը հուլիսի սկզբին սպիտակամանուշակագույն է: Համատարած ծաղկում են գազերը: Տրագականտնիկների և տափաստանային բուսականության միջև քարքարոտ հատվածներում շատ են դաշտավլուկազգիները, օշինդրը (Artemisia splendens): Այդ հատվածից դեպի գագաթ տարածված է հացազգա-տարախոտային բուսականություն: Ժայռերի հյուսիսարևելյան մասն ավելի հարուստ է բուսատեսակներով, քան հարավայինը:

Ուսումնասիրված տարածքում աճում են ուտելի բույսեր և դեղաբույսեր՝ լոշտակը, սրոհունդը, ուրցը, խատուտիկը, թռչնային մատիտեղը, մասրենին, դաղձը և այլն:

Ուսումնասիրվող ֆլորայի ցեղային սպեկտրի անալիզը ցույց տվեց, որ տարածքում գերակշռում է Scrophularia ցեղը: Շնորհիվ ժայռային և գերխոնավ հատվածների աճում են այդ ցեղի 5 տեսակներ: Galium ցեղը ներկայաց-

ված է 4 տեսակով, իսկ Հայաստանի ֆլորային բնորոշ Centaurea ցեղը՝ ընդամենը 3 տեսակով:

Աստվածածին սարի ֆլորայում գերակշռում են հնամիջերկրածովային տարրեր (66 տեսակ), որոնց զգալի մասը բորեալ է (47 տեսակ) [3]:

Բուսաբանության ամբիոն *Ստացվել է 16.03.2001*

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1. Օհանյան Կ. Օ. Հայկական ՍՍՀ տարածքի ֆիզիկո-աշխարհագրական շրջանացումը. Ե.: ԵՊՀ հրատ., 1977.
2. Флора Армении, т. I–VIII, Ер.: Изд-во АН Арм. ССР, 1954–1987.
3. Файвуш Г.М. – Биолог. ж. Армении, 1990, N 3 (43).

К. Г. АВАКЯН, А. В. ПОГОСЯН

РАСТИТЕЛЬНОСТЬ И ФЛОРИСТИЧЕСКИЙ СОСТАВ ГОРЫ АСТВАЦАЦИН СПИТАКСКОГО РАЙОНА

Резюме

Изучены флористический состав и растительность горы Аствацацин. На исследуемой территории зарегистрировано 250 видов растений из 117 родов и 37 семейств. Изучена их сезонная ритмика.

По количеству видов, преобладают семейства Asteraceae, Poaceae, Fabaceae, Caryophyllaceae и Brassicaceae. Хорологические исследования выявили преобладание древнесредниземноморских и бореалевых видов.

На исследуемой территории представлены петрофиты, фриганоидная, степная и лугостепная растительность.

K.G. AVAGIAN, A.V. POGOSIAN

VEGETATION AND FLORISTIC COMPOSITION OF ASTVATSATSIN MOUNTAIN IN SPITAK REGION

Summary

The investigation of floristic composition and vegetation of Astvatsatsin mountain revealed 250 species from 117 genera and 37 families.

Identification of flora showed that the most common species belong to plant from the following families: Asteraceae, Poaceae, Fabaceae, Caryophyllaceae and Brassicacea.

It has been established that the investigated area is represented by frigana, steppe, meadow and petrofits.

Биология

УДК 632.937.14 : 582.288.45

Б. М. СУЛЕЙМАН

ВОЗДЕЙСТВИЕ TRICHODERMA VIRIDE НА ПАТОГЕНЫ–МИКОЭККРИСОТРОФЫ КОРНЕВОЙ СИСТЕМЫ КАРТОФЕЛЯ

Установлена перспективность широкого применения T. viride для защиты растений от корнеобитающих патогенов, утилизации накапливающихся в почве чужеродных полимерных соединений, используемых для защиты от вредителей сельскохозяйственных культур.

Исследование видового состава микоэккрисотрофов ризосферы и ризоплана картофеля в различных фазах вегетации и в разных типах почв в условиях Сирийской Арабской Республики выявило ряд видов грибов, известных как патогены, вызывающие болезни сельскохозяйственных растений, в частности исследуемой культуры. В неблагоприятных условиях, ослабляющих растения, происходят сукцессии доминирующих популяций, и гифы эктотрофно развивающихся грибов–патогенов проникают в их восприимчивые ткани, вызывая затем патологические процессы, проявляющиеся по мере развития в различных симптомах, как-то: гнилях, трахеомикозах, усыхании. Зараженные клубни картофеля, попав в овощехранилище, становятся источником распространения инфекции, чем и наносят значительный ущерб урожаю и в период хранения.

Из корнеобитаемой зоны картофеля выявлены потенциально патогенные виды Alternaria alternata, Fusarium solani, F. oxysporum, F. coeruleum, F. sambucinum, F. sporotrichiella и др. С высокой частотой в отдельные периоды вегетации выявлялись пропагулы возбудителя ризоктониоза картофеля Rhizoctonia solani – гриба, занимающего одно из первых мест по всеядности и способности поражать все органы растений картофеля: ростки, столоны, корни, клубни, стебли.

Существующие химические и агротехнические мероприятия борьбы с возбудителями сельскохозяйственных растений не дают должного эффекта, а негативные последствия ядохимикатов, во-первых, представляют опасность для здоровья человека, во-вторых, стимулируют возникновение ятрогенных болезней растений, в-третьих, приводят к появлению устойчивых к ним популяций возбудителей болезней и в связи с этим к усилению болезней и снижению урожая [1,2].

Для подавления развития возбудителей болезней растений весьма перспективны биологические приемы защиты как методы, отличающиеся высокоэффективностью и безопасностью.

В настоящее время внимание многих исследователей направлено на

изучение фунгицидной и фунгистатической активности видов рода Trichoderma, типично сапротрофного почвенного гриба – продуцента высокотоксичных физиологически активных соединений [3, 4].

Способность видов данного рода не только снижать уровень заболеваемости, но и стимулировать рост и развитие сельскохозяйственных культур, как указывают в своей работе Т. И. Громовых и др. [5], является важной особенностью в характеристике гриба для рекомендации его в качестве эффективного регулятора качественного и количественного состава микобиоты корнеобитаемой зоны растений.

В исследуемых нами почвах наряду с вышеприведенными грибами–патогенами из корневой сферы картофеля с высокой частотой выявлялись пропагулы Trichoderma viride. При этом в процессе развития картофеля во всех типах почв (красно-коричневых, красно-желтых, желто-коричневых) наблюдались заметные изменения качественного и количественного состава грибных организмов. К негативным последствиям привело изменение структуры комплекса микоэккрисотрофов в красно-коричневых почвах, где к концу вегетации резко увеличилась частота встречаемости патогенных грибов, тогда как заметно снизилось количество пропагул T. viride.

Превалирование потенциально патогенных видов грибов над другими в конечном итоге нарушило сбалансированное сосуществование микобиоты корневой сферы, обеспечивающей нормальный рост и развитие картофеля, что, естественно, привело к трахеомикозному увяданию, ризоктониозу и т.д.

Для выявления этиологии пораженных болезнью картофеля срезы больных корней были помещены в чашки Петри с сусло-агаром. Как выяснилось, "микоувядание" растений в основном были вызваны воздействием сообщества видов Alternaria alternata, Fusarium solani, F. oxysporum, Penicillium claviforme.

Посев культуры Trichoderma viride, выделенной из ризопланы картофеля, в чашки Петри позволил выявить фунгицидную активность гриба в отношении сообщества патогенов. Колонии T. viride, постепенно нарастая, внедрялись в гифы патогенов. При этом мицелий микофила видоизменялся, сформировав мицелиальные тяжи, несущие спороносные структуры гриба. За короткий период исчезли конидии патогенов, затем они полностью покрылись мицелием триходермы, колонии которой приобрели интенсивно зеленый цвет.

Выделенный из пораженных ризоктониозом клубней и корней картофеля Rhizoctonia solani под воздействием T. viride в течение двух недель подвергся лизису.

Следует предположить, что уменьшение содержания T. viride в корневой сфере явилось одним из факторов, стимулирующих развитие популяций патогенных видов, приводящих в дальнейшем к их заболеваниям.

Немаловажна роль T. viride как агента биодеструкции в процессах, протекающих в почве.

В настоящее время для защиты от вредителей сельскохозяйственных растений исследователями рекомендуется использование полимерных соединений, которые, в конечном итоге, оседая и накапливаясь в почве, могут привести к весьма негативным последствиям [6].

Результаты наших экспериментов показали, что выявленный из корневой сферы картофеля штамм T. viride в наборе с другими грибами сыграл доминирующую роль в процессах деструкции полимерных композиций с

различным составом ингредиентов [7].

Таким образом весьма перспективно широкое применение T. viride для защиты растений от корнеобитающих патогенов и утилизации накапливаемых в почве чужеродных полимерных соединений, используемых для защиты от вредителей сельскохозяйственных культур.

Кафедра ботаники

Поступило 12.07.2001

ЛИТЕРАТУРА

1. **Веденяпин Е.Г., Томилин Б.А.** – В сб.: Антропогенная экология микромицетов, аспекты математического моделирования и охраны окружающей среды. Киев, 1990, с. 82–83.
2. **Яхин И.А., Нуриева А.М., Ибрагимов Р.И.** – Тезисы докл. VIII совещ.: Современное положение с резистентностью вредителей, возбудителей болезней растений и сорняков к пестицидам. Уфа, 1992, с. 85–86.
3. **Павловская Ж.И., Михайлова Р.В., Лобанок А.Г.** – Микол. и фитопатол, 1998, т. 32, в. 3, с. 41–47.
4. **Altomare C.** – British Mycological Society. International Symposium Bioactive Fungal Metabolites – Impact and Exploitation , 2001.
5. **Громовых Т.И., Гукасян В.М., Голованова Т.И., Шмарловская С.В.** – Микол. и фитопатол, 1998, т. 32, в. 3, с. 73–78.
6. **Арутюнян Э.С., Тавакалян Н.Б., Шахназарян М.Х.** – Биол. ж. Армении, 1992, №1(45), с. 66–70.
7. **Tavakalyan N.B., Nahapetyan E.P., Abramyan J.H., Shahazizyan I.V., Suleyman B.M.** – Abstract of Europolymer Congress. Eindhoven, The Netherlands, 2001, p. 338.

Բ. Մ. ՍՈՒԼԵՅՄԱՆ

ԿԱՐՏՈՖԻԼԻ ԱՐՄԱՏԱՅԻՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳԻ ՊԱԹՈԳԵՆ ՄԻԿՈԷԿԿՐԻՍՈՏՐՈՖՆԵՐԻ ՎՐԱ TRICHODERMA VIRIDE ՄՆԿԻ ԱԶԴԵՑՈՒԹՅՈՒՆԸ

Ամփոփում

Մեծ հեռանկար ունի T. viride սնկի կիրառումը արմատաբնակ պաթոգեններից բույսերը պաշտպանելու, ինչպես նաև հողում կուտակվող այն պոլիմերային միացությունները քայքայելու համար, որոնք օգտագործվում են գյուղատնտեսական կուլտուրաները վնասատուներից պաշտպանելու նպատակով:

B.M. SULEIMAN

INFLUENCE OF *TRICHODERMA VIRIDE* ON MYCOECRISOTROPH PATOGENES OF THE ROOT SYSTEM OF POTATOES

Summary

It is established the perspective of wide application *T. viride* for protection of plants from root inhabitant patogenes and utilization accumulating in soil foreign polymeric compound, used for protection against the pests of agricultural cultures.

ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆԻ ԳԻՏԱԿԱՆ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ ЕРЕВАНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

Բնական գիտություններ 1, 2002 Естественные науки

Биология

УДК 591.9.

Э.Г. ЯВРУЯН, Г.Ю. ПАПОВ, Н.В. ГЗРАРЯН, В.Т. АЙРАПЕТЯН

ТРИ НОВЫХ ВИДА РУКОКРЫЛЫХ (*CHIROPTERA*) ДЛЯ ФАУНЫ МЛЕКОПИТАЮЩИХ АРМЕНИИ

К описанным ранее 16 видам рукокрылых (семейств *Rhinolophidae* и *Vespertilionidae*) предлагается добавить еще 11 видов (семейств *Rhinolophidae*, *Vespertilionidae* и *Mollosidae*), из которых три вида обнаружены в последнее время – *Myotis schaubi (araxsenus)*, *Myotis sevanicus (hajastanicus)* и *Pipistrellus pigmaeus*.

Из 17500 описанных видов животных Армении около 500 – позвоночные и лишь 83 из них – млекопитающие. Несмотря на свою малочисленность, как это ни парадоксально, не все виды последних до настоящего времени описаны. Их принадлежность к тому или другому виду, кариология, этология и другие вопросы биологии порой или вовсе не освещены, или же требуют дополнительных исследований.

К числу подобных животных относятся представители такого мобильного, ведущего скрытный образ жизни отряда, как рукокрылые (*Chiroptera*).

В подтверждение того, что исследования в этой области далеки от окончательного завершения, говорят те факты, что за последние 30–40 лет после выхода книги Даля [1], сведения о фауне позвоночных животных пополнились открытием множества видов рыб, земноводных, рептилий и птиц. Что касается млекопитающих, то за последние годы лишь отряд рукокрылых пополнился 1 новым для фауны Армении семейством – *Mollosidae* (вид *Tadarida teniotis*) и 10 новыми видами, представителями семейств *Rhinolophidae* и *Vespertilionidae*. Три из числа последнего – *Myotis schaubi* (*araxenus*), *Myotis sevanicus* (*hajastanicus*) и *Pipistrellus pigmaeus* – нами описываются впервые. Что касается семи остальных видов, то об их находках сообщалось ранее [2–4].

Если *Myotis schaubi* и *Pipistrellus pygmaeus* – виды, ареалы которых включают также территории соседних с Арменией государств, то *Myotis sevanicus* (некоторые авторы [5, 6] предлагают назвать его *M. hajastanicus*), по всей вероятности, является "настоящим" эндемиком фауны млекопитающих Армении. Ареал этого вида ограничивается бассейном оз. Севан с радиусом от береговой зоны в 3–9,5*км*.

Подобное явление уникально для мобильных (летающих) форм животных всего мира и Армении в частности. Достаточно вспомнить, что "чистых" эндемиков среди млекопитающих Армении нет. Исключение – армянский муфлон (*Ovis ammon gmelini*), ареал которого заходит за границы Республи-

ки Армения более чем на 20–25% от общей территории ареала: из 351 вида птиц Армении эндемиком является всего один – армянская чайка (*Larus armenicus*).

Кафедра зоологии

Поступило 10.05.2001

ЛИТЕРАТУРА

1. **Даль С.К.** – Животный мир Арманской ССР. Изд-во АН Арм ССР, 1954, т. 1, с. 9–147.
2. **Явруян Э.Г.** – Монод. науч. раб. ЕГУ. 1974, №2 (20), с. 122–124.
3. **Явруян Э.Г., Сафарян Л.А.** – Биол. ж. Арм., 1975, т. 28, №7, с. 90–93.
4. **Явруян Э.Г.** – Вопросы биологии, 1989, в. 5, с. 84–87.
5. **Benda P., Tsytsulina K.** – Acta Soc. Zool. Bohem., 2000, №64, p. 331–398.
6. **Strelkov P., Buntova E.** – Zool. Zurnal, 1982, №61, p.1227–1241.

Է.Գ.ՅԱՎՐՈՒՅԱՆ, Գ.Յու. ՊԱՊՈՎ, Ն.Վ.ԳԶՐԱՐՅԱՆ,
Վ.Տ. ՀԱՅՐԱՊԵՏՅԱՆ

ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԿԱԹՆԱՍՈՒՆՆԵՐԻ ՖԱՈՒՆԱՅԻ ՀԱՄԱՐ ՉԵՌՔԱԹԵՎԱՎՈՐՆԵՐԻ (*CHIROPTERA*) ԵՐԵՔ ՆՈՐ ՏԵՍԱԿ

Ամփոփում

Նախկինում հայտնի 16 տեսակ ձեռքաթևավորների թվին (երկու ընտանիքներ՝ *Rhinolophidae, Vespertilionidae*) առաջարկվում է ավելացնել ևս 11-ը (երեք ընտանիքներով՝ *Rhinolophidae, Vespertilionidae* և *Mollosidae*), որոնցից երեք տեսակը հայտնաբերվել է վերջերս:

E.G.YAVROUYAN, G.Y.PAPOV, N.V.GZRARIAN, V.T.HAYRAPETIAN

THREE NEW SPECIES OF *CHIROPTERA* IN MAMMALIAN FAUNA OF ARMENIA

Summary

To the previously known 16 species of *Chiroptera* (belonging to two families – *Rhinolophidae, Vespertilionidae*) it is proposed to add 11 more new species (belonging to three families – *Rhinolophidae, Vespertilionidae* and *Mollosidae*). Three of these species are discovered recently.

Երկրաբանություն

УДК 556.3.04.06

Հ.Ա. ԱՂԻՆՅԱՆ, Ա.Հ. ԱՂԻՆՅԱՆ

ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ՀԱՆՐԱՊԵՏՈՒԹՅԱՆ ՍՏՈՐԵՐԿՐՅԱ ՋՐԵՐԻ ՄՈՆԻՏՈՐԻՆԳԻ ՆԵՐԿԱ ՎԻՃԱԿԸ ԵՎ ԽՆԴԻՐՆԵՐԸ

Մոնիտորինգ ասելով հասկանում են շրջակա միջավայրի ընտրված կետերում համաձայն նախօրոք կազմված ժամանակացույցի որոշակի հաճախականությամբ կրկնվող և անընդհատ կատարվող դիտարկումներ ու չափումներ, ինչպես նաև ստացված տվյալների մշակում, գնահատում և կանխատեսում: Այն մեծ տարածում և ճանաչում է ստացել միջազգային հանրության կողմից: Ներկայումս աշխարհի տարբեր մասերում գործում է շրջակա միջավայրի մոնիտորինգի մեծամասշտաբ համակարգ, որտեղ կատարվում են դիտարկումներ, բնական վիճակի գնահատում և կանխատեսում:

Երկրաբանության բնագավառում մոնիտորինգը համեմատաբար մեծ կիրառություն ունի արտածին երկրաբանական պրոցեսների և ստորերկրյա ջրերի ուսումնասիրության համար:

Ուսումնասիրությունները ցույց են տալիս, որ, բացի բնականից, ստորերկրյա ջրերի վրա մեծ ազդեցություն են գործում նաև տեխնածին գործոնները: Տնտեսական գործունեության աննպաստ վարումը հանգեցնում է ստորերկրյա ջրերի մակարդակի փոփոխությանը, նրանց պաշարների գերշահագործմանը, խմելու ջրերի աղտոտմանը, հանքայնացման բարձրացմանը և այլն:

Տեխնածին գործոնների ազդեցությունը առավել նկատելի է հանրապետության նախալեռնային գոտիների և միջլեռնային գոգավորությունների ստորերկրյա ջրերում: Նրանք պայմանավորված են հիդրոտեխնիկական կառուցվածքներից և ոռոգման համակարգերից կատարվող ֆիլտրացիոն կորուստներով, արդյունաբերական, կենցաղային, գյուղատնտեսական հեղուկ և պինդ թափոնների և ստորերկրյա ջրերի փոխադարձ կապով:

Հայաստանի Հանրապետությունում 1944-ից [1] մինչև 1980-ական թվականների կեսերը առավելապես կատարվել են ստորերկրյա ջրերի ռեժիմի ուսումնասիրություններ, այլ ոչ թե մոնիտորինգ: Այստեղ անհրաժեշտ ենք համարում համառոտ բացատրություններով նշել ստորերկրյա ջրերի «ռեժիմային դիտարկումներ» և «մոնիտորինգ» տերմինների փոխհարաբերությունը:

Ըստ Ա.Ա. Կոնոպլյանցևի և այլ հետազոտողների [2], ստորերկրյա ջրերի (ՍՋ) ռեժիմ ասելով պետք է հասկանալ նրանց մակարդակի, ծախսի, ֆիլտրացիայի արագության, կազմի և այլ քանակական և որակական փոփոխությունները, որոնք կատարվում են այդ ջրերի ձևավորման ընթացքում տարբեր

բնակլիմայական պայմաններում բնական և արհեստական գործոնների ազդեցության տակ: Ռեժիմային դիտարկումների տվյալներով գնահատվում է ոչ միայն ստորերկրյա ջրերի տվյալ վիճակը, այլ կանխատեսվում են նաև նրանց հետագա փոփոխությունները:

Ստորերկրյա ջրերի մոնիտորինգ (ՍՋՄ) ասելով հասկանում ենք [3] դիտարկումների հատուկ համակարգ, որը հնարավորություն է տալիս հետևելու ստորերկրյա ջրերում տեխնածին (անթրոպոգեն) գործոնների ազդեցության տակ կատարվող պրոցեսին, գնահատելու ջրերի տվյալ վիճակը և կանխագուշակելու հետագա փոփոխությունները ջրային ռեսուրսների կառավարման և ռացիոնալ օգտագործման համար[4]:

Վերոհիշյալ ձևակերպումներից հետևում է, որ համանմանությունների հետ միասին ՍՋՄ-ը ավելի մեծ ուշադրություն է դարձնում տեխնածին գործոններին, որի պատճառով այն չպետք է նայել որպես դիտարկումների սկզբունքորեն նոր համակարգ: ՍՋՄ-ի հիմնական խնդիրն է լրացնել և նպաստավոր դարձնել ՍՋ տարբեր բնույթի ռեժիմային դիտարկումները: ՍՋՄ-ը ՀՀ-ում սկսվեց 1980-ական թվականների կեսերից, երբ ռեժիմային դիտարկումների ցանցում ընդգրկվեցին ՍՋ շահագործվող հանքավայրերը և աղտոտված տեղամասերը:

Ներկայումս ՀՀ-ում ՍՋՄ-ի դիտման ցանցը կազմված է բազմաթիվ ջրակետերից, որոնք բնորոշում են բնական և տեխնածին գործոնների ազդեցությունը ստորերկրյա ջրերում: Տեխնածին գործոնների ազդեցությունը բնորոշող ցանցը տեղաբաշխված է ըստ շահագործվող հանքավայրերի և աղտոտված տեղամասերի:

Բնական ցանցում ընդգրկվում են այն ջրակետերը, որոնց տվյալների հիման վրա գնահատվում են ստորերկրյա հիդրոսֆերայում տեխնածին գործոնների ազդեցության տակ կատարվող փոփոխությունները:

Մինչև 1990-ական թվականները ՍՋՄ-ի դիտարկումները կատարվել են համաձայն կազմված ծրագրի՝ անընդհատ և միևնույն պարբերությամբ; քանակականը՝ ամիսը 6–10 անգամ (ճնշումային ջրերի համար՝ 6, ոչ ճնշումային ջրերի համար՝ 10), որակականը՝ տարին 2–4 անգամ:

Նշված ժամանակից հետո չափումների հաճախականությունը խախտվել է և հիմնականում կատարվել է մեծ ընդհատումներով: Նման ընդհատումները բացառում են ստորերկրյա ջրերի մակարդակների և ծախսերի ամենաբարձր և ամենացածր ցուցանիշների գնահատումը և որակական փոփոխությունները, ինչպես նաև նրանց հետագա կանխատեսումը: Անկասկած, նշված տվյալների բացակայությունը բացառում է ստորերկրյա ջրերի ռացիոնալ օգտագործումը և կառավարումը [5]:

Հաշվի առնելով կենտրոնացված ջրամատակարարման ջրաղբյուրների առկայությունը՝ անհրաժեշտ ենք համարում ՍՋՄ-ը կենտրոնացնել նախալեռնային և միջլեռնային գոտիներում (մինչև 2000–2100*մ*), որոշ չափով լեռնային գոտիներում (2100 *մ*-ից բարձր):

Դիտարկումների անալիզը ցույց է տալիս, որ ամսական 3–6 անգամ և 6–10 անգամ չափումների արդյունքների տարբերությունը կազմում է 2–8 % մինչև 2100*մ* բացարձակ նիշերի ջրակետերում, իսկ 2100-ից բարձր՝ 4–16%:

Հաշվի առնելով կատարված անալիզի արդյունքները՝ նպատակահարմար ենք գտնում քանակական դիտարկումները ամսական նախատեսել 3–6 անգամ (ճնշումային ջրերի համար՝ 3, իսկ ոչ ճնշումայինի՝ 6), իսկ որակականը նախատեսել տարեկան 2 անգամ: Ընդ որում նմուշարկման ժամանակը

պետք է համապատասխանի ստորերկրյա ջրերի քանակի ամենաբարձր և ամենացածր արժեքներին:

Ընդհանուր և կիրառական երկրաբանության ամբիոն

Ստացվել է 10.05.2001

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1. **Саркисян П.Т.** Режим подземных вод территории Армянской ССР, его закономерности и прогноз. Ер.: Айастан, 1973, с. 87–101.
2. **Коноплянцев А.А., Семенов С.М.** Прогноз и картирование режима грунтовых вод. М.: Недра, 1974, с.71–88
3. Методические рекомендации по организации и ведению мониторинга подземных вод (изучение режима химического состава подземных вод). М.: ВСЕГИНГЕО, 1985.
4. **Язвин Л.С., Боревский Б.В.** Концепция государственного мониторинга состояния недр Российской Федерации. 2-я конференция партнеров и пользователей ГЕОЛИНК. М., 29–31 мая, 2001. www.geolink-ltd. com.
5. **Рошаль А.А.** Принципы и примеры создания информационно-компьютерных систем управления недропользованием. 2-я конференция партнеров и пользователей ГЕОЛИНК. М., 29–31 мая, 2001. www.geolink-ltd. com.

О.А. АГИНЯН, А.О. АГИНЯН

СОСТОЯНИЕ И ПРОБЛЕМЫ МОНИТОРИНГА ПОДЗЕМНЫХ ВОД РЕСПУБЛИКИ АРМЕНИЯ

Резюме

Для рационального использования и управления подземными водными ресурсами необходимо ведение мониторинга подземных вод в РА, который в последние годы не проводился. В статье рассматриваются вопросы организации наблюдательной сети для мониторинга подземных вод на базе существующей режимной сети, а также приводится оптимальная частота измерений и наблюдений при ведении количественного и качественного мониторинга подземных вод.

H.A AGHINIAN, A.H. AGHINIAN

PROBLEMS AND PRESENT CONDITIONS OF GROUND WATER MONITORING IN THE REPUBLIC OF ARMENIA

Summary

Ground water monitoring in the Republic of Armenia is important to promote sustainable management of ground water resources. That was not conducted during last years. Problems for organizing of observation network for ground water monitoring on the basis of present systematic studies network and also the optimum frequency of measurements and observations during quantitative and qualitative ground water monitoring are considered in the paper.

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА

И.М. Караханян – Об уравнении $hx-xk=c$ в банаховой алгебре A с эрмитовыми коэффициентами h,k 3

Г.Г. Саакян – О полноте собственных функций двухпараметрической краевой задачи Дирака 9

Ж.А. Бабаян – Об одной биортогональной системе мюнтцевских функций 15

А.В. Цуцулян – Краевая задача для квазилинейных вырождающихся уравнений высокого порядка 24

В.А. Нерсесян – Допустимые комплексы трехмерных плоскостей проективного пространства P^6. II 34

МЕХАНИКА

А.А. Гукасян, А.А. Манукян – О гарантированном управлении материальной точки при неполной информации 39

ХИМИЯ

М.Г. Геворкян, Н.М. Бейлерян – Изучение кинетики и механизма реакции фенилдиэтаноламина с персульфатом калия в воде. II. Закономерности накопления окрашенного продукта и влияние щелочи и кислоты на скорость реакции 49

А.Е. Агаджанян, К.И. Егиян, Г.Ж. Оганесян, А.С. Сагиян – Оптимизация процессов выделения смеси аминокислот из культуральной жидкости L-пролина 56

Н.О. Геокчян, А.А. Егиазарян, Дж.А. Микаелян, А.Г. Хачатрян – Изучение взаимодействия хлоросмиата (IV) с тиазиновым красителем диметилтионином 63

Л.А. Хачатрян, Р.Ф. Папоян, Л.А. Саакян, А.А. Аветисян – Синтез некоторых новых производных N-содержащих гетероциклов на базе циклических кетоэфиров 67

В.С. Арутюнян, Т.В. Кочикян, Э.В. Арутюнян, А.А. Аветисян – Циклизация алкенилмалоновых эфиров 73

БИОЛОГИЯ

М.А. Давтян, М.А. Хачатрян, С.А. Карапетян, Г.А. Семерджян – Аминокислотный состав белков плазмы крови свиньи 77

М.С. Мартиросян, А.Х. Агаджанян – Регулирование активности ферментов катаболизма пролина на различных стадиях метаморфоза фасолевой зерновки Acanthoscelides Obtectus Say 81

П.А. Казарян, Л.С. Саакян, А.Р. Егиазарян, А.Г. Григорян, М.К. Бегларян – Влияние 4-бутанолидов на процессы биосинтеза и распада мембранных фосфолипидов при ионизирующем облучении 86

Р.Р. Садоян, К.Г. Азарян – Некоторые показатели продуктивности у депрессивных гибридов пшеницы 91

Н.В. Адамян, К.А. Дживанян – О роли межтканевых взаимоотношений в регенерации печени крыс и домашних кур 96

ГЕОЛОГИЯ

Р.А. Арутюнян – Основные черты геологического строения и перспективы Хдебанцского рудопроявления золота 101

ГЕОГРАФИЯ

Р.Х. Гагинян, П.Г. Давтян, А.В. Хоецян – Оценка риска деградации почв Араратской котловины на примере Араратской области 108

СООБЩЕНИЯ

Г.А. Багдасарова – Критерии конечномерности компактных выпуклых множеств 115

В.Р. Барсегян – О задаче оптимального управления поэтапно меняющимися линейными системами с фазовыми ограничениями в промежуточные моменты времени 118

И.В. Гогинян, Дж.А. Геворкян, Дж.А. Варданян – Сравнительное изучение активности лейцин-аминотрансферазы хроматографическим и колориметрическим методами 121

Л.А. Навасардян – Включение N^{15} в белки дрожжей *Candida guilliermondii WKM U–42* 124

Э.В. Даян – Оценка состояния центральной гемодинамики в предоперационный период 127

К.Г. Авакян, А.В. Погосян – Растительность и флористический состав горы Аствацацин Спитакского района 131

Б.М. Сулейман – Воздействие *Trichoderma viride* на патогены-микоэкрисотрофы корневой системы картофеля 134

Э.Г. Явруян, Г.Ю. Папов, Н.В. Гзрарян, В.Т. Айрапетян – Три новых вида рукокрылых (*Chiroptera*) для фауны млекопитающих Армении 137

О.А. Агинян, А.О. Агинян – Состояние и проблемы мониторинга подземных вод Республики Армения 139

CONTENTS

MATHEMATICS

I.M. Karakhanian – On the equation $hx-xk=c$ in Banach algebra A, with Hermitian coefficients h, k 3

G.H. Sahakian – On completness of eigenvectors for Dirac two parameter boundary problem 9

J.A. Babayan – On a biortogonal system of Munts function 15

A.V. Tsutsulian – Boundary problems for high order degenerate quasilinear equations 24

V.A. Nersesian – Possible complexes of three-dimensional planes in projective space $\mathbf{P}^6$. II 34

MECHANICS

A.A. Ghukasian, A.A. Manukian – About guaranteed control material points at the incomplete information 39

CHEMISTRY

M.G. Gevorgian, N.M. Beylerian – Study of the kinetics and mechanism of phenyldiethanolamine – potassium persulfate reaction in water. II. The regularities of the accumulation of the coloured product and the influence of base and acid on the reaction rate 49

A.Y. Aghajanian, K.I. Yegian, G.I. Hovhanissian, A.S. Saghiyan – Optimization of the process of isolation of amino acid mixtures from *L*-proline cultural liquid 56

N.O. Geokchian, A.A. Eghiazarian, J.A. Mickaelian, H.G. Khachatrian – Investigation of interaction between chloroosmiate (IV) and dimethylthionine thiazinic dye 63

L.A. Khachatrian, R.F. Papoyan, L.A. Sahakian, A.A. Avetisian – The synthesis of some *N*-contain derivatives of heterocycles on the base of ketoesthers 67

V.S. Haroutunian, T.V. Kochikian, E.V. Haroutunian, A.A. Avetisian – Ciclization of alkenilmalonig esters 73

BIOLOGI

M.A. Davtian, M.H. Khachatrian, S.A. Karapetian, H.H. Semergian – The amino acid composition of pig's blood plasma proteins 77

M.S. Martirosian, A.Kh. Aghadjanian – Regulation of activity of proline degredation anzymes in different stages of metamorphoses haricot beetlefly *Acantoscelides Obtectus Say* 81

P.A. Ghazarian, L.S. Sahakian, A.R. Yeghiazarian, A.G. Grigorian, M.K. Beglarian – Effect of 4-butanolides on the process of biosynthesis and decay of membrane glycerolipids at ionizing irradiation 86

R.R. Sadoyan, K.G. Azarian – Some indexes of yield capacity in depressive hybrids of wheat 91

N.V. Adamian, K.A. Jivanian – About the role of intertissue relations in liver regeneration of rats and domestic hens 96

GEOLOGY

R.A. Haroutunian – The main features of the geological structure and perspectives of Khdebants gold ore manifestation 101

GEOGRAPHY

R.Kh. Gaginian, P.G. Davtian, A.V. Khoetsian – The estimation of the risk of degradation of the soils of Ararat hollow on the model of Ararat region 108

COMMUNICATIONS

G.A. Baghdasarova – Criteria of compact convex sets' finite dimensionality 115

V.R. Barseghian – About a problem of optimal control of stepwise changing linear systems with phase states restrictions in intermediate momente 118

I.V. Goginian, J.A. Gevorkian, J.H. Vardanian – A comparative study of leucine-aminotransferase activity determined by chromatographic and colorimetric methods 121

L.H. Navasardian – Engagement of N^{15} in yeast proteins *Candida guilliermondii WKM U–42* 124

E.V. Dayan – Estimation of a state of central hemodynamics in the preoperational period 127

K.G. Avagian, A.V. Pogosian – Vegetation and floristic composition of Astvatsatsin mountain Spitak region 131

B.M. Suleiman – Influence of *Trichoderma viride* on mycoecrisotroph patogenes of the root system of potatoes 134

E.G. Yavrouyan, G.Y. Papov, N.V. Gzrarian, V.T. Hayrapetian – Three new species of *Chiroptera* in mammalian fauna of Armenia 137

H.A. Aghinian, A.H. Aghinian – Problems and present conditions of ground water monitoring in the Republic of Armenia 139

ԿԱՆՈՆՆԵՐ ՀԵՂԻՆԱԿՆԵՐԻ ՀԱՄԱՐ

1. «Գիտական տեղեկագիր» հանդեսում հրատարակվում են Երևանի պետական համալսարանում կատարված տեսական ու փորձարարական բնույթի օրիգինալ հոդվածներ, հաղորդումներ ու նամակներ՝ մաթեմատիկայի, ինֆորմատիկայի, մեխանիկայի, ֆիզիկայի, ռադիոֆիզիկայի, քիմիայի, կենսաբանության, երկրաբանության և ֆիզիկական աշխարհագրության բնագավառներից, ինչպես նաև ակնարկային հոդվածներ՝ պատվիրված խմբագրության կողմից:
2. Ընդունվում են գիտական նոր հրատարակությունների, մենագրությունների և դասագրքերի, ԵՊՀ մասնակցությամբ կայացած գիտաժողովների և գիտական դպրոցների, ինչպես նաև համալսարանում աշխատող անվանի գիտնականների հոբելյանների մասին համառոտ նյութեր:
3. Բնագրերը ներկայացվում են երկու օրինակով, համակարգչային շարվածքով՝ «Word» ծրագրով (հայերեն տեքստը՝ Times Armenian, ռուսերենը՝ Albion տառատեսակներով)՝ հայերեն կամ ռուսերեն, ռուսերեն կամ հայերեն և անգլերեն ամփոփումներով: Բոլոր երեք լեզուներով հեղինակների ազգանունները և հոդվածի վերնագիրը գրել գլխատառերով: Տեքստը շարել 12 pt-ով, 1,5 ինտերվալով՝ աջ և ձախ կողմերում պահպանելով 3 սմ դաշտ: Վերին ձախ անկյունում գրվում է УДК-ն, հաջորդ տողում հեղինակների անվանատառերն ու ազգանունները, այնուհետև հոդվածի վերնագիրը: Դրան հետևում է հոդվածի համառոտ ամփոփումը: Այն պետք է համապատասխանի հայերեն և անգլերեն ամփոփումներին, որտեղ պետք է շարադրված լինեն աշխատանքի գլխավոր արդյունքները՝ առանց գրական հղումների, 100 բառից ոչ ավելի ծավալով:
4. Հոդվածի ծավալը աղյուսակներով չպետք է գերազանցի 10 էջը, հաղորդմանը՝ 4, նամակինը՝ 2:
5. Հոդվածները ձևակերպվում են հստակ ենթաբաժիններով: *Ներածություն* կամ *Խնդրի դրվածքը*, որտեղ պետք է հիմնավորվի տվյալ հետազոտության անհրաժեշտությունն ու հրատապությունը, *Հետազոտության մեթոդիկան* և *Եզրակացություն*, որտեղ հստակ ձևակերպվում են ստացված արդյունքները և հետևությունները:
6. Հղումները պետք է լինեն քննարկվող խնդրի հետ առնչվող ժամանակակից հրատարակումների վրա: Դրանք բերվում են բնագրի լեզվով ըստ հանդիպման հերթականության, կարգային համարը նշվում է քառակուսի փակագծերում ([1], [2-5]): Հոդվածի վերջում նույն հաջորդականությամբ բերվում է գրականության ցուցակը՝ կարգային համարը, հեղինակների ազգանուններն ու անվանատառերը: Պարբերական հրատարակությունների համար այնուհետև հաջորդում է ամսագրի ընդունված կրճատ անվանումը առանց չակերտների, հրատարակման թվականը, հատորի ու թողարկման համարները, հերթական համարը, էջը, գրքերի դեպքում՝ վերնագիրը, հրատարակման վայրը, հրատարակչությունը, թվականը: Չհրատարակված աշխատանքի վերաբերյալ (բացի դիսերտացիայից) գրականության մեջ նշել չի թույլատրվում:
7. Սինոնյն նյութը աղյուսակի և նկարի ձևով ներկայացնել չի թույլատրվում:
8. Թույլատրվում է 5-ից ոչ ավելի նկար, որոնք իրենց բացատրություններով պետք է ներկայացնել առանձին File-ով:
9. Հոդվածի տեքստի վերջում՝ ձախ կողմում, նշվում է այն ամբիոնը կամ լաբորատորիան, որտեղ կատարվել է աշխատանքը:
10. Հոդվածը ստորագրվում է բոլոր հեղինակների կողմից:
11. Խմբագրությունը հեղինակին տալիս է առաջին սրբագրությունը, որտեղ ուղղման ենթակա են տպագրության սխալները:
12. Հանդեսը կարելի է ձեռք բերել խմբագրությունում՝ նախապես բաժանորդագրվելով:

ИНДЕКС 77717

ИНФОРМАЦИЯ

С 28 по 30 октября 2002г. в Ереванском государственном университете состоится конференция на тему **"Оптимальное управление, устойчивость и прочность механических систем".**

В программу конференции предполагается включить научные работы, относящиеся к следующим разделам механики:

1. *Динамика, оптимальное управление и стабилизация механических систем,*
2. *Дифференциальные игры,*
3. *Устойчивость, прочность и оптимальное проектирование упругих систем,*
4. *Вопросы устойчивости, наблюдения и управления динамических систем в условиях неопределенности.*

В целях публикации материалов конференции просим авторов до **5 сентября 2002 г.** представить текст доклада объемом не более 4 страниц (через 1.5 интервала) в 2 экземплярах на русском языке, а также отдельно – название работы на армянском и английском языках.

Набор текста компьютерный в редакторе *Word*, формат бумаги А4, поля: левое и правое – 3*см*, верхнее и нижнее – 2.5*см*. В верхнем левом угле набрать УДК, ниже на 1.5 интервала – название (заглавными буквами, 14 pt, bold), ниже на 1.5 инт. – инициалы и фамилию автора(ов), полное наименование организации, где была выполнена работа и E–mail, ниже на 3 инт. – текст (12 pt.), в конце – список литературы.

После получения материалов доклада с гибким диском оргкомитет сообщит дополнительную информацию.

Работы представить по адресу:

кафедра теоретической механики Ереванского государственного университета, Гукасяну А.А. или Барсегяну В.Р.
375049, Ереван, ул. А. Манукяна, 1, ЕГУ.
Тел. 59–79–65, 57–12–08, E–mail: **ghukasyan@ysu.am**; **barseghyan@ysu.am**

НАН РА, Институт механики, Гнуни В.Ц. или Саакяну А.В.
375019, Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24.Б.
Тел. 52–48–90, E–mail: **mechins@sci.am**

Министерство образования и науки РА,
Ереванский государственный университет,
Национальный комитет Армении по теоретической
и прикладной механике

ИНДЕКС 77717

ИНФОРМАЦИЯ

С 28 по 30 октября 2002г. в Ереванском государственном университете состоится конференция на тему **"Оптимальное управление, устойчивость и прочность механических систем".**

В программу конференции предполагается включить научные работы, относящиеся к следующим разделам механики:

1. *Динамика, оптимальное управление и стабилизация механических систем,*
2. *Дифференциальные игры,*
3. *Устойчивость, прочность и оптимальное проектирование упругих систем,*
4. *Вопросы устойчивости, наблюдения и управления динамических систем в условиях неопределенности.*

В целях публикации материалов конференции просим авторов до **5 сентября 2002 г**. представить текст доклада объемом не более 4 страниц (через 1.5 интервала) в 2 экземплярах на русском языке, а также отдельно – название работы на армянском и английском языках.

Набор текста компьютерный в редакторе *Word*, формат бумаги А4, поля: левое и правое – 3*см*, верхнее и нижнее – 2.5*см*. В верхнем левом угле набрать УДК, ниже на 1.5 интервала – название (заглавными буквами, 14 pt, bold), ниже на 1.5 инт. – инициалы и фамилию автора(ов), полное наименование организации, где была выполнена работа и E–mail, ниже на 3 инт. – текст (12 pt.), в конце – список литературы.

После получения материалов доклада с гибким диском оргкомитет сообщит дополнительную информацию.

Работы представить по адресу:

кафедра теоретической механики Ереванского государственного университета, Гукасяну А.А. или Барсегяну В.Р.
375049, Ереван, ул. А. Манукяна, 1, ЕГУ.
Тел. 59–79–65, 57–12–08, E–mail: **ghukasyan@ysu.am**; **barseghyan@ysu.am**

НАН РА, Институт механики, Гнуни В.Ц. или Саакяну А.В.
375019, Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24.Б.
Тел. 52–48–90, E–mail: **mechins@sci.am**

Министерство образования и науки РА,
Ереванский государственный университет,
Национальный комитет Армении по теоретической и прикладной механике